A INTENSIDADE DOS ALGORITMOS NAS SÉRIES INICIAIS: UMA IMPOSIÇÃO SÓCIO-HISTÓRICO-ESTRUTURAL OU UMA OPÇÃO VALIOSA?

Maria do Carmo Domite Mendonça*

RESUMO Como nós professores podemos reconhecer/valorizar ou não o quadro que aí está em Educação Matemática? Como nós professores-pesquisadores podemos compreender a ansiedade existente em treinar os algoritmos convencionais, quando o assunto é o cálculo das operações aritméticas básicas? Um caminho para a mudança seria focalizar/discutir o que, naturalmente, tem bloqueado atitudes de maior autonomia frente a esse fato matemático, imoblizando-nos mesmo para qualquer inovação. Então, usando argumentos que serão descritos neste artigo, ressaltei o modelo dos "fatores de pressão", direta ou indiretamente, ligados aos procedimentos frente aos algoritmos - o estrutural, o histórico e o social - que limitam e impedem os professores a refletir, discutir e pesquisar o potencial em Educação Matemática do desenvolvimento de outras formas para realizar o cálculo das operações aritméticas básicas.

PALAVRAS-CHAVE: Cáculo escrito convencional; Cálculo mental; Algoritmo; Pressão interna/externa; Significado; Influência; Mudança, Autonomia.

ABSTRACT How can we recognize/value or not the framework that we have in Mathematics Education? How can we, researchers/teachers, understand the anxiety existent in trainning the conventional algorithms when the subject-matter is the computation of the basic arithmetical operations? One key to transform this picture would be to focus and to discuss what has blocked a much more autonomous attitude towards this issue. In this article I stress the model "factors of pressure" linked, whether overtly or not, to this mathematical aspect - the structural, the historical and the social - that restrain and contain the teachers from reflecting, discussing and searching Mathematics Education potential of some other ways of doing the computation of our basic arithmetical operations.

KEY-WORDS: Conventional paper-and-pencil calculation; Mental calculation; Algorithm; Intern/extern pressure; Meaning; Influence; Transformation; Authonomy.

---

*Docente da Área de Educação Matemática do Departamento de Metodologia de Ensino da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas/UNICAMP.

Paulo deseja saber quanto a turma da escola precisa juntar para comprar doze uniformes de futebol - cada um custa 25 reais.

A tira acima mostra que, apesar do enorme empenho da escola em ensinar/treinar/fixar os algoritmos[1] das operacões matemáticas básicas - as tais contas -, nem sempre eles são utilizados no dia a dia... mas, em geral, é "camisa de força" e de pouca compreensão! Pois é, parece que Paulo não se utiliza do procedimento convencional para fazer uma multiplicação, mas sim de um jeito próprio, talvez criado especialmente para fazer "conta de cabeça". Isto nos faz supor que desde que Paulo pôde, fora da escola, ter autonomia para governar seu próprio raciocínio para o cálculo, ele fez relações próprias, mais convenientes para cada tipo de cálculo, diferentes daquelas utilizadas pelos passos que regem o algoritmo da multiplicação ensinado na escola. Por exemplo, como acima, se ele tem que multiplicar por 25, então multiplica por 100, que é 4 vezes 25, talvez porque é mais fácil para ele e, daí, compensa dividindo o resultado por 4. Será que podemos dizer que Paulo está "fazendo Matemática" como um matemático?

O meu objetivo neste artigo não é combater/desbancar o **uso e abuso** dos **algoritmos convencionais**, pois não pretendo "remar contra a maré", mas sim questionar uma atitude pedagógica, tentando desvelar algumas forças que têm levado

[1]O termo **algoritmo** vem de **algorismi** o qual vem de **algorismo** que foi o nome dado, pelos latinos, quando se referiam ao esquema de numeração usando numerais hindus. Essa notação é derivada do nome do grande matemático árabe **Mohammed ibu-Musa al-Khowarizmi**, o responsável pela versão/divulgação do sistema de numeração posicional hindu para a sociedade árabe e, atualmente, nosso sistema de numeração (BOYER, 1974).

a um treino exagerado das técnicas operatórias das operações aritméticas básicas. Na verdade, esta reflexão pretende sensibilizar o professor ou professora das séries iniciais para que realize sua ação pedagógica - o ensino do cálculo das operações aritméticas - com mais consciência das forças que têm intensificado, em tão alto grau de exagero, este aspecto do ensino e as possíveis perdas e ganhos, no que diz respeito ao desenvolvimento do pensamento matemático do aluno. Vale também aqui dizer que eu nada pretendo afirmar, com fundamento, sobre a melhor maneira de ensinar e aprender o cálculo das operações aritméticas básicas. Só um estudo paciente, metódico, aplicado a grupos sócio-cognitivo-culturais diferentes, seria capaz de encaminhar a solução de tal problema. Excluo aqui, então, a procura de soluções baseadas em considerações essencialmente dedutivas.

Assim, quero discutir neste artigo que, do meu ponto de vista, essa ênfase exagerada no ensino destes algoritmos deve ser vista como a superposição de três **fatores de pressão** que irei discutir separadamente: **o estrutural, o social e o histórico.**

Na verdade, estarei duscutindo dois aspectos interligados do ensino, no caso do ensino da Matemática, que podem ser assim delineados: 1) em geral, um fazer pedagógico não é produto de um único motivo facilmente identificável, mas de vários fatores interdependentes que, juntos, influenciam sobremaneira as atitudes do professor; 2) o fazer pedagógico está diretamente ligado às "verdades" estabelecidas pelo e para o professor, as quais estão condicionadas pela cultura social vigente, pelo conhecimento científico, pelas experiências profissionais e pelas experiências pessoais (Ponte, 1992).

Antes da discussão propriamente dita, quero salientar alguns pontos que talvez possam ajudar o leitor a compreender melhor o conteúdo e a forma deste artigo e a minha pretensão em amenizar alguns obstáculos da pedagogia da Matemática nas séries iniciais. Assim, como a finalidade deste texto é didático, acho importante garantir a compreensão de alguns termos centrais usados no texto.

