

ALKIMIA: sistema alternativo para realizar multiplicaciones y divisiones mediante símbolos y algoritmos que no usan las tablas

Magdalena Guzmán Domínguez

Maestra especialista en pedagogía terapéutica
jacris2ma@gmail.com

Resumen: *Alkimia es un sistema alternativo a los algoritmos tradicionales para multiplicar y dividir sin usar las tablas cuyo objetivo es dar respuesta al alumnado que tiene otra manera de aprender, ajustarse mejor a sus capacidades, ritmo y estilo de aprendizaje. Las tablas son solo una opción. Es necesario salir del camino único.*

Palabras clave: *Matemáticas, Tablas, Método alternativo, Dificultades de aprendizaje, Operaciones de multiplicar y dividir.*

ALKIMIA: alternative system for performing multiplication and division using symbols and algorithms that do not use tables

Abstract: *Alkimia is an alternative system to traditional algorithms for multiplying and dividing without using tables, whose objective is to respond to students who have another way of learning, to better adjust to their abilities, pace and learning style. Tables are only one option. It is necessary to get out of the single path.*

Keywords: *Mathematics, Tables, Alternative method, Learning difficulties, Multiplication and division operations.*

INTRODUCCIÓN

Durante casi treinta años de docencia como especialista en pedagogía terapéutica, he buscado insistentemente la mejor manera de enseñar al alumnado que aprende de forma diferente. He observado cómo multiplicaciones y divisiones se convertían en un muro infranqueable, principalmente por la dificultad de aprenderse las tablas. Las expresiones

256×67 , 2345: 8 les provocaban animadversión, pues eran el prelude del mal rato que iban a pasar y el motivo de suspensos y castigos sufridos durante años.

Tal como indican las Instrucciones de 22 de junio de 2015 de la Dirección general de Participación y Equidad de la Junta de Andalucía (Junta de Andalucía, 2015a), una parte del alumnado tiene dificultades de aprendizaje (déficit de atención, discalculia...) que les impiden retener las tablas y aprender los algoritmos tradicionales. Otros con sobredotación intelectual tienen gran creatividad e *insight* en la resolución de problemas (Benito, 2003) y no las necesitan, pues emplean estrategias propias.

La Orden de 17 de marzo de 2015 por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Primaria en Andalucía (Junta de Andalucía, 2015b) menciona brevemente las tablas de multiplicar:

- Mapa de desempeño, estándar 20.5: Construye y memoriza las tablas de multiplicar, utilizándolas para realizar cálculo mental.
- Contenidos segundo ciclo 2.15: Descomposición aditiva y multiplicativa de los números. Construcción y memorización de las tablas de multiplicar.

No es proporcional esta breve alusión a la cantidad de sesiones de trabajo que se les dedica ni a su relevancia, tanto académica como socioafectiva, en la vida escolar y familiar de nuestro alumnado. Considero que es un tiempo perdido —para algunos por el esfuerzo infructuoso que realizan, para otros porque no las necesitan— en el que podrían desarrollar otras capacidades.

Como señala el manifiesto contra los algoritmos tradicionales de las cuatro operaciones aritméticas y de la raíz cuadrada (ATOA) (Martín, s.f.): “Los estudiantes necesitan conocerlos, pero no debido a su importancia matemática, sino porque ayudan a los estudiantes a tener ‘éxito’ en la escuela. Es decir, son destrezas para la supervivencia escolar de los alumnos. Quien no sabe hacer divisiones o multiplicaciones es un fracasado en la escuela. Son destrezas de supervivencia, procedimientos que el alumno debe dominar, simplemente porque el programa de matemáticas lo exige”.

Comparto lo expuesto en el manifiesto. Sin embargo, resolver multiplicaciones y divisiones era importante para mis alumnos y alumnas precisamente porque marca un “status” y manejarlas con soltura les hace sentirse mejor, sube su autoestima y eleva el nivel de expectativas.

