FORMALIZAÇÃO E INTUIÇÃO NO CONTEXTO DO CONHECIMENTO, DO ENSINO E DA ATUAÇÃO SOCIAL *

Eliana Maria do Sacramento Soares **

Resumo

Pode-se traçar alguns paralelos entre a formalização e a intuição. A intuição é um ponto de partida para o acesso à realidade. No entanto, é desejável fazer uso do raciocínio dedutivo da formalização para fundamentar e complementar as conclusões de um pensamento intuitivo. O ensino das bases do método dedutivo e a valorização das idéias intuitivas são, dessa maneira, fundamentais em qualquer grau do ensino.

Abstract

Some parallel lines may be drawn between formalization and intuition. Intuition is a starting point for accessing reality. However, it is desirable to make use of the deductive reasoning of formalization to base and complement the conclusions of intuitive thought. The teaching of the bases of the deductive method and evaluation of intuitive ideas are, thus, fundamental in every education level.

A Ciência pode ser caracterizada como um conjunto organizado de conhecimentos relativos a determinadas categorias de fatos ou fenômenos da natureza. Esses conhecimentos são construídos através do desvendar ou explicitar das supostas leis que regem os fenômenos e fatos que compõem a realidade. As relações entre esse conhecimento, a aprendizagem e a atuação social exigem que seja possível perceber, falar e pensar de maneira adequada sobre a realidade com que as pessoas se defrontam.

De que maneira o acesso à realidade é obtido? Uma maneira é recor-

* Este texto foi produzido como parte das atividades do Programa de Pós-Graduação em Educação (doutorado), realizado em convênio com a Universidade Federal de São Carlos e a Universidade de Caxias do Sul, no primeiro semestre de 1993.

** Docente do Departamento de Matemática e Estatística da Universidade de Caxias do Sul, (RS).

rer à observação ou percepção da realidade com base em formulações[1] relativamente simples resultantes da experiência direta com os acontecimentos e os fenômenos. Esse modo de perceber é chamado de senso comum. No entanto, a experiência do senso comum, aquela que é vivenciada diariamente, não é suficiente para o entendimento claro e mais aprofundado do que exatamente está ocorrendo. Por outro lado, o uso repetido de certos procedimentos de perceber, falar e pensar dá legitimidade ao senso comum, pois o hábito torna esses procedimentos mais familiares e fáceis de assimilar. Desse modo, as conclusões resultantes desses procedimentos são consideradas como corretas e inquestionáveis. Isso muitas vezes induz ao erro.

Na experiência cotidiana, são construídas percepções, raciocínios e linguagens acerca da realidade dos acontecimentos. Dentre os múltiplos recursos usados no dia a dia para se ter conhecimento e entendimento do que acontece ou daquilo com que as pessoas se defrontam está a *intuição*.

Intuição, é possível confiar nela? Aparentemente sim. A intuição é um bom instrumento que pode ser utilizado para obter, a partir da observação, possíveis interpretações dos fatos. A intuição é um conhecimento imediato, direto da realidade, fazendo acreditar

---

[1] O professor Antonio Carlos Kröeff Soares (do departamento de Filosofia da Universidade de Caxias do Sul) fez algumas considerações sobre a aproximação sugerida pelo texto entre os conceitos de formalização e de raciocínio dedutivo, e os de formalização e de simbolização, contrapondo-os aos de intuição. Essas considerações foram entendidas como relevantes e são apresentadas a seguir. Raciocínio dedutivo e dedução poderiam ser considerados sinônimos. A oposição seria, então, entre intuição e dedução (ou demonstração). Esse parece ter sido o modo pelo qual Descartes entendeu a palavra intuição. Para ele, a idéia de intuição está ligada à de evidência, à de clareza e distinção, e à de indubitabilidade. A intuição, assim entendida, parece não conter nem admitir nenhuma inferência, dedução ou demonstração. Nesse sentido, talvez fosse possível afirmar a seguinte proporção (analogia): intuição está para formalização assim como mostração está para demonstração.

