

KALEFF, A. M., REI, D. M. Incentivando a visualização espacial através de propriedades geométricas de tetraedros duais. *Educação e Matemática*, Lisboa, n. 38, p. 6-11, 1996a.

\_\_\_\_\_. Varetas, canudos, arestas e...sólidos geométricos. *Revista do Professor de Matemática*, São Paulo, n. 28, p. 29-36, 1995.

\_\_\_\_\_. (1996b) - Jogos geométricos e formas espaciais, *Revista do Professor de Matemática*. São Paulo, n. 31, p. 25-31, 1996b.

## PERSPECTIVAS EXPERIMENTAL, COGNITIVISTA E ANTROPOLÓGICA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Paul Cobb\*

Tradução: Antonio Miguel\*\*

Revisão: Maria do Carmo Domite Mendonça e James Patrick Maher\*\*

*"Há somente um mundo mas isto se aplica a cada um dos muitos mundos"*  
(GOODMAN, 1984, p. 278).

Na primeira parte deste artigo, faço uma síntese com base no ponto de vista de que a aprendizagem e o ensino da matemática envolvem a coordenação de análises empreendidas em três domínios de interpretação que não se interseccionam — os contextos experimental, cognitivo e antropológico. Para os objetivos que se têm em vista nesta discussão, o foco, em cada contexto, restringe-se à educação matemática. Os leitores que se interessam pelas relações entre a atividade matemática e os aspectos mais amplos da vida comunitária e social poderão consultar COBB (no prelo). A discussão desses três contextos serve, então, como base para a segunda parte do artigo na qual a nossa atenção estará voltada para a noção de verdade matemática. Esta noção é considerada como sendo pré-existente. Geralmente, aceitamos, sem questionar, as verdades matemáticas e acreditamos estar fazendo descobertas quando nos engajamos na atividade matemática. Embora possamos distanciar-nos de nossa atividade matemática e especular que a matemática é uma construção da mente humana, permanece o fato de que a verdade matemática e a realidade matemática independente da mente humana pré-existem quando fazemos e falamos sobre matemática. A esse respeito, a experiência matemática é distinta da reflexão filosófica sobre essa experiência. No primeiro caso, a matemática é descoberta e no segundo, inventada. A questão não é obrigar a escolher entre descoberta e invenção ou argumentar que estamos enganados quando assumimos que a matemática é verdadeira. Mais propriamente, trata-se de levar a sério a experiência matemática e explorar a atividade construtiva que acompanha nossa experiência de verdade e certeza matemática. Em resumo, a verdade matemática é um fenômeno a ser explicado mais do que a ser

\*Docente da Vanderbilt University - Nashville (USA).

\*\*Docentes da Faculdade de Educação da UNICAMP.

negado. Na parte final do artigo, tento demonstrar que esta questão vai além de um simples interesse filosófico, ao considerar duas abordagens, muito freqüentes atualmente, de explicação da aprendizagem matemática à luz da análise.

## TRÊS CONTEXTOS

A afirmação de que os contextos experimental, cognitivo e antropológico são domínios de interpretação que não se interseccionam (MATURAMA, 1978) significa que os constructos usados para desenvolver as interpretações nos diferentes contextos são mutuamente excludentes. Por exemplo, o construto de operação conceptual é relevante apenas no contexto cognitivo ao passo que cultura matemática é um construto antropológico mas não cognitivo. Nossa meta é encontrar modos de coordenar as análises desenvolvidas nos vários contextos.

## O CONTEXTO EXPERIMENTAL

O propósito que estrutura o contexto experimental é o de tentar inferir com o que as experiências dos outros são semelhantes. Quando observamos uma criança fazendo matemática ou conversando com outras crianças sobre matemática, esforçamo-nos para compreender com o que o seu mundo matemático se parece. Ao fazer isso, supomos que a atividade da criança é racional, dadas as intenções e propósitos que a criança tem em vista. O truque é imaginar um mundo no qual a atividade da criança realmente faça sentido. Ao fazer essas inferências, o pesquisador pode apenas aproximar-se das potencialidades conceptuais da própria criança. Conseqüentemente, ao tentar compreender a matemática da criança, o pesquisador freqüentemente elabora sua própria matemática.