Dadas la dificultad que encontraban y la importancia que para ellos tenía aprender a “hacer estas cuentas”, busqué y encontré un camino alternativo con algoritmos que no dependen de las tablas: Alkimia.

Usamos símbolos y esquemas en el enunciado de las cuentas consiguiendo un impacto visual que para ellos tiene sentido y les sirve de guía. Resolvemos todas las operaciones sin tablas, mezclando distintos elementos, unos de creación propia, otros basados en sistemas atribuidos a antiguas civilizaciones y en estrategias que usan las manos, de tradición popular.

La inteligencia es diversa, dinámica y peculiar (Robinson, 2009), no es lógico tener un solo guion y pretender que todos lo sigan. Debemos ofrecer a nuestro alumnado distintas estrategias para que opten por las que mejor se adaptan a su manera de ser y de aprender. Las tablas y procedimientos tradicionales son solo una opción.

DESCRIPCIÓN DE ALKIMIA

Alkimia permite acceder a los resultados de las operaciones mediante procedimientos que no usan las tablas ni los algoritmos tradicionales.

Coincidiendo con lo indicado por Castro: “Distinguimos entre el significado de las operaciones y el dominio de las formas o procedimientos de cálculo utilizados para obtener resultados cuando se aplican estas operaciones” (Castro, 2013), usamos símbolos y esquemas para representar el significado de las operaciones y unas técnicas y procedimientos diferentes a los habituales para encontrar el resultado.

Símbolos y esquemas

Cada proceso de aprendizaje debe ir acompañado de situaciones contextualizadas en las que las operaciones respondan a acciones. (Flores, Castro-Rodríguez y Fernández-Plaza, 2015).

Para este grupo de niños y niñas, la simbología habitual estaba vacía de significado: sabían que la equis significa multiplicar y los dos puntos o la caja dividir, pero ¿qué significan realmente multiplicar y dividir? Eso no estaba tan claro. Era necesario plantear una situación problemática a la que dar solución y para encontrarla hemos de hacer algo (operaciones). Esa acción la representamos mediante los símbolos y las operaciones con los esquemas.

Símbolos

Representan las transformaciones que sufren las cantidades para llegar a la solución del problema. No están ligados necesariamente a ninguna operación.

El símbolo de la figura 1 muestra cómo una cantidad conocida se transformará en otra mayor desconocida (círculo vacío). La transformación puede realizarse mediante una multiplicación pero también con una suma cuando añadimos elementos a una cantidad conocida y con una división cuando el divisor sea menor que la unidad.

El símbolo de la figura 2 expresa la transformación de una cantidad conocida, en otra más pequeña, desconocida. Representa la división, la resta cuando quitemos elementos a una cantidad conocida y la multiplicación cuando uno de los factores sea menor que la unidad.

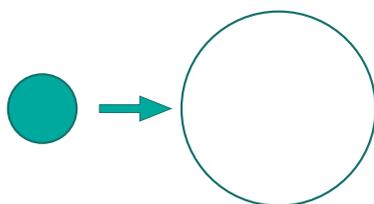


Figura 1

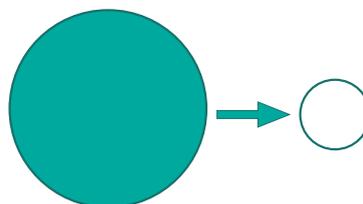


Figura 2

Esquema

En él situamos los datos de la operación que vamos a realizar distinguiendo los números cardinales de los que no lo son y marcando la diferencia de tamaño de las cantidades inicial y final.

El esquema de la multiplicación (figura 3) sustituye al clásico $2452 \times 4 = 9808$.



Figura 3

Escribimos los números cardinales en un recuadro: 2452 es el cardinal del conjunto inicial y 9808 el número de elementos que se consigue repitiendo 4 veces el conjunto inicial.