Mas intuição e apresentação imediata poderiam ser considerados sinônimos, opondo-se, então, à apresentação mediata. Esse seria o sentido kantiano. Para KANT, a idéia de intuição está ligada à de apresentação imediata. *Seja qual for o modo e sejam quais forem os meios pelos quais um conhecimento se possa referir a objetos, o modo pelo qual aquele se refere imediatamente a estes e que todo pensamento procura como meio é a intuição (Crítica da razão pura,* A 18, B 33). Em uma contextualização discutível desse texto de Kant, poder-se-ia entender a referência mediata como sendo a feita por meio de sinais. Assim, a intuição, como referência imediata, parece ser oposta a conceito, entendido como referência mediata (isto é, por sinais) universal ou não universal. Intuição, como referência imediata, não se opõe necessariamente ao uso do raciocínio dedutivo, mas ao de sinais intermediários. A partir dessa oposição, poder-se-ia entender formalização como simbolização. Em todo caso, pela simbolização, torna-se mais fácil organizar e sistematizar o conhecimento em totalidades cada vez mais amplas. Em cada uma dessas sistematizações, a principal relação estabelecida entre os conhecimentos reunidos é a relação dedutiva. Em outras palavras, o principal critério de organização do conhecimento é o dedutivo. Assim, a formalização como simbolização anda junto com a formalização como dedução.

que o que é percebido é verdade, sem fazer uso do raciocínio. Por isso, muitas vezes, ela pode enganar. Para escapar desse perigo, a formalização, entendida como uma cadeia de raciocínio lógico dedutivo, é uma boa alternativa, com a qual é possível verificar a verdade ou falsidade de uma intuição.

Intuições são aquelas idéias que parecem tão evidentes que são aceitas como verdadeiras, sem questionamentos. Por exemplo, Euclides apresenta, em *Os Elementos*, livro 1, em seguida às definições e postulados, algumas noções comuns (intuitivas!). Uma delas diz : "O todo é maior que a parte". Essa noção comum é uma proposição intuitiva que foi aceita como verdadeira até o século XIX. SANTO TOMÁS DE AQUINO, na *Suma teológica* (I, q.2, a.1), refere-se a tal afirmação nos seguintes termos: *...quando se sabe o que são o todo e a parte, imediatamente sabe-se também que qualquer todo é maior da que sua parte.*

É possível dizer que a intuição é fruto das representações que são feitas da realidade. Nesse sentido, ela tem um papel auxiliar no processo de conhecimento e acesso à realidade. Esse papel é especialmente significativo no contexto da Matemática. Muitas teorias, como a Aritmética e a Geometria Euclidiana, tiveram seu ponto de partida em conceitos intuitivos. No entanto, é importante estar atento: a intuição pode "pregar peças".

Algumas idéias ou percepções que parecem verdadeiras podem se revelar falsas. Se confiarmos apenas na intuição, podemos chegar a conclusões contraditórias. Como ilustração, considere o leitor um exemplo da teoria dos conjuntos numéricos. Para tanto, seja N o conjunto dos números naturais e seja P o conjunto dos números pares. Se o conjunto N for considerado o todo e o conjunto P uma parte - e isto é razoável, uma vez que todo número par é um número natural, mas não vice-versa - a aceitação da veracidade da proposição "o todo é maior que a parte" leva a concluir que o conjunto P não pode ter o mesmo número de elementos que o conjunto N, ou seja, que existem mais números naturais do que números pares. Essa poderá ser a conclusão 1. Considerando ainda os conjuntos N e P e observando que todo número p, par, é escrito na forma $p=2n$, em que n é um número natural, pode-se concluir que a cada número natural está associado um número par e vice-versa. Disso é possível concluir que existem tantos números naturais quantos números pares! Essa será a conclusão 2. Mas ela contradiz a conclusão 1. Como decidir a questão? Uma alternativa é a organização e sistematização das idéias que compõem a intuição.

DESCARTES, em *O discurso do método*, estabelece quatro preceitos metodológicos. Segundo ele, a intuição, unida ao método dedutivo, serve de critério universal para estabelecer ou não a evidência de um fato. Diz ele:

> *O primeiro [preceito] era de jamais receber alguma coisa por verdadeira se eu não a conhecesse evidentemente ser tal: isto é, de evitar cuidadosamente a precipitação e a prevenção, e de não compreender nada a mais em meus juízos do que o que se apresentasse tão clara e tão distintamente a meu espírito que eu não tivesse ocasião alguma de o pôr em dúvida* (DESCARTES, 1962).

Descartes, no segundo preceito, preconiza como caminho para chegar à verdade a divisão "das dificuldades em tantas partes quanto possíveis, para melhor resolvê-las". Aconselha, no terceiro preceito, a ordenação dos pensamentos, "começando pelos objetos mais simples e fáceis de conhecer, para pouco a pouco subir, como por degraus, até os mais compostos". No último, preceitua a realização de enumerações completas e revisões gerais, para se ter segurança de nada omitir. Assim, através da razão (divisão e ordenação), chega-se a certezas evidentes. Na verdade, Descartes propõe o uso de um método, cujo mecanismo assegura o emprego adequado da razão, aliando duas importantes atividades intelectuais: a intuição e a dedução.