Mesmo dentro do contexto experimental, existe uma distinção a fazer — entre potencialidades e aspectos reais (STEINER, 1987). SINCLAIR (1988, p. 5) refere-se a potencialidades quando diz que:

*se para uma criança um bloco é algo que você pode empurrar ou pôr sobre outro objeto, que faz barulho quando você o derruba, e também algo que não é macio, que não serve para comer nem algo que possa conter outro objeto em seu interior, então, falar de "peso" enquanto objeto de pensamento, é nem mais nem menos do que falar da soma das diferentes operações que o sujeito pode realizar quando lida com peso. Analogamente, "número" enquanto objeto de pensamento é o que se pode fazer com números: daí, não há um único "conceito de número" mas muitos conceitos de número.*

A análise que faz Sinclair de peso e de número como potencialidades provém do fato dela encarar o conhecimento como um processo que visa a um fim mais do que como um objeto de reflexão que aparece separado da intenção e propósito humanos. Contrastando com essa posição, Hardy (1967, p. 123-4) é bastante explícito sobre seus pressupostos platônicos, quando separa o conhecimento matemático do sujeito do conhecimento:

*Acredito que a realidade matemática reside fora de nós, que nossa função é descobri-la ou observá-la, e que os teoremas que provamos e pensamos ser "criações" nossas são simplesmente registros de nossas observações.*

De forma análoga, Gödel (1964, p. 265) afirmava que "possuímos algo semelhante a uma percepção... dos objetos da teoria dos conjuntos", atestada pelo fato de que suas premissas "impõem-se a nós como sendo verdadeiras". Enquanto filosofia da matemática, o platonismo tem sido criticado de modo devastador, particularmente por Wittgenstein (1956). Todavia, *enquanto descrição da experiência subjetiva* de reflexão sobre construções matemáticas previamente estabelecidas, as considerações de Hardy e Gödel soam verdadeiras. Uma vez feita uma construção matemática e uma vez usada de forma não-problemática, convencemo-nos de que ela deve ser correta — é difícil imaginar como ela poderia ser de outro modo. Os objetos matemáticos são, para todos os intentos e propósitos, pré-existent para o sujeito que com eles trabalha (GOODMAN, 1986).

Uma análise de potencialidades, orientada pela metáfora de usar uma ferramenta como meio de ação na realidade física (POLANYI, 1962), esforçar-se em analisar o conhecimento não-reflexivo em ação. Contrariamente a isso, o platonismo considera a realidade física objetivada como sua metáfora orientadora (BLOOR, 1976) e preocupa-se com o que as coisas se assemelham quando refletimos sobre construções matemáticas previamente elaboradas. Em minha opinião, é necessário usar ambas as metáforas quando consideramos as experiências matemáticas dos estudantes. Isto é particularmente assim porque os alunos, operando nas fronteiras de seus conhecimentos, estão inseridos em um processo de produzir objetivações. O propósito de caracterizar o que THOM (1973) chamou o desenvolvimento da existência de objetos matemáticos é incompatível com a metáfora da realidade física externa. Com efeito, precisamos de uma linguagem para falar sobre com o que ela poderia parecer, antes de se poder falar, como um platonista, sobre conceitos particulares. Tentativas para inferir com o que as experiências matemáticas dos estudantes devem ser parecidas envolvem, portanto, inferências tanto sobre o conhecimento matemático em ação como sobre os objetos de conhecimento.



## O CONTEXTO COGNITIVO

O propósito que estrutura o contexto cognitivo é explicar como é que os alunos têm as experiências matemáticas que eles imaginam ter. Em outras palavras, os mundos matemáticos inferidos pelos alunos constituem os dados de explicação cognitiva. Isto está de acordo com o alerta de GOODMAN (1984) de que é necessário levantar as difíceis mas inevitáveis questões sobre as operações mentais exigidas para se construir um mundo parecido com o da física moderna ou com o da vida diária. Como salientou BRUNER (1986, p. 105, grifos acrescentados), esta caracterização do contexto cognitivo está em desacordo com as principais correntes da psicologia americana. Os psicólogos pensavam que