El esquema de la división (figura 4) sustituye a $9808 : 4 = 2458$.



Figura 4

Escribimos los datos en el lugar que corresponde: 9808 es el cardinal del conjunto inicial (mayor) y 2452 los elementos obtenidos partiendo 4 veces el conjunto inicial.

La figura 5 muestra trabajos realizados por mis alumnos

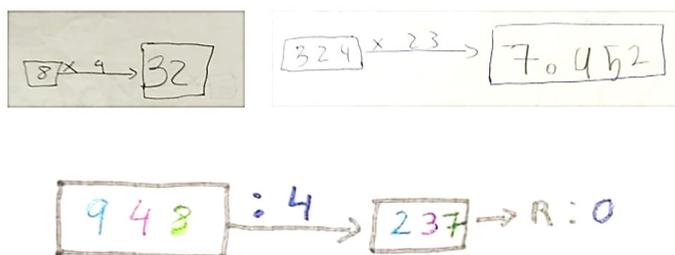


Figura 5

En la figura 6 una alumna usa el símbolo y el esquema para resolver un ejercicio.

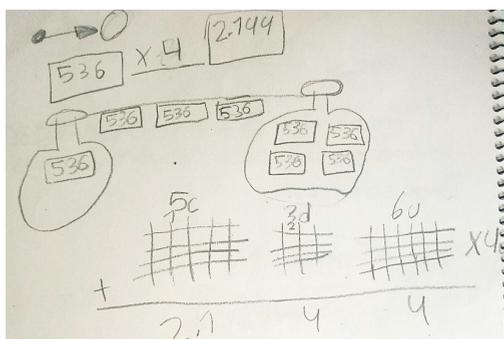


Figura 6

TÉCNICAS QUE SUSTITUYEN A LOS ALGORITMOS QUE USAN LAS TABLAS

Las técnicas son diversas, pero todas cumplen el objetivo inicial: simplificar la realización de las operaciones, no usar las tablas y encontrar el resultado de la multiplicación o división.

La multiplicación

En Alkimia cambiamos la representación tradicional por los motivos anteriormente explicados y la sustituimos por nuestro esquema (figura 7).



Figura 7

Multiplicamos dígito a dígito marcando el orden numérico (figura 8):

2um	3c	4d	5u	
(4x2)	(4x3)	(4x4)	(4x5)	4u
8um	12c	16d	20u	

Figura 8

Para encontrar el resultado de cada producto tenemos tres caminos:

Puntos

Está basado en el sistema maya (figura 9).

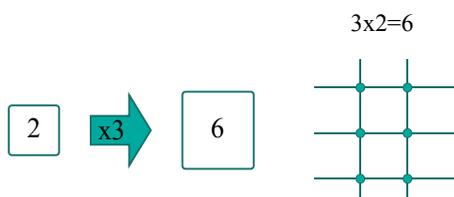
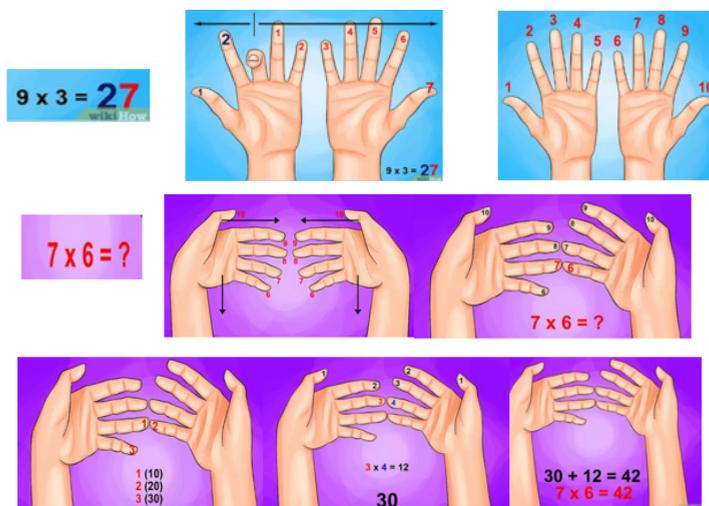


Figura 9

Trazamos tantas rayas horizontales como indique uno de los factores y tantas verticales como indique el otro. Contamos los puntos de cruce. Es fácil de hacer y muy útil para entender el sentido de la multiplicación por su impacto visual.