Em primeiro lugar, acho fundamental deixar claro o significado de **algoritmo.** Um algoritmo é uma sequência de passos pré-estabelecidos que, se seguidos, devem levar ao sucesso de uma tarefa. Isto é, se executarmos, numa sequência, os passos elaborados para realizar um algoritmo de uma operação matemática, estes certamente nos levarão a um resultado correto. **Algoritmo** também aparece, nos programas escolares, com o nome de **técnica operatória**. A técnica do "vai um" é o algoritmo convencional da adição e os seus passos, numa sequência, são: 1º passo, colocar os números a serem somados na posição vertical, unidade sobre unidade, dezena sobre dezena e assim por diante; 2º passo, somar as unidades; 3º passo, se a soma das unidades ultrapassar 10, "vai uma ou mais dezenas" para a coluna das dezenas e .... assim por diante. Em geral, os algoritmos convencionais apresentam a forma mais econômica e resumida de se realizar, por escrito, o cálculo de uma operação e são arranjos muito elegantes e belos.

Esse comentário nos remete à observação de Poincaré, "o matemático não estuda a Matemática pura porque ela seja útil; ele a estuda porque deleita-se com ela, e deleita-se com ela porque ela é bela" (POINCARÉ, apud HUNTLEY, 1985: introd).

Em segundo lugar, quero explicar porque achei importante usar o adjetivo **convencional**, ou melhor, não só dizer algoritmo, mas **algoritmo convencional.** Como foi dito, toda vez que seguimos certos passos, segundo a mesma mecânica de operação e numa mesma sequência, estamos utilizando um procedimento algorítmico. Eu poderia dizer que uma pessoa tem um **procedimento algorítmico para fazer arroz**, se ela executa essa tarefa sempre na mesma sequência e consegue explicitar, passo a passo, as ações que realiza. Ao contrário, podemos dizer, talvez, que muitas de nossas bisavós não saberiam explicar, com clareza e quantificação bem definida, tais passos numa sequência pré-determinada. Pois é, pode ser que elas não tivessem um procedimento algorítmico para fazer arroz, mas, em geral, faziam um arroz dos deuses! Desse modo, esclarecendo ainda mais a questão do termo **convencional**: se uma pessoa, toda vez que precisa subtrair, mentalmente ou por escrito, um número de outro de dois algarismos, ela sempre retira primeiro as dezenas e depois as unidades restantes - por exemplo, 117 - 35 = → 117 - 30 = 87 → 87 - 5 = 82 -, então ela tem um procedimento algorítmico para o cálculo da subtração, mas um **algoritmo de criação própria**, e não o **convencionalmente** utilizado pela maioria das pessoas, ou seja, a famosa **"técnica do empresta"**, em geral, ensinado na escola.

E você, leitor-professor, quanto tem refletido sobre as vantagens em motivar e ajudar seus alunos a criar e usar algoritmos próprios? Posso apostar que se você começar a prestar atenção a estas questões verá o quanto é sedutora e envolvente a idéia de colocar seus alunos frente a uma atividade criadora e, portanto, numa relação de maior autonomia com o conhecimento matemático. Pois, faça algum movimento nesta direção! Motive seus alunos para o exercício do **cálculo mental** e do **cálculo escrito não convencional** e cheque as vantagens quanto ao desenvolvimento de raciocínio e da compreensão para o cálculo dessas operações básicas. Do mesmo modo vá atrás de uma discussão deste tipo com os seus companheiros de trabalho. Apesar de reconhecer que muitos professores e professoras poderão agarrar-se teimosamente aos velhos padrões quando você sugerir uma mudança para um cálculo mais criativo e autônomo, tenho certeza de que você terá muitos adeptos quando eles, numa atitude de professor-pesquisador, experimentarem um trabalho pedagógico em que o aluno pode **tomar nas mãos os caminhos, a solução de uma tarefa matemática.** Essa nossa certeza tem o sentido bem explicitado em GADOTTI, M., FREIRE, P. e GUIMARÃES, S. (1989): "Convencer é também conhecer juntos".

Vamos, então, discutir resumidamente os **fatores de pressão** mencionados - o **estrutural**, o **social** e o **histórico** - que têm levado os professores e professoras a uma "fixação" na fixação dos algoritmos, em especial nas séries iniciais. Se você, leitor, pretende continuar esta leitura, peço que pegue lápis e papel para acompanhar a discussão daqui para diante. Minha sugestão é que você reflita sobre cada tipo de técnica, repita-as com outros números e faça escolhas para a sua atividade pedagógica, levando em conta sempre sua pré-disposição para **transmiti-las** e a possibilidade de compreensão por parte dos alunos. Atenção: mais uma vez é preciso haver entendimento! O termo **transmissão** pode perturbar o bom encaminhamento deste texto. Apesar de reconhecermos que a transmissão pelo mestre, pela via da informação/explicação, é naturalmente própria desse aspecto da Educação Matemática - ensinar os passos convencionais de uma técnica - ainda assim nos sentimos incomodados em não explicitar a preocupação com a compreensão, por parte do aluno, de cada uma das relações que frequentemente podem organizar o seu processo de conhecimento. Mas esta discussão eu vou deixar para a etapa de fechamento dessa nossa reflexão.

Para exemplificar o que se segue, escolhi trabalhar com o cálculo da multiplicação dos números naturais. Na verdade, essa escolha foi determinada pelo diálogo entre Paulo e Juca, porque o Juca é exatamente o protótipo do aluno que não queremos desenvolver!

O fator de pressão estrutural - O conjunto de regras que orienta a nossa maneira de escrever os números tem um papel regulador/organizador essencial sobre os passos das técnicas elaboradas para operar com esses números. É absolutamente estreita esta ligação. Em outras palavras, as relações implícitas em cada um dos passos dos algoritmos convencionais estão organizadas de acordo com os princípios básicos[2] que

---

[2]Como sabemos, todo sistema de numeração é um conjunto de representações simbólicas ou códigos, estruturado por princípios lógico-matemáticos, para expressar as quantidades; em geral, a contagem para a formação desses códigos é feita por meio de agrupamentos - a quantidade escolhida para formar os agrupamentos é a base do sistema, que no nosso caso é dez. O nosso sistema de numeração é organizado por alguns princípios. Vamos rever tais princípios, utilizando o número ou código 125 como exemplo:

- **princípio do agrupamento**: em 125 há 5 elementos não agrupados;
  2 grupos de 10 elementos;
  1 grupo de 10 x 10 ou 100 elementos.