*tinham que tomar uma posição sobre como a mente e os processos mentais transformam o mundo físico através de operações sobre estímulos. A partir do momento em que se abandona a idéia de que "o mundo" está dado de uma vez por todas e imutavelmente e se substitui esta idéia por outra que diz que o que nós consideramos como mundo é, na realidade, nem mais nem menos do que um uma estipulação expressa em um sistema de símbolos, então, a forma da disciplina altera-se radicalmente.*

No ponto de vista da perspectiva cognitivista que Bruner, do mesmo modo que von GLASERSFELD (1984), caracteriza como *radical*, os construtos-chave incluem esquemas, operação conceitual, ação sensório-motora, representação e abstração reflexiva (STEFFE, 1983). Notamos de passagem que a inclusão de objetos matemáticos em modelos que pretendem ser cognitivos indica, na verdade, uma fusão dos contextos experimental e cognitivo. A experiência platônica é algo que necessita ser explicado através da consideração da difícil questão de como um aluno pode ter a experiência reflexiva de um objeto matemático independente da mente. A partir de uma perspectiva radical, os objetos matemáticos são os correlatos experimentais de operações conceituais.

## O CONTEXTO ANTROPOLÓGICO

O propósito que estrutura o contexto antropológico é o de identificar e explicar aspectos de uma cultura (ou microcultura) através da análise das regularidades e dos modelos que surgem quando, digamos, professor e alunos interagem durante a instrução matemática. Neste contexto, o professor e os alunos são vistos como membros de uma sala de aula comunitária, com sua microcultura própria e singular. Como colocou EISENHART (1988, p. 101), o foco em um contexto antropológico é "*descrever as*

*manifestações de ordem social em escolas e desenvolver estruturas para compreender como os alunos, através de manifestações na escola, vêm a aprender sobre seu lugar na sociedade".* No interior da perspectiva antropológica, "se colocamos a questão sobre onde se encontra o significado dos conceitos sociais — no mundo, na cabeça de quem atribui significado ou na negociação interpessoal — tendemos a responder que é no último desses três" (BRUNER, 1986, p. 122). Esta noção de *significação emergente* ou interacional deriva das investigações realizadas por MEAD (1934) da interação social. Por um lado, temos as interpretações que os participantes fazem de suas próprias ações e das ações dos outros e, por outro lado, temos a análise que fazem os observadores das atividades interativas dos alunos. O observador cria os significados emergentes à medida em que tenta dar sentido à atividade interativa que ele observa e quando interpreta, de fora, a interação. Esta idéia está intimamente relacionada com a visão de KRUMMHEUER (1983) do trabalho interativo (*Arsbeitsinterim*). Um trabalho interativo é um período em que as interpretações dos participantes de suas próprias ações e das ações dos outros se ajustam e a interação prossegue sem dificuldades. O observador, considerando a interação durante o trabalho interativo como uma atividade comunitária, pode falar sobre os significados que os participantes parecem compartilhar. KRUMMHEUER, assim como von GLASERSFELD (1984), usa o termo 'ajuste' em vez de 'compatibilidade' para ressaltar que embora os participantes acreditem que se compreendem mutuamente, eles bem que poderiam estar atribuindo significados diferentes para suas próprias ações e para as ações entre os participantes. Em outras palavras, pode haver diferenças nos significados que cada participante pensa estar compartilhando com os outros. Na perspectiva antropológica, supõe-se que os significados sejam compartilháveis (GERGEN, 1985) e, na perspectiva cognitiva, supõe-se que eles sejam compatíveis (von GLASERSFELD, 1984).

Até agora, falamos sobre significados emergentes em geral. Podemos também legitimamente falar de significados matemáticos emergentes. Esta noção e a noção afim de conhecimento matemático institucionalizado são valiosas se desejamos falar do problema de como "*as crianças vêm a conhecer em poucos anos de escolaridade o que levou muitos anos para ser construído pela humanidade*" (SINCLAIR, 1988, p. 1) de um modo epistemologicamente semelhante. Deve-se observar que o "conhecimento institucionalizado" não se refere ao conhecimento associado com o modo típico de pensar das instituições sociais tais como escolas, universidades, prisões, exército ou, mais geralmente, das amplas organizações bem-estabelecidas com funções claramente delineadas. Mais propriamente, o conhecimento institucionalizado refere-se às práticas físicas e intelectuais que são consideradas corretas ou normais pelas comunidades de especialistas. As práticas matemáticas que estão além da justificação em uma classe de 2ª série do 1º grau podem, por exemplo, diferir em aspectos significativos daquelas práticas de uma outra de 2ª série (COBB, YAKEL e WOOD, no prelo). O



conhecimento institucionalizado, no sentido em que o termo é usado neste artigo, refere-se aos produtos da atividade coordenada dos membros de uma comunidade.