Manos

Con números muy altos, el esfuerzo de atención sostenida puede complicar la operación a quienes tienen dificultades con ella. Podemos recurrir a estrategias empleando las manos. La tradición popular presenta numerosos ejemplos, que podemos encontrar en internet (figuras 10 y 11). (<https://es.wikihow.com/multiplicar-con-las-manos>).



Figuras 10 y 11

Estas técnicas son una buena opción, pues recurren a algo que siempre llevamos con nosotros.

Resultados conocidos

Es posible que, con el uso, lleguen a asociar la imagen de un entramado con un número, que hayan aprendido algunos números de la tabla o que lo hayan averiguado por otros métodos. Si es así, pueden ponerlo directamente.

Esas son las tres maneras de encontrar el resultado de los productos. Se pueden emplear juntas o por separado, como mejor se adaptan a cada manera de aprender.

Continuamos con la realización de la operación. Una vez encontradas las respuestas, escribimos cada resultado debajo del orden numérico al que pertenece, es decir: 20 debajo del 5 porque son 20 unidades, 16 debajo del 4 porque son 16 decenas, etc. (figura 12).

Unimos las cifras de un mismo orden numérico mediante una línea curva (“caracolito” la llamó una alumna y ese nombre quedó).

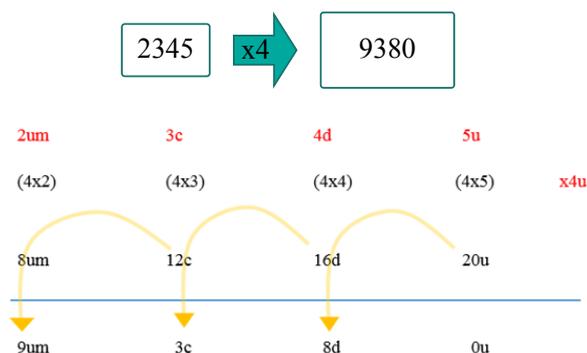
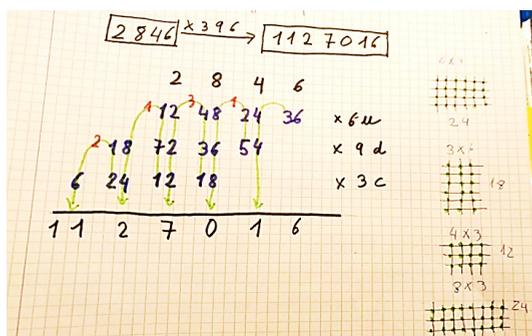


Figura 12

Si al sumar las cifras del mismo orden obtenemos un número de dos cifras, añadimos la nueva cifra a la suma escribiéndola sobre la curva que indica el “caracolito” (figura 13).



La división

Manejamos dos técnicas diferentes según las cifras del divisor:

Una cifra en el divisor (*El huerto*)

Es un sistema de filas y columnas muy fácil de resolver que a ellos les recordaba el huerto del colegio. Tiene las siguientes características:

- Es un sistema de reparto o agrupamiento basado en el orden decimal.
- Es muy gráfico, van viendo paso a paso lo que están haciendo.
- Permite combinar el reparto, las manos y los resultados conocidos.

En el siguiente ejemplo vamos a repartir 935 unidades en 4 grupos (figura 14).