- **princípio aditivo**: 125 = 100 + 20 + 5

- **princípio multiplicativo**: 125 = 1 x 100 + 2 x 20 + 5 ou $1 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 5 \times 10^0$

- **princípio posicional**: cada número, que compõe o código, tem o valor referente à posição que ele ocupa; por exemplo, o número 2, nesta posição em 125, vale 20 ou dois grupos de 10;

regem a estrutura do **nosso**[3] sistema de numeração, particularmente com dois deles: o **princípio do valor posicional** e o **princípio do agrupamento de dez em dez.**

De fato, estritamente falando, para realizar cada um dos algoritmos convencionais, como por exemplo o "vai um" da adição ou o "empresta" da subtração, deve-se, primeiramente, organizar os números por colunas, o que significa considerar o **valor posicional ou as ordens**: ordem das unidades, das dezenas, das centenas etc. Daí, opera-se pelas colunas, ou seja, considera-se o valor em cada posição e a quantidade de grupos de dez entre as colunas vizinhas. Veja também o que se passa com o algoritmo para o produto 12 x 25.

	Passo 1	Passo 2	Passo 3	Passo 4...
→	arrumar os números ordem sobre ordem da mesma espécie; (posição)	realizar o produto entre as unidades; as dezenas que se formam devem se juntar na coluna das dezenas. (posição e agrupamento)		

$$\begin{array}{r|l} 1 & 2 \\ \times\ 2 & 5 \\ \hline & \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{rr} {\scriptstyle 1} & \\ 1 & 2 \\ \times\ 2 & 5 \\ \hline & 0 \end{array}$$

- **princípio do zero:** usa-se um símbolo para indicar ausência de quantidade; o zero ajuda a definir as outras posições.

[3] O termo **"nosso"**, utilizado para referenciar o sistema de numeração usado por nós, significa que reconhecemos que há ou houve outros sistemas de numeração em uso. Desde o tempo em que os homens começaram a contar/controlar as coisas até o aparecimento do sistema hindu-arábico, que é o nosso, diversas civilizações da Antiguidade, como a dos egípcios, babilônios, maias, entre outras, chegaram a sistemas bastante funcionais como o nosso. Assim, o termo **"nosso"** é para diferenciar das outras criações.

Na verdade, esse cálculo é baseado na propriedade distributiva cujas somas são compostas por grupos de dez. O que se passa nas entrelinhas do algoritmo da multiplicação é o seguinte[4]:

$$12 \times 25 = (10 + 2)\,(20 + 5) =$$

$$= [\,(10 + 2)\,20\,] + [\,(10 + 2)\,5\,] =$$

$$= 10 \times 20 + 2 \times 20 + 10 \times 5 + 2 \times 5 =$$

$$= 200 + 40 + 50 + 10 =$$

$$= 300$$

Na conta abaixo, os produtos representados verticalmente:

$$\begin{array}{rl}
12 & \\
\underline{\times\ 25} & \\
10 & (5 \times 2) \\
50 & (5 \times 10) \\
40 & (20 \times 2) \\
\underline{200} & (20 \times 10) \\
300 &
\end{array}$$

Com o aluno esta técnica pode ser trabalhada do seguinte modo, entre outras maneiras:

1 - construir um esquema geométrico linha-coluna[5], de preferência em papel quadriculado, de modo que ele possa visualisar o produto 12 x 25 (fig.1);
2 - representar geometricamente as operações apoiadas na propriedade distributiva (fig. 2);

[4]Este procedimento, em geral, não deve ser apresentado/trabalhado com os alunos. Dificilmente um aluno, na faixa etária em que usualmente enfrenta essa técnica, se interessará ou compreenderá esssas representações, de modo horizontal, que explicitam em detalhes o uso da propriedade distributiva no algoritmo da multiplicação.

[5]Supõe-se que o arranjo geométrico do tipo linha-coluna já tenha sido apresentado/discutido com os alunos de modo a ajudá-los a construir o conceito de multiplicação.

3 - explicitar, verticalmente na conta, todos os produtos (fig 3).
4 - finalmente, apresentar os produtos verticalmente, de maneira combinada (fig. 4).

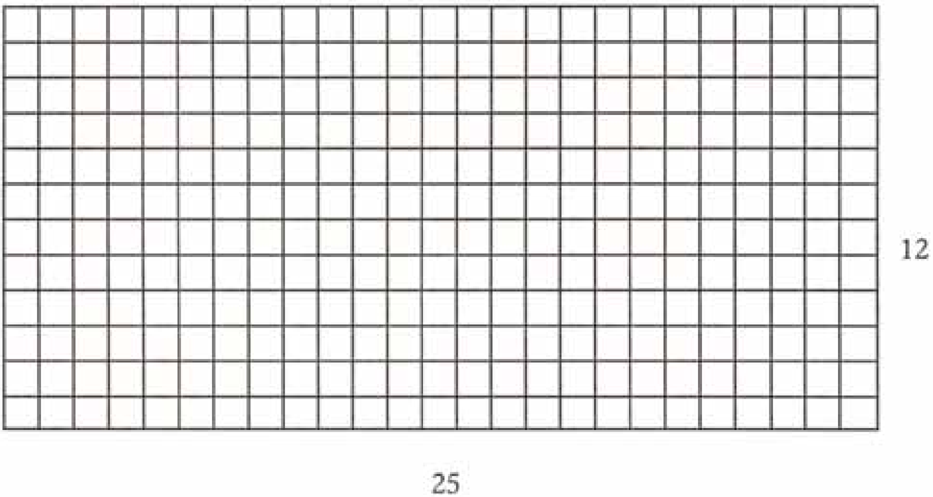


fig. 1

Ainda para efeito didático, a multiplicação 25x12 por meio do diagrama linha-coluna e a representação, na conta, de cada um dos produtos parciais:

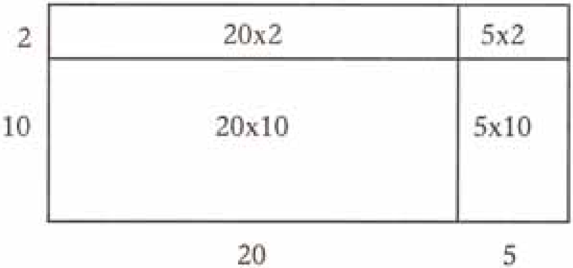


fig. 2

$$\begin{array}{rl} 12 & \\ \underline{\times\ 25} & \\ 10 & (5\text{x}2) \\ 50 & (5\text{x}10) \\ 40 & (20\text{x}2) \\ \underline{200} & (20\text{x}10) \\ 300 & \end{array}$$

fig. 3

$$\begin{array}{r} 12 \\ \underline{\times\ 25} \\ 60 \\ \underline{240} \\ 300 \end{array}$$

fig. 4

Assim, com **fator de pressão estrutural** queremos dizer que os algoritmos das operações aritméticas estão submetidos à força do ambiente posicional-agrupamento decimal. De um modo geral, esses princípios que organizam a estrutura do nosso sistema de numeração determinam os passos de todas as técnicas que lidam com seus números, isto é, estão presentes na mecânica das técnicas operatórias do "vai um" da adição, do "empresta" da subtração, entre outras.

