Épsilon - *Revista de Educación Matemática* *2020, nº 106, 9-17*

Creatividad, garante de la competencia matemática. Estudio del "razonamiento lineal" en la resolución de problemas

Carlos Manuel Falcón-Rodríguez
María Antonia García Cruz
Ramiro Rueda-Enciso
Instituto Superior de Formación Docente Salomé Ureña, República Dominicana

Resumen. *Presentamos aquí una forma de clasificar los problemas de acuerdo a las relaciones funcionales necesarias en su solución. Hemos escogido, para comenzar, las relaciones funcionales asociadas al razonamiento lineal, ya que ellas son las que parcialmente se sometían a este tipo de clasificación en la práctica de la enseñanza. Presentamos los resultados de un proyecto de investigación acción, en el cual se ha logrado la clasificación de problemas inéditos y con variados contextos y la evaluación del efecto de los mismos en grupos diversos. Una de las conclusiones del trabajo es que el aprendizaje basado en problemas es el más apropiado para el logro de esta competencia en los estudiantes.*
Palabras claves: *creatividad, aprendizaje basado en problemas, clasificación de problemas, relaciones funcionales.*

Creativity, guarantee of the mathematical competence. Study of "linear reasoning" in problem solving

Abstract. *We show here a problem classification attending to the functional relations that are necessary in their solutions. As a beginning we chose the functional relations linked with the linear reasoning, because they have been partially classified in the teaching practice. We exhibit the results of an action research project that made and classified a bank of problems with different contexts. The effect of these problems on diverse groups of students was evaluated. One of the conclusions of this work is that the problem-based learning is the best way to achieve the students' competence in linear reasoning.*
Keywords: *creativity, problem-based learning, problem classification, functional relations.*

INTRODUCCIÓN

En el desarrollo de la competencia matemática el individuo atraviesa varias etapas, correspondientes a la Taxonomía de Bloom, adquiriendo dominio en, conocimiento, comprensión, aplicación, análisis, síntesis y evaluación. A la vez esta competencia se estructura en las dimensiones:

1. Cantidad
2. Espacio y forma
3. Cambio y relaciones
4. Incertidumbre y datos
5. Resolución de problemas

La meta del proceso de enseñanza de la Matemática es que los individuos tengan "la capacidad individual para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios bien fundados, utilizar las matemáticas y comprometerse con ellas, y satisfacer las necesidades de la vida personal como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo" (OECD, 2003, p. 24), más aún en estos tiempos que, como señalan Ortiz-Buitrago y Sánchez-Tovar (2020), deben reorientarse los procedimientos de actuación en la formación para todos, ajustándolos a las necesidades que la realidad demanda.

En nuestro trabajo como investigadores y maestros de matemáticas, observamos que los puntos de vista que aparecen arriba no destacan el aspecto fundamental y sólo lo mencionan como un elemento más, un mérito del que se podría prescindir y todavía la competencia no sufriría grandes contratiempos. Nos explicamos con algunos ejemplos:

La siguiente lista podría resultar muda para un individuo,

$$1.5 \quad 270^{o} \quad \frac{3}{2} \quad 150\% \quad \frac{12}{8} \quad 3\pi \quad 0.015\times 10^{2}$$

Para otros con la competencia matemática en la dimensión de cantidad, sugeriría diferentes relaciones funcionales, relacionadas con porcentaje, ángulo de media vuelta o una vuelta completa, divisores de un número, máximo común divisor, simplificación de fracciones, escritura en el sistema decimal etc.

Si nos tomamos la licencia de hablar de grados sexagesimales con números decimales, dándole el sentido obvio a la expresión y olvidando la preferencia que da el sistema a la base 60, la pregunta,

¿Cuántos radianes hay π en grados sexagesimales?

Es un medidor de como las relaciones funcionales asociadas a la multiplicación y división son parte de la competencia matemática del que responde.