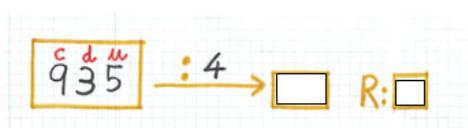


Figura 14

Dibujamos tantas columnas como indique el divisor. En nuestro ejemplo, 4.

A la izquierda de las columnas escribimos la cantidad que vamos a repartir, empezando por el orden mayor (9 centenas) y vamos marcando una raya en cada columna hasta completar el valor de la cifra que estamos repartiendo. En nuestro caso hemos rellenado dos filas y ha sobrado una centena. A la derecha ponemos el número de filas completadas: 2 y trazamos una línea horizontal para separar el campo de las centenas. Al hacer la raya ellos suelen decir: “se acabó el campo de las centenas, vamos a sembrar al de las decenas”. El número de elementos sobrantes (1) lo escribimos en el campo de las decenas, resaltando que va delante porque es una unidad superior, pues viene del campo de las centenas. Repetimos el mismo procedimiento hasta el campo de las unidades. El cociente se formará con el número de filas completas de cada orden: 233 (2 C, 3 D, 3 U); el resto será el número de unidades sobrantes: 3.

En la figura 15 aparecen ejemplos de dos divisiones realizadas por este método.

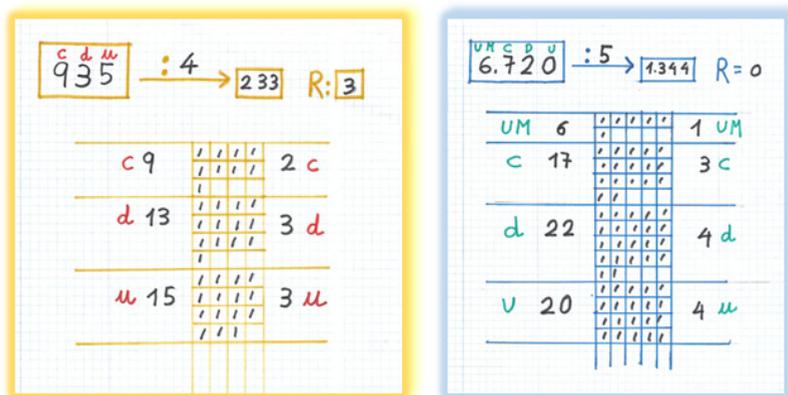


Figura 15

Cuando la cantidad de elementos a repartir es muy elevada (figura 16), podemos emplear las técnicas de las manos o los resultados conocidos. No es necesario repartir 58 unidades si sabemos que 7×8 son 56: solo marcamos las dos que faltan para llegar a 58.

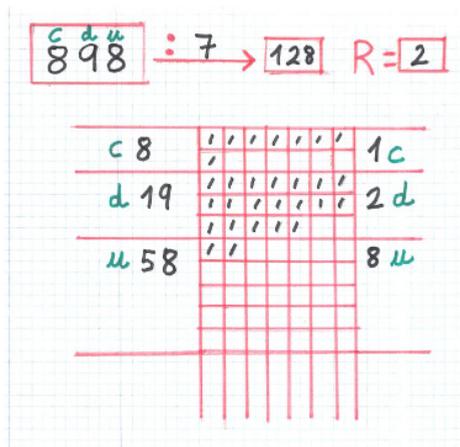


Figura 16

Ambas maneras de realizar la operación son igualmente válidas, pues dan el resultado correcto. Si usamos números con decimales seguimos el mismo procedimiento, pero trazamos una línea distinta para indicar que salimos del campo de los números enteros (figura 17).