De fato, de um certo modo, é comum a presença desta interligação entre as regras que organizam um sistema de numeração e as regras envolvidas nos cálculos escritos que operam com os números do sistema. Do mesmo modo, observa-se que o contrário naturalmente se dá: por exemplo, no caso do sistema dos egípcios, no qual a regra da posição não era considerada e o princípio básico era o da adição, nada parecido com o nosso é visto no modo deles calcularem a multiplicação[6].

Vale aqui salientar que este tipo de pressão que tem levado a ensinar o cálculo das operações básicas sempre recorrendo à relação de agrupar e reagrupar e ao princípio da posição, ou seja, relacionada à estrutura do sistema de numeração posicional, é um fator de ordem **internalista** no sentido que esta influência não está diretamente relacionada a fatores sócio-culturais, mas nasce e germina no próprio terreno da Matemática.

Ainda com relação à pressão de ordem estrutural, vale também comentar que o procedimento utilizado por Paulo não está preso, pelo menos diretamente, ao princípio posicional. O leitor pode lembrar que ele faz: 12 x 100, que vem da composição de

[6] Vamos lembrar ou apresentar, para quem ainda não conhece, a técnica operatória da multiplicação dos egípcios. Por exemplo, para multiplicar 17 x 12, eles procediam assim:

passo 1	passo 2
17 x 12	→ 17 x 12
8 24	8 24
4 48	4 48
2 96	2 96
1 192	→ 1 192

resultado: 12 + 192 = 204

Esse método de multiplicar ficou conhecido pelo nome de "duplificações sucessivas". Na verdade, a palavra multiplicação tem o significado deste método. Ela vem do Latim "multiplicare" resultante de: "plicar" como "dobrar" e "multi" como "vários". Sabe-se que os egípcios tinham inúmeras tabelas de duplificações, em especial, para trabalhar com o cálculo dos números inteiros e fracionários. A justificativa dessa técnica não será discutida neste trabalho. Uma das maneiras de entender a sua validade é relacionar seus passos com as regras da escrita dos números em um sistema posicional base 2, apoiando-se na idéia de agrupar e reagrupar e reagrupar e reagrupar ... de dois em dois.

operadores 12 x (4 x 25); então, o resultado 1200, ele divide por 4 (propriedade da compensação) e obtém 300. Viva a autonomia e criatividade de Paulo!

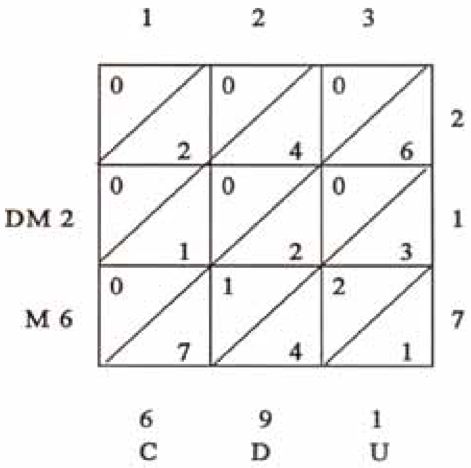
O fator de pressão histórico - É importante que tenhamos claro a influência de modos anteriores de realizar uma técnica operatória sobre as nossas de hoje. Isto é, reconhecer que a Matemática é resultado de um processo histórico e, por isso, grande parte da sua maneira de operar as relações quantitativas e geométricas, suas notações e arranjos linguísticos, têm um passado que é fonte de origem para os modelos atuais. AABOE (1984), numa análise comparativa sobre o desenvolvimento de diferentes tipos de conhecimento, desde a antiguidade até os tempos modernos, lembra-nos:

> *... somente a Matemática pareceria familiar a nosso estudante: ele poderia resolver equações quadráticas com seus colegas babilônios e fazer construões geométricas com os gregos. Isso não quer dizer que ele não perceberia diferenças, mas elas seriam somente de forma, e não de conteúdo; o sistema numérico dos babilônios não seria o mesmo que o nosso, mas a fórmula babilônia para resolver equações quadráticas é usada ainda hoje... A permanência única e a universalidade da Matemática, sua independência do tempo e do contexto cultural, são consequências diretas de sua própria natureza.*

Na verdade, mesmo aqueles que só reconhecem a Matemática como um processo teórico construído de maneira dedutiva, uma coleção de postulados e teoremas, não podem deixar de aceitar que há um passado presente nessa Matemática, porém nem sempre resultante de um processo dedutivo, mas até mesmo a partir de motivações de ordem prática. É o caso, como sabemos, dos "Elementos" - as primeiras formas de enunciados e afirmações e mesmo muitos dos teoremas resultaram do desenvolvimento de uma outra maneira de fazer Matemática, talvez classificada como grosseira, mas significativa para quem a manipulava e fonte básica e preciosa para o novo arranjo dado por Euclides. Aliás, esse movimento histórico de elaboração da Matemática parece despertar, naturalmente, uma tensão motivadora dentro das pessoas que criam Matemática, pois sabemos que um dos prazeres mais fortes que o matemático pesquisador experimenta é o de melhorar/embelezar/aprimorar a demonstração de um teorema, uma fórmula, um exemplo ou um algoritmo.

Considerando o que foi dito, tradição/hereditariedade no modo de fazer Matemática, vamos examinar um dos métodos para multiplicar, usado pelos árabes e provavelmente obtido dos hindus, analisando o quanto este é determinante na organização do nosso. Com certeza o leitor deve estar pensando que esta influência é mais do que natural, pois sendo o nosso sistema de numeração, historicamente, herança hindu-arábica, naturalmente teremos métodos para calcular estruturalmente semelhantes aos deles. Aqui sobrepõe-se os dois primeiros fatores de pressão já comentados: o estrutural e o histórico.