A controvérsia a respeito do fato de se construtos tais como os de 'significado matemático emergente' e 'conhecimento matemático institucionalizado' são relevantes para explicar o ensino e a aprendizagem da matemática não implica que eles possam ser considerados fundamentos sólidos sobre os quais se possam ancorar tais estudos. É fácil subordinar a experiência individual ao conhecimento cultural através da conclusão de que os indivíduos internalizam o conhecimento cultural independente da mente e que isto dirige seus comportamentos. Teóricos como COMAROFF (1982) e LAVE (1988) propõem que a relação entre a construção mútua do conhecimento cultural e a experiência individual do mundo em que se vive é dialética. Nesta formulação, pode-se concluir que o conhecimento cultural (incluindo a matemática) é continuamente recriado através de ações coordenadas dos membros de uma comunidade. Esta inter-relação proposta entre análises cognitivas e antropológicas da atividade matemática é aplicável tanto ao professor e alunos das segundas séries quanto a uma comunidade intelectual; a duas ou três crianças trabalhando juntas na resolução de um problema ou à sociedade como um todo. Cada criança pode ser vista ou como uma reorganizadora ativa de suas experiências matemáticas pessoais ou como um membro de uma comunidade/grupo que contribui ativamente para a regeneração contínua do grupo e dos modos considerados evidentes de se fazer matemática. Para a perspectiva antropológica, essas práticas matemáticas institucionalizadas constituem o domínio consensual mutuamente construído pelos membros do grupo. Por exemplo, quando meus colegas e eu analisamos uma coleção de gravações em vídeo de aulas de matemática de uma 2ª série que tínhamos estudado intensivamente, (enquanto observadores) inferimos que a prática de operar com dezenas e unidades emergiu como um modo considerado evidente de se fazer as coisas. Essa prática tornou-se óbvia a partir do momento em que foi interativamente construída, após o que, a uma criança que se enganasse nessa prática, raramente se pedia que justificasse sua atividade matemática. Essa prática estava além da justificação e emergiu *como uma verdade matemática* para a comunidade da sala de aula. Naturalmente, quando adotamos a perspectiva cognitivista e entrevistamos as crianças individualmente, tornou-se evidente que esta prática intelectual tinha uma variedade de significados qualitativamente distintos para elas — seus significados revelaram-se mais compatíveis do que compartilháveis. Todavia, a participação das crianças em uma comunidade de sala de aula que negociou e institucionalizou certas práticas matemáticas, mas não outras, influenciou profundamente os desenvolvimentos conceituais individuais das mesmas. Isso não significa meramente que as crianças façam suas construções individuais e as confrontem entre si para ver se elas se ajustam. As crianças aprendem matemática tanto tentando ajustar suas ações matemáticas às ações das demais crianças, construindo

assim domínios consensuais — como também participando no processo de negociação e institucionalização dos significados matemáticos (BAUESFELD, 1980; BISHOP, 1985; VOIGT, no prelo). Segundo essa perspectiva, a existência entre as crianças de uma matemática personalizada, natural e isenta de contaminações é uma ficção. As crianças que observamos estavam enganadas em uma atividade matemática consensualmente controlada. Na tentativa de coordenar contextos, podemos dizer que a atividade matemática do professor e das crianças criaram práticas matemáticas institucionalizadas que influenciaram suas atividades matemáticas individuais. De modo inverso, foram as práticas matemáticas institucionalizadas que, ao exercerem um controle sobre suas atividades individuais, deram origem às práticas institucionalizadas. A aculturação e a institucionalização das práticas matemáticas parecem, portanto, ser um aspecto necessário da educação matemática das crianças. As análises que se centram apenas sobre a construção individual do conhecimento matemático pelas crianças contam somente a metade de uma longa história. O problema que necessita ser discutido é aquele referente à forma que o processo de aculturação matemática deveria tomar e como esse processo pode ser relacionado com aquilo que é conhecido sobre os processos cognitivos pelos quais os indivíduos constroem o conhecimento matemático. Este é o problema que será explorado na segunda parte deste artigo.