En los dos casos presentados lo fundamental no es saber la definición de porcentaje, máximo común divisor, grado sexagesimal o radián. Los campos conceptuales e incluso los esquemas, Vergnaud (1993), ayudan a formar y luego adornan la competencia matemática. Lo fundamental es manejar las relaciones funcionales de multiplicación y división en todo su significado. Ellas pueden ser correctamente aplicadas, después de simples definiciones, si se han interiorizado en significado. Al desnudar cada situación del vestido contextual quedan las relaciones funcionales. Con la intención de traer más claridad en lo que planteamos, citamos a Vergnaud (1993. p. 21): "El homomorfismo entre lo real y la representación no debe ser buscado en primer lugar al nivel de los simbolismos, sino al nivel de los invariantes operatorios contenidos en los esquemas. Es ahí donde se sitúa la base principal de la conceptualización de lo real". Los esquemas en distintos campos conceptuales sin duda son los que forman el concepto abstracto del homomorfismo. Al final deben quedar las relaciones funcionales, con todas sus propiedades, en la misma forma que cuando nos dicen "blanco", no pensamos en nubes o caballos y podemos aplicar este concepto abstracto a cosas desconocidas.

En García-Cruz y Falcón-Rodríguez (2018) explicamos el punto de vista del párrafo anterior, en relación con la clasificación de problemas. También hacemos una ligera incursión en como este punto de vista podría modificar el mismo concepto de competencia matemática y desmitificar el concepto de creatividad en Matemáticas.

Hoy queremos compartir los resultados obtenidos en el proceso de investigación-acción sobre la clasificación de problemas de un área común, no por el contexto, sino por las relaciones funcionales que se utilizan en la solución de problemas. Hemos llamado a la competencia asociada a este paquete de relaciones funcionales "razonamiento lineal". La mayor parte de la enseñanza secundaria y buena parte de la superior se relaciona con esta competencia. Más aún, los individuos que han adquirido esta competencia, difícilmente fracasen en sus estudios de Matemáticas superiores o no sean considerados como personas hábiles en Matemáticas. Hemos dividido esta competencia según el tipo de relaciones funcionales en cinco puntos que forman una unidad orgánica.

Razonamiento lineal

1. Operaciones básicas (suma, multiplicación, resta y división)
2. Proporcionalidad
3. Espacios lineales
4. Superposición
5. Reconocimiento de la no linealidad

Para cada una de los puntos anteriores, daremos dos ejemplos de problemas, que clarifican el sentido de esta división.

Operaciones básicas (suma, multiplicación, resta y división)

1. Los padres acuerdan con el hijo que por cada día que saque el perro a pasear le darán \$100, y por cada día que no lo saque, él les dará a ellos \$100. En un mes

completo el muchacho ganó $1900. Sabiendo que el año no es bisiesto, ¿Cuántos días tiene ese mes?

2. El espacio recorrido durante el segundo enésimo, por un móvil que se mueve con movimiento uniformemente acelerado, puede aproximarse por,

$$s_n = V_n$$

Donde V_n es la velocidad medida al principio de este segundo. Deducimos de esto que el espacio total recorrido por el móvil hasta el instante n es,

$$S_n = s_1 + s_2 + s_3 + \ldots + s_n$$

Halle la expresión que describe S_n y compruebe que con la aproximación usada se obtiene que el espacio recorrido depende cuadráticamente del tiempo.

Proporcionalidad

1. Una piscina se puede llenar en 5 horas con 3 bombas grandes y 2 pequeñas. Igualmente se llena en 5 horas cuando usamos 2 grandes y 7 pequeñas. ¿Cuánto demorará en llenarse con una grande y 3 pequeñas? ¿Cuáles otras combinaciones de bombas grandes y pequeñas llenan la piscina en 5 horas?
2. Los alumnos de un curso de Matemática se dividen en tres grupos con la misma cantidad de alumnos. Si en una prueba los dos primeros grupos tienen 70% y 80% de aprobados respectivamente, ¿Cuál debería ser el porcentaje de aprobados del tercer grupo para que en total los alumnos de Matemática tuvieran el 82% de aprobados?
   El texto nos dice que cada grupo contiene 1/3 del total de estudiantes. ¿Cómo resolver el problema si las fracciones que representan los grupos fueran 1/5, 2/5 y 2/5?