Vejamos, então, os procedimentos de um dos métodos para multiplicar usado pelos árabes. Tomemos como exemplo o cálculo de 123x217:



U: unidade
D: dezena
C: centena
M: milhar
DM: dezena de milhar

Então: 123 x 217 = 19662

Agora por partes. Esse método percorre as seguintes etapas:

1 - Desenha-se um diagrama linha-coluna com tantas colunas quanto são os dígitos de um dos números e tantas linhas quantos são os dígitos do outro. Traça-se as diagonais dos quadradinhos e escreve-se os números (correspondentes aos fatores) fora do diagrama, como na figura 5;

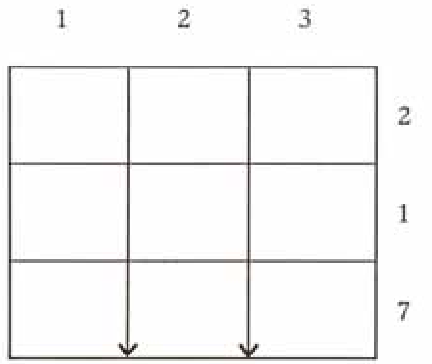


fig. 5

2 - Traça-se as diagonais dos quadradinhos como na figura 6;

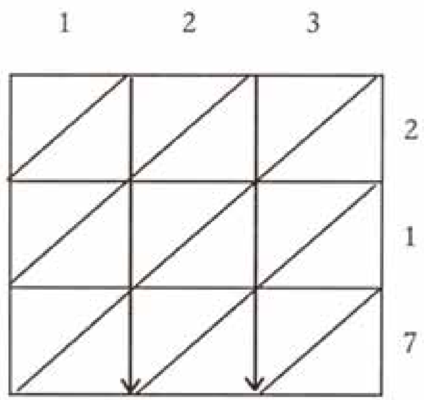


fig. 6

3 - Multiplica-se cada par de números, das linhas e colunas que se interceptam e escreve-se o resultado, respeitando a divisão pela diagonal (fig. 7);

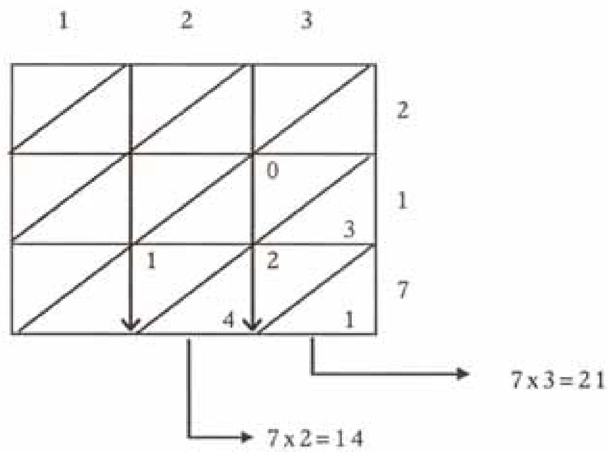


fig. 7

4 - Feitas as multiplicações, somam-se os números de cada diagonal e escreve-se o resultado fora do diagrama, ao pé de cada diagonal (fig.8).

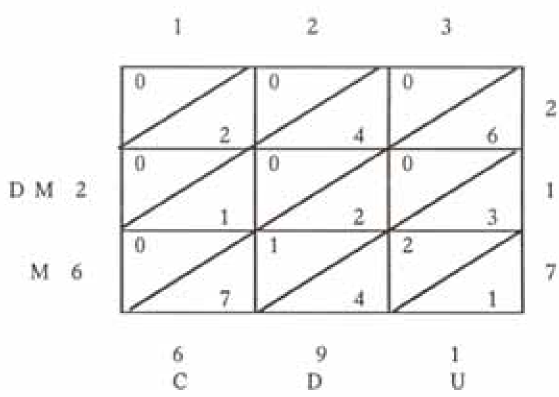


fig. 8

Para compreender melhor a explicação deste método, vamos relacioná-lo com a "nossa" maneira de fazer a conta de multiplicar:

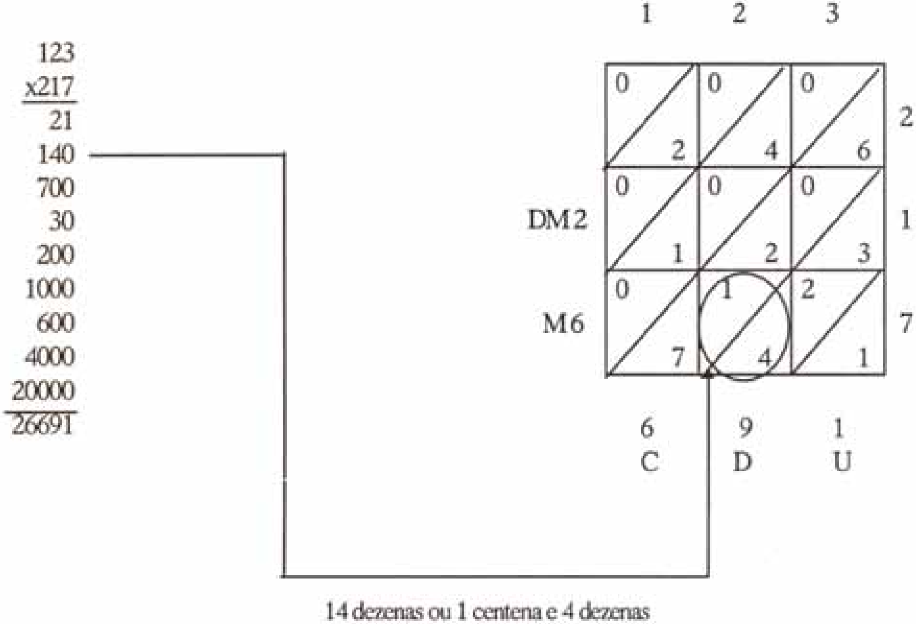


fig. 9

Observação: Como cada quadradinho da grade é dividido, pela diagonal, em dois triangulinhos, o número resultante de cada produto pode ser escrito de modo que não seja preciso representá-lo como parte de outro agrupamento, ou seja, realizar o "vai um".