## PLATONISMO REVISITADO

Meu propósito em reconsiderar o platonismo é o de sugerir que algum progresso pode ser obtido quando se considera a experiência platônica de uma realidade matemática independente da mente, relacionando-a com os contextos antropológico, experimental e cognitivo, e também com os construtos de institucionalização e negociação. A institucionalização, recordemos, refere-se ao processo de construção mútua de práticas consideradas óbvias e que tornam possível a comunicação. SCHUTZ (1962, p. 12), ao falar da perspectiva experimental, coloca-a do seguinte modo:

*Até prova em contrário, acredito — e presumo que meus colegas façam o mesmo — que as diferenças de perspectivas que se originam de nossas situações biográficas singulares são irrelevantes para o propósito que cada um de nós tem em vista e que ele e eu, aquele "nós" supõe que cada um selecionou e interpretou os objetos comuns — reais ou virtuais — e suas características de uma maneira idêntica ou, pelo menos, de uma maneira "empiricamente idêntica", isto é, de uma maneira adequada para todos os propósitos práticos.*

Na visão de Schutz, esta *idealização* torna possível a reciprocidade de perspectivas, essencial para a comunicação interpessoal. É neste processo de construir



essas idealizações e de descobrir que elas produzem que as coisas são experienciadas como objetivas. A intersubjetividade é "inconcebível sem a crença recíproca ingênua em um mundo experiencial compartilhado... A intersubjetividade deve, em algum sentido, ser considerada um fato incontestável a fim de ser alcançada" (ROMMETVEIT, 1986, p. 188-189). A observação de SCHUTZ (p. 12) de que na comunicação "assume-se que o setor do mundo interpretado de certo modo por mim é também interpretado de modo idêntico por você, ...mas ainda, interpretado de modo idêntico por "nós", é tanto aplicável à matemática quanto a qualquer outro domínio do intercâmbio social. Isso ocorre quando podemos tornar objetivos os produtos de nosso pensamento matemático e continuar de forma não-problemática pelo fato de tacitamente assumirmos que os outros fizeram as mesmas objetivações que nós, que têm intuições de uma realidade matemática compartilhada e independente da mente e que aceitam a existência de verdades matemáticas. Isto é, da verdade matemática como um fenômeno existencial.

*Na prática, a existência de um mundo externo não é nunca posta em dúvida. Assume-se que ele é a causa de nossa experiência e a referência comum de nosso discurso. Colocarei tudo isto sob o nome de "materialismo". Frequentemente usamos a palavra "verdade" para significar apenas o seguinte: a forma como o mundo se apresenta. Por meio dela, transmitimos e afirmamos este esquema último/final com o qual pensamos (BLOOR, 1976, p. 36).*

A escolha de Bloor do termo "materialismo" é apropriada. Já notamos que a realidade física objetivada é a metáfora-guia por trás de nossas intuições de uma realidade matemática platônica.

A tendência para assumir que a matemática consiste de verdades indubitáveis e independentes do tempo está, em termos experimentais, intimamente relacionada com nossa experiência de uma realidade matemática independente da mente. Além disso, se nós nos vemos como pessoas que fazem descobertas sobre essa realidade, como pode a matemática ser outra coisa que não o modo como nós a compreendemos? A suposição tácita de que a matemática consiste de verdades ahistóricas pode ser tão fortemente persuasiva que, como notou LAKATOS (1976, p. 51),

*a matemática tem sido a mais resistente fortaleza do dogmatismo. Sempre que o dogmatismo matemático entrava em "crise", uma nova versão dele fornecia o rigor genuíno e os fundamentos últimos, restaurando dessa maneira a imagem de uma matemática autoritária, infalível e irrefutável.*

A análise que faz Schutz da realidade social é novamente útil quando consideramos a questão da certeza matemática. Ele sustenta que o conhecimento passa

a ser sentido como mais objetivo e anônimo na medida em que se supõe poder ele ser compartilhado não apenas pelo parceiro de um diálogo mas por todos os membros de uma comunidade particular. "Em total anonimização se supõe serem os sujeitos intercambiáveis" (p. 18). WITTGENSTEIN (1984, p. 75) defendeu que a matemática constitui uma atividade anônima e estandardizada, por excelência:

*Se você fala sobre essência [isto é, sobre objetos matemáticos pré-existent], você simplesmente refere-se a uma convenção [isto é, a práticas matemáticas institucionalizadas]. Mas aí alguém poderia replicar: não há grande diferença entre uma proposição sobre a profundidade da essência e uma outra sobre uma simples convenção. Então eu replico: a profundidade que vemos na essência corresponde a profunda necessidade de convenção.*

A reconstrução racional do desenvolvimento histórico do teorema de Euler feita por LAKATOS (1976) ilustra a profunda necessidade de práticas matemáticas institucionalizadas. "Através de cada "revolução nos padrões de rigor", a análise da prova penetrou mais profundamente em provas do domínio dos fundamentos do "conhecimento básico familiar" (...) onde a intuição clara e cristalina e o rigor da prova reinavam supremos e de onde a crítica foi banida" (p. 56). Como sabemos, os fundamentos nunca foram fundamentados. Isto, certamente, não constitui razão para se abandonar a noção de verdade matemática. Na realidade, nos períodos de "matemática normal" compreendidos entre as revoluções de rigor, a atenção habitualmente muda de foco, passando da questão relacionada ao fato de se as teorias são verdadeiras para a questão do porquê são elas verdadeiras. Por exemplo:

*A mecânica newtoniana e a teoria da gravitação eram tidas como conjecturas audaciosas, que foram ridicularizadas e chamadas de "místicas" por Leibniz e das quais o próprio Newton suspeitava. Mas poucas décadas mais tarde — na ausência de refutações — seus axiomas passaram a ser considerados como indubitavelmente verdadeiros. Suspeitas foram esquecidas, as críticas eram consideradas "excêntricas" quando não "obscurantistas"... O debate — de Kant a Poincaré — não mais dizia respeito sobre a verdade da teoria newtoniana mas sobre a natureza de sua certeza (LAKATOS, 1976, p. 49).*

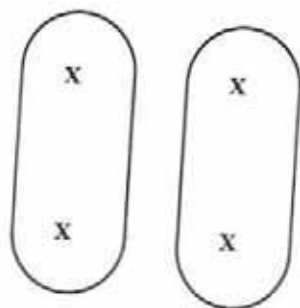
Em outros termos, na ausência de refutações aceitas, a comunidade reveste a teoria que prova ser útil a seus propósitos com a aura de certeza. Na prática, a questão dos fundamentos da matemática é tangencial em relação aos processos por meio dos quais uma teoria se torna realidade matemática até que sofra futuros reparos.

Ao considerar tais processos e a experiência da certeza, WITTGENSTEIN (1964) afirmava que as atividades matemáticas tais como cálculos aritméticos se fundam sobre

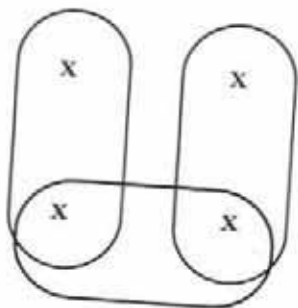


certos processos físicos e psicológicos que, uma vez institucionalizados, se tornam seguros. E "quanto mais estandardizados são os modelos de ação predominantes, mais anônimos são eles, ... o menor dos elementos subjacentes torna-se analisável" (SCHUTZ, 1962, p. 33). Para a perspectiva antropológica, a certeza desses modelos emerge no curso das interações entre os membros da comunidade que participam do processo de negociação e institucionalização. Para a perspectiva experimental, essa certeza é experienciada como verdade matemática.

A respeito da figura a seguir, Wittgenstein diz que um membro aculturado de uma comunidade afirmaria que seria suficiente olhar para ela para ver que  $2 + 2 = 4$ .



"A justificativa é que podemos apreender diretamente o significado matemático da figura sem a necessidade de técnicas já aceitas para analisá-la, e sem quaisquer convenções baseadas em acordo para manipular as partes dessa figura ou sintetizar a informação que ela nos comunica" (BLOOR, 1983, p. 91). WITTGENSTEIN (1964, p. 38), então, diz "eu apenas necessito olhar para a figura para ver que  $2 + 2 = 4$ ". Podemos, à primeira vista, rejeitar o exemplo de Wittgenstein, considerando-o impróprio e forçado.