Espacios lineales

1. Sean a, b $\in \mathbb{R}^\alpha$ y b $\neq 0 \in \mathbb{R}^\alpha$ (El símbolo 0, significa según el valor de α=1,2 ó 3, el mismo 0, el (0, 0) o el (0, 0, 0). Llamamos recta que pasa por, con vector director al subconjunto de $\mathbb{R}^\alpha$:

$$r\,(a,b) = \{a+\lambda b / \lambda \in \mathbb{R}\}$$

   Dadas dos rectas r_1 y r_2 probar que es cierta la siguiente tricotomía:
   a) $r_1 = r_2$
   b) $r_1 \cap r_2 = \varnothing$
   c) $r_1 \cap r_2$ es un conjunto unitario

Discutir el resultado de acuerdo al valor de α.

2. Compruebe que las homotecias llevan líneas rectas en líneas rectas y que, dados dos puntos del plano, sus imágenes por una homotecia están a una distancia en razón fija con la distancia que hay entre ellos. Pruebe que esto implica que se conservan los ángulos entre dos segmentos concurrentes. Cuando una transformación conserva ángulos se dice que es una transformación conforme.

Superposición

1. Dos disoluciones acuosas de sal común están al 3.5% y 7% respectivamente. ¿Qué tipo de disoluciones podemos obtener mezclando porciones de ellas?
   Obtenga el valor exacto de las porciones para obtener una disolución al 5%.
2. Un certificado de depósito da intereses del 4% anual que se pagan en la forma de 0.33% mensualmente. Los intereses se depositan en la cuenta al principio de cada mes y ese primer mes no acumulan nuevos intereses, empezando a acumular en el segundo mes. Si después de 4 años completos, la cuenta tiene 1,000,000 de pesos. ¿Cuál fue el depósito inicial?

Reconocimiento de la no linealidad

1. ¿Corriendo los primeros 400 m de una carrera de 800 m a una velocidad V, y los otros cuatrocientos a la velocidad $2V$, se hace el mismo tiempo que si corremos todo el tiempo a la velocidad $3V/2$?
2. Dos líneas aéreas reducen sus vuelos. La primera de 90,000 Km. a 80,000 km. diarios. La segunda de 60,000 a 55,000 km. al día. ¿Cuál tendrá que despedir más trabajadores?

Nuestra tesis es:

La creatividad en el "razonamiento lineal" es la posibilidad de aplicar las relaciones funcionales asociadas a todas las unidades descritas arriba, de una manera interrelacionada y en cualquier contexto. Es la existencia de esta creatividad la que garantiza la posesión de la competencia.

La creatividad mencionada en el párrafo anterior, es la que en [3] llamamos creatividad de tipo 1. La creatividad de tipo 2 es aquella en la que el individuo descubre o inventa nuevas (para el sujeto) relaciones funcionales que resuelvan o modifiquen el estado de un problema.

METODOLOGÍA Y RESULTADOS

El equipo de investigación ha realizado talleres experimentales con estudiantes de diversos niveles. Los talleres han sido planeados con las siguientes características:

Objetivos de los talleres

1. Evaluar, al comienzo, competencias específicas adquiridas.
2. Evaluar, al comienzo, la creatividad ante el tipo de problemas planteados.
3. Evaluar cómo se estimula el camino a la creatividad mediante la selección adecuada de la secuencia de problemas.
4. Realizar una evaluación final por parte del especialista en relación a competencias adquiridas y creatividad del grupo.
5. Evaluación de la conveniencia de introducir el "razonamiento lineal "como la competencia abarcadora de las habilidades para resolver problemas de:
   - Sumas y multiplicaciones.
   - Proporcionalidad.
   - Espacios lineales.
   - Superposición.
   - Identificación de la "no linealidad".