Procurando clarear ainda mais as etapas deste método, destacarei uma parte do diagrama, estudando-o com mais detalhes. Veja, por exemplo, a faixa escurecida das centenas (fig. 10):

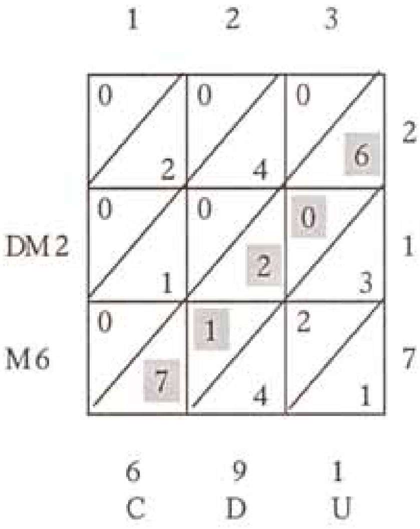


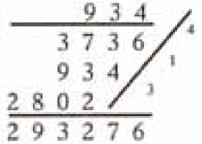
fig. 10

o número 6, da extremidade acima à direita é resultado de 200 x 3 = 600, isto é, **6 centenas**;
o número zero abaixo é resultado de 10 x 3 = 30, isto é , **não há centenas**;
o número 2 seguinte é resultado de 10 x 20 = 200, isto é, **2 centenas**;
o número 1 a seguir é resultado de 7 x 20 = 140, isto é , **1 centena** e,
o número 7, por último, é resultado de 100 x 7 = 700, isto é, **7 centenas**.

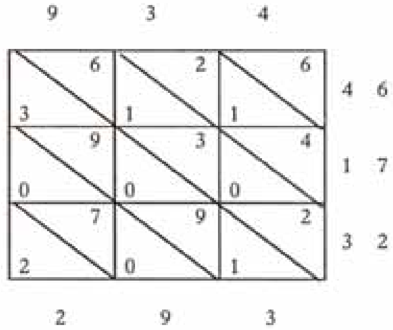
Portanto, estamos somando centenas e teremos: 6 + 0 + 2 + 1 + 7 = 16 centenas (c). Daí, como em 16 centenas há um milhar e só podemos escrever um dígito como resultado, é preciso realizar o "vai um" da soma. Na faixa dos milhares somamos 1 a mais.

Este método era freqüentemente chamado "gelosia" ou "método da grade" por causa de sua forma. Segundo EVES (1976), a chave para entender os algoritmos elaborados pelos hindus está, entre outros aspectos, em conhecer os tipos de materiais/ferramentas que estavam à disposição dos calculadores. Relata Eves que, segundo o historiador alemão H. Hankel, eles geralmente escreviam numa lousinha pequena ou numa tabuinha (menor que um "foot square" ou 2,5 cm²) com um varinha apontada, como caneta bico de pena, usando uma tinta bem fácil de ser apagada. Assim, o espaço para escrever era sempre muito pequeno, por isso não permitia traçados grandes e bem legíveis, mas possibilitava fazer correções facilmente.

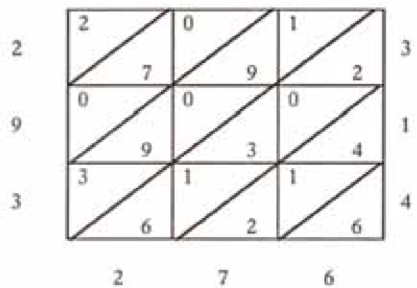
Três dos métodos para multiplicar, entre as oito diferentes formas apresentadas por Pacioli, em seu trabalho intitulado "Summa" publicado em 1494, são usados abaixo para realizar a multiplicação 934 por 314. O método (a) é ainda mais próximo ao que usamos hoje; o método (b) difere do que foi apresentado neste trabalho somente pelo fato da soma das diagonais começar do canto direito de cima e, então, seguir esta orientação sucessivamente[7]. O método (c) é exatamente o que foi anteriormente estudado.



(a)



(b)



(c)

Agora, caro leitor, se essas formas para multiplicar são novidades para você e estão provocado-o a experimentá-las, faça algumas multiplicações do jeito hindu-arábico e reflita um pouco mais sobre a proximidade estrutural entre elas e a nossa atual. Que tal, começar ajudando o irmãozinho de Paulo a saber quanto vai gastar com os uniformes? Faça 12 x 25 e depois outras como 228 x 25 e 604 x 47.

---

[7]Esses exemplos foram retirados do NCTM Yearbook, 1969, Historical Topics for the Mathematics Classrrom, 3ª edição, 1976, U.S.A: National Council of Teachers of Mathematics.

Como podemos observar, nosso algoritmo da multiplicação não é novo nem original. Ao contrário, ele é um conhecimento produzido historicamente que vem se fazendo presente pela própria força/impulso que gerou sua construção. Naturalmente, ele passou por um aperfeiçoamento, tornando-se mais elegante e mais adequado para o lápis e o papel.

Em síntese, quero enfatizar que o homem sempre valoriza a produção de sua sociedade e transmite a outros as práticas da cultura na qual ele vive. Esse movimento processual de valorização, assimilação e transmissão é, na verdade, o próprio processo de fazer história. Sob a minha perspectiva de salientar a dificuldade em mudar devido aos fatores de pressão, posso concluir que essa correlação/valorização/assimilação/transmissão está fortemente presente, como vimos, no que se refere às técnicas operatórias das operações aritméticas básicas e, portanto, é um **fator de ordem histórico**, extremamente poderoso para levar a manutenção do jeito de calcular.

Concluindo a discussão sobre o fator de pressão histórico, quero ressaltar que meu objetivo ao explicitar essa força gerada dentro do contexto histórico-cultural, é levar a uma reflexão que resulte numa consciência de que, ao mesmo tempo, que as inter-relações históricas **pressionam para a manutencão** de um fato matemático, elas também apontam para a **transformação/progresso** pois, do mesmo modo que se mostram como condição necessária para que ocorra a transmissão de conhecimentos fazem com que se proceda à reelaboração na direção da produção de novos conhecimentos. Para tanto é importante uma postura docente diferente daquela que só reproduz. É importante, por exemplo, uma atitude docente que esteja comprometida em pesquisar como um aluno/criança aprende, o que é certamente diferente de como aprenderam os homens pesquisadores de épocas remotas que construíram tais conhecimentos. É importante, por exemplo, um compromisso do professor com uma educação política e não ideológica, ou seja, que vá em busca das necessidades de cada grupo social existente na escola e não se abandone as tramas de discursos e demandas viciados e sem reflexão.