A organização das idéias aumenta o grau de sua percepção. Como colocar em ordem as idéias? Com que critério? Uma alternativa é a organização formal que pode ser feita pela introdução de uma linguagem simbólica, cujos elementos estão privados de todo sentido intuitivo e submetidos a uma axiomática. Assim, obtém-se a formalização de uma idéia, com o objetivo de aumentar o grau de certeza da conclusão de um raciocínio.

Diante dessas considerações, retome-se agora a proposição inicial: o todo é maior do que a parte. No contexto da geometria euclidiana, que considera grandezas finitas, essa proposição é sempre verdadeira. Vários resultados importantes da geometria de Euclides são demonstrados tendo como um dos pressupostos a veracidade dessa proposição. Na ilustração sobre números pares e naturais, desenvolvida anteriormente, o contexto é outro. Os conjuntos numéricos têm um número infinito de elementos e aí, ao entrar no domínio das grandezas infinitas, as idéias intuitivas devem ser analisadas cuidadosamente. Os conceitos de infinito, de processos infinitos e de conjuntos infinitos, constituem uma paisagem fascinante dentro da Matemática. Desde os dias de Zenão de Elea, matemático grego que viveu aproximadamente em 450 a.C., fala-se em infinito, tanto na Teologia como na Matemática. No entanto, antes de 1872, ninguém conseguiu colocar ordem nas discussões, exemplos e contradições que a noção de infinito gerava. J. W. R. Dedekind (1831-1916) tomou os paradoxos que os infinitos geravam, parecidos com o que foi apresentado anteriormente, como uma propriedade universal dos conjuntos infinitos, tomando-a como uma definição de tais conjuntos. "Um conjunto é infinito quando é semelhante a uma parte própria dele mesmo; caso contrário, o conjunto é finito". Essa idéia genial de Dedekind inspirou a Georg Cantor (1845-1918) o desenvolvimento da teoria dos conjuntos infinitos que revolucionou toda a matemática. Em notação mais moderna, pode-se dizer que duas coisas são semelhantes quando existe entre elas uma correspondência biunívoca. Assim, voltando ao exemplo dos números pares e naturais, é fácil ver que, se para cada número natural se fizer corresponder o seu dobro, fica definida uma correspondência biunívoca entre o conjunto P e o conjunto N. Ou seja, N é semelhante a uma parte própria dele mesmo. Isso ocorre porque N é infinito. Assim, a contradição é desfeita. Diante disso, é possível concluir que o contexto e as pressuposições em que é fundamentada uma proposição são fatores importantes na determinação de sua veracidade.

A Intuição Matemática

A intuição matemática consiste nas representações dos objetos matemáticos. De alguma maneira, as representações dos objetos matemáticos são formadas com base em situações empíricas. Como estas contêm apenas processos e grandezas finitas, é natural que a maioria das intuições no contexto infinito seja enganosa. Isso ocorre porque o primeiro juízo dado sobre uma idéia é baseado no que é conhecido e naquilo de que já se tem experiência. Um exemplo pode ilustrar essa colocação: Considere a soma S de infinitas parcelas: 1+2+3+4+...=S. Já é conhecido o processo de somar, portanto é natural esperar que a soma S cresça indefinidamente. Nesse caso, é exatamente isso o que ocorre. Considere agora a soma R= 1\2 + 1\4 + 1\8 + 1\16 + 1\32 +... Intuitivamente espera-se o mesmo comportamento da soma S para a soma R. No entanto, a soma R resulta 1. Isso pode ser verificado em parte, com o auxílio de uma calculadora, aumentando suficientemente o número de parcelas.

As representações dos objetos matemáticos são aperfeiçoadas e ampliadas considerando-se a familiaridade que se tem com o campo de conhecimento matemático. Dessa maneira, a intuição matemática pode ser estimulada por experiências, atividades e manipulações de objetos, num primeiro estágio, e de traços no papel e abstrações, num segundo. Por exemplo, o primeiro contato com a teoria de limites, que utiliza processos infinitos, mostra que nem sempre ocorre o que intuitivamente se espera. Em virtude da familiaridade com o tema, o raciocínio se torna mais claro e, então, a intuição pode conduzir a resultados verdadeiros.