Certamente, uma aura, uma certa compreensão natural, envolvem os modelos característicos que ilustram as mudanças matemáticas... É o efeito e o trabalho de institucionalização que introduz um elemento especial e põe de lado certos modos de ordenar, classificar e arranjar os objetos. Uma teoria que tenta basear a matemática nos objetos enquanto tais (isto é, empirismo) e de modo algum tenta apreender ou comunicar o fato de que alguns modelos são especialmente escolhidos (por membros de uma comunidade) e adotados com um estatuto especial, será provavelmente deficiente (BLOOR, 1976, p. 88).

Esta aura especial é tão forte que se torna frequentemente difícil imaginar como a matemática poderia ser de outro modo e, quando um Wittgenstein vem e apresenta um outro modo, tendemos a não levá-lo a sério. Porém, talvez devêssemos refletir sobre o desenvolvimento dos números complexos, sobre as geometrias não-euclidianas, sobre as teorias não-cantorianas de conjuntos e sobre as aritméticas não-standard e ver que esses tópicos foram institucionalizados pela comunidade matemática, tornando-se verdadeiros.

O papel que Wittgenstein e Bloor, falando principalmente de uma perspectiva antropológica, atribuem aos processos sociais e à comunidade no desenvolvimento de verdades matemáticas é compatível com os desenvolvimentos recentes em filosofia da matemática. Em concordância com o ponto de vista de Wittgenstein, esses desenvolvimentos levam a sério a atividade matemática dos membros das comunidades. Como afirmou TYMOCZKO (1986a, p. xvi), "é esta prática matemática que deveria ser a fonte de problemas da filosofia da matemática e fornecer os dados para a solução desses problemas". No caso de Wittgenstein, a atividade matemática que ele tinha em mente era aquela dos estudantes da escola elementar para os quais ele ensinou durante 5 anos, quando participou do movimento de reforma escolar na Áustria. A psicologia filosófica que orientou esse movimento tem muitos pontos comuns com o trabalho de Jean Piaget e com o construtivismo contemporâneo. Como observou BARTLEY (1973, p. 85), "a última filosofia de Wittgenstein sugere que ele aprendeu muito e, provavelmente mais, com aquelas crianças do que com os adultos". Na realidade, o próprio WITTGENSTEIN (1970, p. 74) perguntou e respondeu: "Estou eu fazendo psicologia da criança? — Estou construindo uma conexão entre o conceito de ensino e o conceito de significado".

Para os filósofos da matemática, a atividade de interesse é a dos matemáticos. Mesmo aqui, o ensino desempenha um papel proeminente, visto ser ele uma parte central da atividade dos matemáticos (GRABINER, 1986; TYMOCZKO, 1986b). Além disso, assim como os alunos aprendem matemática participando na comunidade de sala de aula, do mesmo modo, os matemáticos só "são capazes de fazer matemática e conhecer matemática participando de uma comunidade matemática" (TYMOCZKO,



1986b, p. 45). É isto que significa filosofar dentro do contexto antropológico. Nesta perspectiva, a matemática é uma atividade social humana — um projeto comunitário (DE MILLO, LIPTON, & PERLIS, 1986). Isso não significa simplesmente que os matemáticos conversam uns com os outros e discutem suas idéias. O ponto crucial é que *“uma teoria matemática, assim como qualquer outra teoria científica, é um produto social. Ela é criada e desenvolve-se através da interação dialética de muitas mentes e não de uma única”* (GOODMAN, 1986, p. 87). É este processo social que determina se um teorema é interessante ou se é verdadeiro. Depois de várias

*transformações, várias generalizações, vários usos e várias conexões, a comunidade matemática eventualmente decide que as noções centrais do teorema original, agora talvez amplamente modificado, possui uma estabilidade última. Se as várias provas são tidas como corretas e os resultados são examinados por diversos ângulos, então, a verdade do teorema é eventualmente considerada estabelecida. O teorema é visto como verdadeiro no sentido clássico — isto é, no sentido de que ele pode ser demonstrado por meio da lógica formal dedutiva, embora não seja para todos os teoremas que uma tal dedução sempre tenha existido ou sempre existirá* (DE MILLO et al., 1986, p. 273).