Ainda com respeito a esta concepção, quero salientar que os estudiosos da História, dentro de uma perspectiva antropológica, continuam a valorizar os aspectos históricos e particularizados de cada sociedade, mas vão além: um indivíduo se torna apto a assimilar e transmitir a outros as práticas da cultura da qual ele vive, mas todo indivíduo, em qualquer cultura é limitado pela espécie particular a qual pertence, mais especificamente, pelo sistema nervoso que possui, em virtude de ser humano. Assim, relacionam-se aspectos culturais, neurológicos e psico-cognitivos, enfatizando a possibilidade de novas formas de criação a partir dos novos modelos e correlações (GARDNER, 1995).

O fator de pressão social - A capacidade de fazer contas e de ler e escrever com alguma facilidade são expectativas primordiais de alguns grupos sociais e institucionais. Em outras palavras, os discursos de professores, especialistas e representantes da comunidade em geral têm apresentado manifestações como as que seguem[8]:

Dos professores das séries iniciais:

> *... precisamos mandar nossas crianças para a 5ª série sabendo bem as técnicas das quatro operações, sem errar... senão, elas terão problemas...*

Dos professores de Matemática de 1º e 2º graus:

> *... esses alunos não sabem multiplicar, não sabem dividir... isto atrapalha todo trabalho daqui para diante... é preciso ensinar tudo de novo...*

Dos textos que explicitam o programa para admissão em uma determinada série, em geral, oferecidos, pela escola, ao candidato:

> *Por exemplo, para 2ª série,*
> *- Número;*
> *- Sistema de numeração;*
> *- Adição, subtração, multiplicação e divisão - aplicação em problemas e* ***habilidade nas técnicas operatórias;***
> *- Ordens e classes; e assim por diante...*

Na verdade, nos contextos acima, quando se faz referência a técnicas operatórias, a idéia que se passa é aquela que identificamos, até agora, como algoritmos convencionais. Com efeito, esta é a expectativa incorporada pela grande maioria dos sujeitos que, até bem pouco tempo, pensaram os objetivos da Educação Matemática básica, os recursos didáticos e a avaliação da aprendizagem. Este é o padrão adotado pela maioria e esperado por quase todos, memo aqueles que têm o discurso e a reflexão sobre **aprendizagem com compreensão.** Assim, é este olhar fixado no fazer com rapidez e acerto os algoritmos convencionais, que vem de grupos diferenciados, que constituem os fatores de **pressão social.**

E, então, está aí a grande preocupação em alterar o modo de ensinar! Uma nova alternativa para o ensino do cálculo das operações aritméticas pode ser perigoso para

[8] As colocações dos professores são resultados de observações, feitas pela autora, entre 1990 e 1991, durante a sua pesquisa de doutoramento, com professores de 1ª a 8ª séries em duas escolas públicas de São Paulo: E.E.P.G. Carlos Alberto Pereira -Itapecirica e E.M.P.G. Ministro Calógeras - São Paulo.

o educando! Se o modelo novo não for consensual ou não estiver naturalmente configurado e aceito para a maioria dos docentes que planejam, orientam e avaliam nossos alunos, estes podem estar realmente em perigo - correm o risco de serem chamados de "atrasados" e/ou "fracos" e/ou "burros" se resolverem um cálculo de outra maneira. O professor ou professora pode nem mesmo procurar entender o que foi feito, tal é a força do fator social que está em jogo. Em outras palavras, o professor ou a professora pode pensar que estará perdendo tempo em tentar compreender o tipo de raciocínio que envolve um outro procedimento, pois acha que de nada vale, sendo que um bom trabalho pedagógico deve sempre levar, no final, aos procedimentos convencionais.

Ainda sob a questão acima é importante ressaltar que o maior risco em alterar os procedimentos convencionais está para o aluno que, muito cedo, estaria sendo avaliado para conseguir um emprego (ou subemprego). Embora eu não tenha, como já disse, feito uma pesquisa cuidadosa neste sentido, é quase indubitável que as pessoas que avaliam os conhecimentos matemáticos dos nossos alunos, trabalhadores muito jovens, esperam deles as "quatro contas", nos moldes convencionais e, talvez, um pouco de compreensão sobre o uso do código de fração e de vírgula. Isto é, esses tais avaliadores têm a mesma representação social da Matemática básica que nós, como professores, tivemos por muito tempo. Imaginem um menino de doze anos que faz 12 x 25 multiplicando 25 x 10 = 250 e, então, 25 x 2 = 50 e soma 250 + 50 e chega a 300. Como será que ele será avaliado? Qual a disponibilidade/reflexão do avaliador para entender/aceitar/valorizar os passos e as propriedades por ele usadas?

Desse modo o resultado tem sido, desde muitos anos, o culto ao cálculo escrito, sempre orientado pelos modelos intitulados por convencionais, uma "camisa de força", que têm sufocado professores e alunos. Tudo acontece como se, para ser honesto e competente como pedagogo, para comunicar-se de forma adequada e para resolver os problemas mais imediatos, os professores das séries iniciais tivessem que jogar o jogo de ensinar os alunos a serem rápidos na resolução dos cálculos pelas técnicas convencionais, ou seja, fazer uso imediato de ferramentas aprovadas por um modo de produção socio-historicamente controlado. Essa atitude aqui explicitada é também ressaltada por PONTE (1992) quando afirma que "uma das concepções mais prevalecentes é a de que o **cálculo** é a parte mais substancial da Matemática, a mais acessível e fundamental". Ponte argumenta:

> *...os aspectos do cálculo são sem dúvida importantes e não devem ser desprezados. Mas a identificação da Matemática com o cálculo significa a sua redução a um dos aspectos mais pobres e de menor valor formativo - precisamente aquele que não requer especiais capacidades de raciocínio e que melhor pode ser executado por instrumentos auxiliares como calculadoras e computadores.*

Daí, então, a necessidade de compreender essa pressão/concepção, leva-nos a perguntar: por que é que assim sentem e pensam os professores? E, aí, com certeza, não temos uma resposta nem fácil nem imediata, mas reconhecemos que esta passa pela teoria das representacões sociais. E, aí, novamente, não é fácil discutir este conceito, seu conteúdo e sua função, porém vale deixar aqui uma citação de VALA (1995), complementada por Moscovici que pode nos ajudar, enormemente, a começar a entender os comportamentos orientados para o treino dos algoritmos convencionais:

> *Enquanto conteúdo e processo, a idéia de representação social remete desta forma para um fenômeno psicossocial complexo, cuja riqueza torna difícil a produção de um conceito que o delimite e simultaneamente não esbata a sua multidimensionalidade.*
>
> *Se é fácil darmo-nos conta da realidade das representações sociais, não é fácil defini-las conceitualmente. Há muitas razões para que assim seja. Há razões históricas, de que se deverão ocupar os historiadores. E há razões não históricas que finalmente se reduzem a uma só; a sua posição "mista", na confluência de conceitos sociológicos e psicológicos. É nesta confluência que teremos de nos situar.*

Assim, caro leitor, vimos que o prestígio dos algoritmos tradicionais para o cálculo das operações aritméticas básicas, que limitam uma relação de maior autonomia com o conhecimento matemático, freqüentemente vem, por um lado, da esteira que carrega, ao menos, os três fatores pesquisados. Por outro, provavelmente, estará o medo e a parafernália emocional gerada frente a toda possibilidade de inovação.