Ao falar de intuição matemática, este texto está falando de uma faculdade que pode perceber diretamente uma realidade ideal, a realidade dos objetos matemáticos, da mesma maneira como nossos sentidos físicos percebem a realidade física. Ou seja, o pensamento intuitivo não parece ser constituído de etapas bem definidas, sistematizadas. Ao contrário, repousa numa percepção implícita da situação que está sendo examinada. A conclusão do pensamento é alcançada com pouca ou nenhuma consciência do processo através do qual ela foi atingida. Raramente se pode fazer relato detalhado desse processo. Assim, muitas vezes aspectos importantes da situação deixam de ser levados em conta ou percebidos. Quando o pensamento intuitivo está baseado em certa familiaridade com o campo de conhecimento no qual está inserido, ele dá "saltos", suprime etapas e utiliza "atalhos". Desse modo, uma verificação das conclusões por meio de raciocínio dedutivo é a maneira mais confiável para a sua verificação. Essa verificação é feita através de um pensamento sistematizado, explícito, caracterizado, como já dissemos, por uma cadeia de raciocínio, processada com consciência das informações e das operações que se realiza. Diante disso, reconhece-se a natureza mutuamente complementar do pensamento intuitivo e do pensamento sistematizado, organizado.

A Intuição no Contexto do Ensino

A formalização efetuada através do pensamento sistematizado é apontada como um meio de resolver problemas. Logo, é tarefa do ensino, nos diversos níveis e em diferentes estágios, cultivar as bases do método dedutivo. No entanto, é necessário trabalhar no sentido de descobrir como desenvolver os dons intuitivos dos alunos, desde os graus mais elementares, considerando que a intuição dá asas à criatividade e à imaginação. Assim, é desejável estabelecer uma compreensão intuitiva dos conceitos antes de expor a definição formal destes. Com isso, possibilita-se ao aluno que deixe seu raciocínio fluir, balizando-o com seu raciocínio dedutivo.

Os conceitos de intuição e formalização podem ser mais aprofundados. JESUS MOSTERÍN, em *Teoria dos conjuntos*, discorre sobre a evolução do desenvolvimento das teorias matemáticas, relacionando o papel complementar da intuição e da formalização[2].

No linguajar cotidiano, as palavras não têm significado perfeitamente fixo. Existe sempre alguma maneira um pouco diferente de entender o que foi dito ou escrito. Quanto mais abstrato é o conceito em questão maior a probabilidade de imprecisão. Como conseqüência, o entendimento do que é dito ou escrito é dificultado. O mesmo acontece com os enunciados matemáticos não formalizados. Uma maneira de conseguir mais precisão, mais rigor, é abstrair toda multiplicidade de significado dos enunciados, designando-os apenas por um deles. Isso é conseguido por meio da formalização. Dessa maneira, é possível evitar as incertezas que procedem da ambigüidade. Uma linguagem assim obtida é uma linguagem formalizada, que é uma das características do método científico. O método científico é um meio para descobrir novos fenômenos e formular novas teorias, de sorte que a ciência é um sistema de conhecimento em contínua expansão. Diante disso, é tarefa do ensino, em especial do ensino na Universidade, dominar a ciência de seu tempo nos diferentes níveis de conhecimento e de investigação, pois a

> *ciência é o discurso do homem sobre sua experiência na terra, a explicação mais completa e responsável de suas observações sobre a natureza e sobre as relações entre as coisas e seus nexos causais* (RIBEIRO, 1969, p.134).