É através desse processo social de institucionalização do conhecimento matemático que o teorema ganha a aura especial da qual falou Bloor. Para a perspectiva antropológica, sua verdade inquestionável *emerge* no curso da interação social. Significados emergentes são institucionalizados e o teorema constitui-se num fundamento seguro para o trabalho futuro até um reparo posterior. O mesmo se pode dizer em relação aos teoremas-em-ação construídos nas classes de 2ª série do 1º grau que nós observamos. A diferença principal entre uma comunidade de matemáticos e uma comunidade de alunos de 2ª série do 1º grau são, certamente, seus padrões de rigor. Da mesma forma que as verdades matemáticas, esses padrões são, eles próprios, produtos sociais. Para a comunidade de alunos de 2ª série do 1º grau resolvendo tarefas aritméticas, o tribunal de apelação de última instância parece ser contar os objetos físicos.

Até aqui concentramo-nos no processo social pelo qual a matemática emerge e se torna obviamente um conhecimento verdadeiro. Esses processos não são específicos da matemática mas aplicam-se a qualquer comunidade de especialistas. Entretanto, a matemática parece mais exata, mais verdadeira do que, digamos, a biologia ou a química. Para falar sobre esse ponto, temos que diferenciar entre modos matemáticos e modos científicos de construção do mundo tanto no contexto antropológico quanto no cognitivo.

Numa primeira aproximação, a afirmação de que o crescimento do conhecimento matemático é cumulativo pode ser questionada a partir da perspectiva antropológica. KITCHER (1986, p. 223) argumenta que:

*a aparência de harmonia e de progresso contínuo pode ter sido um pressuposto de histórias da matemática escritas até agora. Até o momento em que a história da ciência atingiu a maioria, acreditou-se que o curso da ciência verdadeira sempre transcorria regularmente. Infelizmente, a história da matemática é subdesenvolvida, até mesmo quando comparada com a história da ciência.*

Em outras palavras, as suposições de que a verdade matemática é ahistórica e de que o crescimento do conhecimento matemático é cumulativo eram questões tão óbvias para os autores dessas histórias que, desse modo, eles acabaram produzindo retratos de desenvolvimentos matemáticos que se acomodavam às suas suposições. Eles simplesmente consideravam óbvio que novos teoremas são acrescentados sem a necessidade de abandonar ou reconceptualizar os teoremas antigos. Tanto KITCHER (1986) quanto LAKATOS (1976) defendem que essas suposições não são confiáveis, isto é, que elas podem ser contestadas. Eles fornecem exemplos para ilustrar que os desenvolvimentos em matemática envolvem tanto mudanças conceptuais quanto metodológicas e GRABINER (1986) concluiu, de seus estudos históricos, que a matemática é a área da atividade humana na qual ocorrem as revoluções mais fundamentais.

A diferença crucial entre os desenvolvimentos científico e matemático para a perspectiva antropológica é que parece não se poder encontrar no desenvolvimento matemático analogias com o desenvolvimento científico no que se refere à rejeição ou descarte de teorias. Ao passo que uma competição entre teorias científicas termina com a eliminação de todas ou de uma das teorias, os matemáticos não precisam escolher entre, digamos, a geometria euclidiana e as várias não-euclidianas. Contudo, ocorre uma revolução conceptual. A geometria euclidiana era originariamente vista como um delineamento das características estruturais do espaço físico. Quando geometrias alternativas de comparável riqueza e articulação foram desenvolvidas, uma nova conceptualização sobre a natureza da geometria foi negociada e institucionalizada pela comunidade matemática. As várias geometrias puderam coexistir porque os matemáticos institucionalizaram a interpretação de que as geometrias delineiam as estruturas de diferentes espaços abstratos, nenhum dos quais podendo identificar-se com o espaço físico. Em outras palavras, o significado de geometria que emergiu excluiu o espaço físico. O problema de decidir qual geometria particular era mais útil para servir como modelo a problemas físicos particulares foi, então, deixado para a comunidade científica. Mais geralmente,