Nestes termos, da reflexão sobre observacão e experiência em sala de aula e propostas de tentativa para mudança, eu diria que, para encaminhar uma transformação dentro deste aspecto pedagógico, é preciso, em primeiro lugar, oferecer ao professor a oportunidade de estudar a origem das questões em torno dos algoritmos, ou seja, de se aproximar de uma discussão como a pretendida neste artigo. Em segundo lugar, orientar o professor e a professora de forma que, ao mesmo tempo em que ele ou ela transmitam a cultura acumulada sócio-historicamente e pela própria matemática, estejam atentos para produzir, experimentando e refletindo, novas formas de abordagens.

Produzir conhecimentos dentro dessa perspectiva tem o significado de processo de reflexão permanente sobre as formas de calcular, buscando analisá-las sob diferentes pontos de vista. Significa, naturalmente, estar atento às evidências apontadas em outros campos de estudos relacionados com a Educação Matemática, como por exemplo a Psicologia Cognitiva, que já fez alertas do tipo: instala-se uma enorme confusão mental em algumas crianças frente ao "vai um" - estas, não tendo à mão, cognitivamente, a propriedade da reciprocidade, consideram que os valores somados foram alterados, ou seja, que a conta aumentou, por exemplo, quando vai uma dezena a mais na coluna das dezenas. Significa ainda desenvolver uma atitude de investigação da realidade social do grupo de alunos, pesquisando os recursos de cálculo que eles possuem, não aceitando sempre como conhecimentos perfeitos e acabados os conteúdos tradicionalmente transmitidos na escola.

Para finalizar, quero deixar algumas sugestões para os professores, orientadores pedagógicos, diretores e especialistas em propostas curriculares, lembrando sempre que, como disse, este artigo não tem a intenção de combater o que se faz, mas tentar entender por que as coisas estão tão arraigadas e resistentes à mudança. As recomendações seriam:

- é preciso estar atento para que **nada aconteça de modo mágico** para o aluno; devem ser dadas ao aluno todas as oportunidades para compreender o funcionamento de cada algoritmo; ferramentas, como material dourado, ábaco, cartaz de pregas, entre outras, devem ser utilizadas para possibilitar a compreesão dos passos que compõem cada técnica;

- dar o mesmo peso emocional e intelectual ao cálculo mental ou ao cálculo escrito não convencional, com total liberdade para escolher as estratégias de cada processo, que se têm dado ao cálculo escrito convencional;

- os professores das séries iniciais devem compreender com muita clareza o funcionamento de cada algoritmo (seria muito interessante que conhecessem mais de um algoritmo!) e compreender matematicamente seus passos; de um modo geral, é preciso saber muito bem o que se ensina e compreender muito limpidamente as relações envolvidos em cada processo algoritmico.

- toda vez que o professor e a professora considerar importante ensinar o funcionamento de uma técnica - até mesmo treiná-la e fixá-la - eles devem explicar de onde vem ou aonde está esta importância. Em geral, a necessidade/importância está entre os fatores de pressão social.

Um ponto de vista: Revendo as propostas curriculares, os programas de Matemática das escolas públicas e particulares e a fala dos orientadores e professores de Matemática, é possível afirmar que os estudos sobre o cálculo aritmético convencional tendem a se enquadrar em dois grupos: aquele em que o trabalho escolar é visto como uma estrutura de poder e aquele no qual ele é visto como um processo de comunicação e compreensão. O presente estudo tentou mostrar que esta distinção não existe. Na verdade, toda orientação e desempenho dos professores frente ao ensino da Matemática mostra que esta distinção é inválida, ou melhor, que os dois grupos se apóiam mutuamente ao invés de se excluirem. Ambos desenvolvem uma concepção de autoridade construída em torno da idéia de que toda comunicação é intencional/unilateral e é uma comunicação (ação-entre).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AABOE, A. **Episódios da história antiga da matemática.** São Paulo: RPM, 1984. (Coleção fundamentos da matemática elementar).

BOYER, C. B. **História da matemática.** São Paulo: Edgard Blucher, 1974.

CARRAHER. T. N., CARRAHER, D. W, SCHLIMANN, A. D. Matemática escrita versus matemática oral. In: **Na vida dez, na escola zero.** São Paulo: Cortez, 1988.

EVES, H. **An introduction to the history of mathematics.** 4th Ed. [s.l.]: Holt, Rinehart and Winston, 1976.

GADOTTI, M., FREIRE, P., GUIMARÃES, S. **Pedagogia: diálogo e conflito.** São Paulo: Cortez,1989.

GARDNER, H. **A nova ciência da mente.** São Paulo : EDUSP, 1995.

HUNTLEY, H. E. **A divina proporção:** um ensaio sobre a beleza da matemática. Brasília: Editora da Universidade de Brasília, 1985.

MACKILLIP, W. D., AVIV, C. A., How to use, not abuse those practice exercises. **Arithmetic teacher**, v. 32, 1981.

National Council of Teachers of Mathematics. **History topics for the mathematics classroom**,Yearbook, Whashington D. C.: NCTM, 1969.

________. Estimation and Mental Computation:, Yearbook, Whashington D. C.: NCTM, 1986.

PONTE J. P. (Org.). **Educação matemática:** Coleção Temas e Debates, Portugal: Instituto de Inovação Educacional - Secção de Educação Matemática, 1992.

VALA, J., MONTEIRO, M. B. (Coord.). **Psicologia social.** Portugal: Calouste Gulbenkian, 1995.