Instrucciones dadas en los talleres

La actividad debe desarrollarse de la forma más espontánea posible, para que el instructor- especialista pueda hacer una evaluación objetiva de la situación del grupo. Se invitará al grupo a trabajar en equipos y a que se expliquen unos a otros los puntos de vista. No es necesario llevar las soluciones hasta el final. Para finalizar los estudiantes serán involucrados en la evaluación de la actividad. La escala de evaluación será de 1 a 5, siendo 1 la respuesta más negativa y 5 la más positiva (Tabla 1). Además del instructor, cada estudiante llenará un modelo.

El material que se ha utilizado en la confección de los talleres se ha preparado utilizando la retroalimentación de los mismos talleres, en una aproximación por etapas a la definición de "razonamiento lineal", para evitar en la medida de lo posible el sesgo que podrían introducir los especialistas.

Queremos destacar la amplia acogida por parte de estudiantes y profesores a esta iniciativa de estimulación de la creatividad, utilizando la resolución de problemas organizados y clasificados dentro de lo que hemos llamado competencia de razonamiento lineal.

Los talleres se pueden caracterizar por la diversificación contextual y el orden gradual de las relaciones funcionales utilizadas en los problemas, evitando los recetarios que se utilizan en la mayoría de los escenarios donde se enseñan las matemáticas, incluidas asignaturas de la enseñanza superior.

Los talleres han sido implementados para estudiantes y profesores de los diferentes niveles de enseñanza, con énfasis en quienes estudian para maestros o son profesores en ejercicio.

La evaluación que los estudiantes han dado de las actividades puede verse en la figura 1:

Tabla 1. Plantilla de valoración.

N°	Indicadores	Definición	1 ↔ 5
1	Claridad y precisión	Las preguntas están redactadas en forma clara y precisa, sin ambigüedades.	
2	Coherencia	Las preguntas guardan relación con lo aprendido anteriormente.	
3	Validez	Las preguntas han propiciado la creatividad o al menos se ha pensado en cosas en las que nunca se había pensado antes.	
4	Orden	Las preguntas han sido planteadas yendo de las más simples a las más complejas.	
5	Inocuidad	La frustración no afloró.	
6	Utilidad	Las preguntas les brindaron a los estudiantes una visión distinta de la Matemática.	
7	Novedad	Cree que es correcto definir la competencia de razonamiento lineal como la unión de las habilidades para resolver problemas de: a) Sumas y multiplicaciones. b) Proporcionalidad. c) Espacios lineales. d) Superposición. e) Identificación de la "no linealidad".	
8	Creatividad	Ha sentido ser creativo en Matemática durante este encuentro.	
9	Evaluación	Como evalúa la actividad en conjunto.	