Para isso, é fundamental que as

---

[2] As considerações que MOSTERÍN apresenta em *Teoría axiomática de conjuntos* enriquece as colocações que o texto pretendeu fazer. Portanto, a seguir, será apresentada a tradução de parte da introdução do livro de JESUS MOSTERÍN (1980). O autor considera três estágios sucessivos correspondentes a três diferentes níveis da evolução do desenvolvimento das teorias matemáticas: o estágio intuitivo ou ingênuo, o estágio axiomático e o estágio formalizado. Na etapa intuitiva ou ingênua, os enunciados são aceitos como verdadeiros, e a prova sobre essa veracidade consiste em evidências intuitivas, ou seja, "é verdade pois parece", "tudo indica que assim é". Com o acúmulo dos resultados, a teoria começa a ficar obscura . Com frequência, aparecem dificuldades conceituais a respeito dos resultados aceitos e discussões sobre sua consistência. A etapa axiomática é caracterizada precisamente pelo esclarecimento dos conceitos e pela organização sistemática dos resultados aceitos na etapa anterior. Nessa fase, a teoria toma corpo e estrutura, produzindo uma compreensão mais profunda dos conceitos fundamentais e dos resultados mais centrais, cujas conexões e interrelações surgem com mais clareza. Isso porque, nessa fase, selecionam-se alguns enunciados como primitivos, nos quais deve se basear a demonstração de todos os demais. Ou seja, um enunciado ou é axioma ou é teorema. Uma teoria axiomatizada possui uma universalidade maior que a correspondente teoria ingênua ou intuitiva, pois seus resultados são estendidos a sistemas mais amplos, nos quais as condições expressas pelos axiomas são cumpridas. Na etapa formalizada, a exigência quanto à clareza e à explicitação do método axiomático é levada às últimas conseqüências. Nessa fase, explicitam-se as regras de demonstração, o que não estava claro na fase anterior. No estágio da formalização é alcançado um conceito plenamente rigoroso de prova, uma vez que axiomas e teoremas são formulados numa linguagem perfeitamente precisa e cada prova, ou demonstração, é decomposta em uma sucessão de passos simples, conectados por meio de regras de inferência de uma linguagem formal.

bases do raciocínio dedutivo e da formalização sejam fundamentadas, ensinadas e cultivadas, possibilitando aos indivíduos o conhecimento de um método organizado que lhes permita interagir com sua realidade.

Concluindo, é possível dizer que as idéias intuitivas formam a etapa inicial do raciocínio. Nesse sentido, devem ser valorizadas. No entanto, é fundamental estar atento para o fato de que, numa primeira etapa, as idéias intuitivas devem ser submetidas ao processo de formalização, que é o caminho para se decidir sobre o grau de veracidade da intuição, dentro do contexto em que ela é considerada. Ou seja, é fundamental estabelecer e formular, juntamente com os princípios próprios da teoria à qual a intuição fornece de algum modo a matéria inicial, os princípios formais pelos quais será explorado esse fornecimento inicial. Desse modo, a formalização, mesmo parecendo apenas um jogo, enquanto age de acordo com determinadas regras, é um bom método para desvendar as intuições. Diante disso, cabe ressaltar a importância de que se desenvolvam, por meio do ensino, as bases do raciocínio dedutivo, nos diferentes graus, sempre ressaltando e valorizando as idéias intuitivas. O conceito de intuição tem sido não apenas examinado sob diferentes e variadas concepções filosóficas e epistemológicas mas também objeto de muita controvérsia. O ponto de vista da Fenomenologia, por exemplo, não foi explicitamente abordado no texto. Este trabalho não pretendeu apresentar conceituações definitivas, mas examinar algumas considerações sobre o conceito de intuição e seu uso no ensino.

BIBLIOGRAFIA

BLANCHÉ, R. *História da Lógica de Aristóteles a Bertrand Russell.* Lisboa: Edições 70, 1985.

BOYER, C.B. *História da Matemática.* São Paulo, Edgar Blücher: 1974.

BRUNER, J.S. *O Processo de Educação.* São Paulo: Nacional, 1978.

DAVIS, P.J., HERSH, R. *A Experiência Matemática.* Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1985.

DESCARTES, R. *Discours de la Méthode.* Texte et commentaire par Étienne Gilson. 3. éd. Paris: J. Vrin,1962.

EUCLIDES. *Elementos de Geometria.* Dos seis primeiros livros, do undécimo e do duodécimo da versão latina de Frederico Commandino. Adicionados e ilustrados por Roberto Simson. Revistos por Aníbal Faro. São Paulo: Cultura, 1945.

KOOGAN, A. (dir.). *Dicionário Enciclopédico Koogan-Larousse-Seleções.* Rio de Janeiro: Larousse do Brasil, 1978. 2v.

MOSTERÍN, J. *Teoría Axiomática de Conjuntos*. 2. ed. Barcelona: Ariel, 1980.

RIBEIRO, D. *A Universidade Necessária*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1967.

ROSENTAL, M. M. e IUDIN, P. F. *Dicionário Filosófico*. Lisboa, Estampa, s.d.

TOMÁS DE AQUINO. *Suma teológica*. Edição bilingüe. Tradução de Alexandre Corrêa. Organização de Rovílio Costa e Luís A. De Boni. Introdução de Martin Grabmann. 2.ed. Porto Alegre, Escola Superior de Teologia São Lourenço de Brindes. Sulina, Caxias do Sul: Universidade de Caxias do sul. 11 v., s.d.