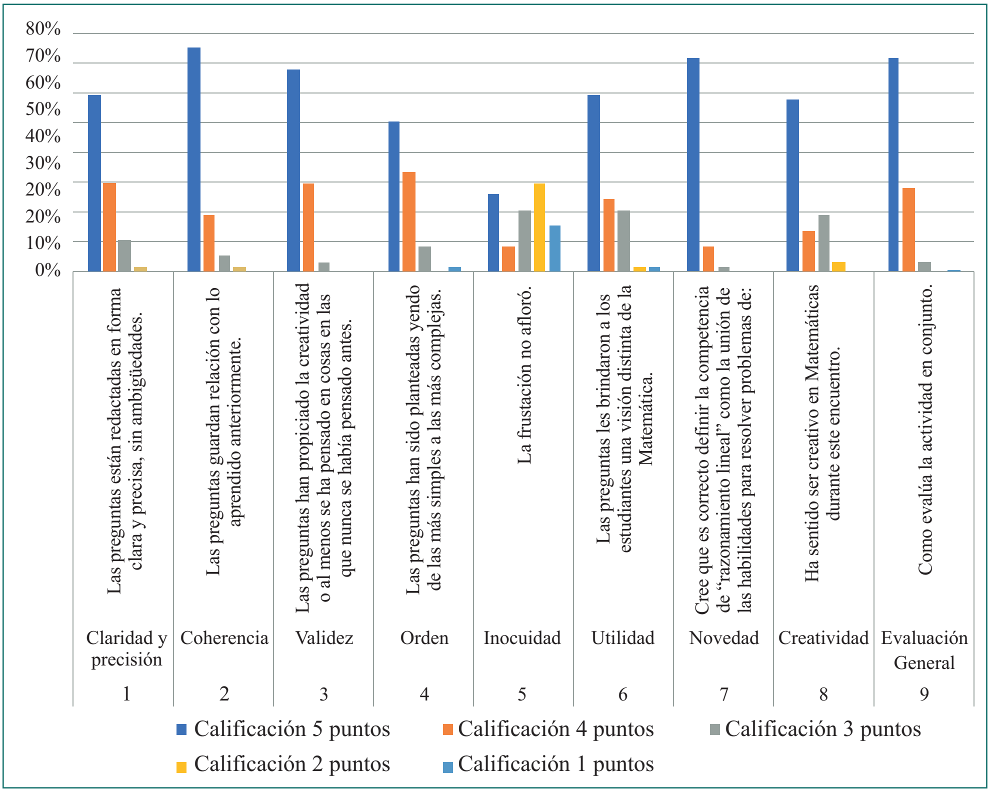

Figura 1. Evaluación de las actividades propuestas.

CONCLUSIONES

Alsina (2008) nos recuerda que "Es en función de buscar su éxito en las matemáticas que de vez en cuando conviene replantearse lo que hacemos, lo que evaluamos y cuáles son los grandes objetivos. Hoy hablamos de competencias, mañana quizás hablaremos de otro enfoque. Cada momento nos trae su problema y es razonable encontrar soluciones. Las innovaciones nos han de ayudar a hacerlo mejor". Con este enfoque hemos trabajado para concluir que:

- La enseñanza basada en problemas es el instrumento ideal para la adquisición de la competencia de razonamiento lineal.
- Los problemas deben estar enmarcados en diversos contextos, preferentemente tantos como problemas, para evitar la tendencia a construir recetas y/o memorizaciones.
- Los problemas deben estar graduados en dificultad, pero sobre todo por el tipo de relaciones funcionales que utilizan. Esto permite el desarrollo y evaluación de la creatividad.

- El hallazgo, por parte del estudiante, de alguna relación funcional necesaria para la modificación del estado del problema, debe ser priorizado a la repetición o sistematización de un determinado proceso.
- La interrelación de todas las relaciones funcionales ha de ser destacada, mostrando como ellas se adaptan a contextos muy disímiles.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alsina Catalá, C. y Pérez Gómez, R. (2008). Competencia matemática e interpretación de la realidad. Ministerio de Educación, Secretaría General Técnica. España.

Bloom, B. S. (1956). T*axonomy of Educational Objectives. Vol I: The Cognitive Domain*. New York: David McKay Co Inc.

García-Cruz, M., y Falcón-Rodríguez, C. (2018). Clasificación de problemas de matemáticas enfocada al desarrollo de la creatividad. *Revista Caribeña de Investigación Educativa (RECIE), 2*(2), 107-119. https://doi.org/10.32541/recie.2018.v2i2.pp107-119

OECD. (2003). *The PISA 2003 assessment framework mathematics, reading, science and problem-solving knowledge and skills*. Paris: OECD.

Ortiz-Buitrago, J. y Sánchez-Tovar, L. (2020). Educación en tiempos de incertidumbre. Una mirada a la actuación del docente de matemáticas. *Matemáticas, Educación y Sociedad, 3*(3), 29-43

Vergnaud, G. (1993). *La teoría de los campos conceptuales. En: Lecturas en Didáctica de las Matemáticas Escuela Francesa.* Sección de Matemática Educativa del CINVESTAV-IPN: México D. F.