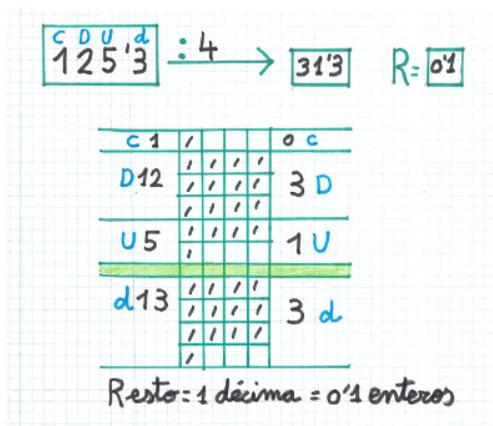


Figura 17

Varias cifras en el divisor (La tabla)

Suelen ser las más temidas. Para resolverlas usamos una adaptación del método egipcio, donde marcamos y ubicamos la secuencia a seguir.

El sistema tiene unas características muy interesantes:

- Solo se usan sumas y restas.
- Tiene una estructura (plantilla) coherente.
- En caso de error, pueden volver sobre sus pasos fácilmente para rectificar.
- Hacer la prueba (con calculadora) era una avanzadilla hacia las igualdades y las ecuaciones.

Véase el ejemplo en la figura 18:



Figura 18

Debemos distribuir 34.791 unidades (recuadro) en grupos de 4782 unidades (recuadro). Formaremos 7 grupos (sin recuadro) y sobrarán 1317 unidades (recuadro).

Desarrollo de la operación:

Dibujamos tres columnas. En la izquierda escribimos el divisor, que es el número de unidades que necesitamos para formar un grupo. Escribimos 1 del grupo formado en la columna de la derecha. Doblamos el valor del divisor y lo escribimos debajo de él obteniendo la cantidad de unidades necesarias para formar dos grupos, anotamos

el número dos a la derecha, debajo del 1. Así sucesivamente hasta llegar sin sobrepasar al valor del dividendo (figura 19).

	4.782		1
Doble			2
Doble			4
Doble	38.256 >34.791		8

Figura 19

Si no llegamos al valor exacto comenzamos con las restas. Restamos al dividendo la cantidad de elementos utilizados en la última duplicación, en nuestro ejemplo $34.791 - 19.128 = 15.663$. Apuntamos el resultado en la columna del centro junto al sustraendo. Comparamos el resultado de la resta en dirección ascendente restando cuando sea posible y anotando el resultado junto al sustraendo, hasta no poder restar más: ese número final es el resto, en este caso, 1317 (figura 20)

4.782	6.099 - 4.782 1.317	1
9.564	15.663 - 9.564 6.099	2
19.128	34.791 - 19.128 15.663	4
34.791		8

Figura 20

El cociente es la suma de grupos que hemos formado: $4 + 2 + 1 = 7$.

Hacen la prueba con la calculadora, aplicando la definición de división: dividendo es igual a divisor por cociente más el resto.

En el ejercicio de la figura 21 conocíamos la cantidad inicial: 34791 (recuadro) y el número de grupos: 4782 (sin recuadro) y queríamos saber los elementos que cabían en cada grupo. En este caso 7 elementos (recuadro).

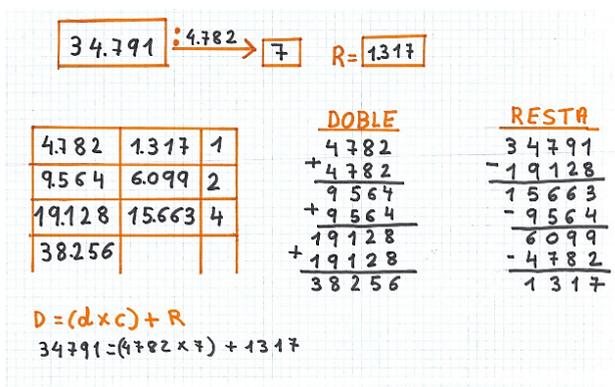


Figura 21

En el ejemplo de la figura 22, al calcular el doble de las cantidades, alcanzamos el valor del dividendo. Por lo tanto, la división es exacta. El cociente es el último número que hemos escrito en la fila de la derecha

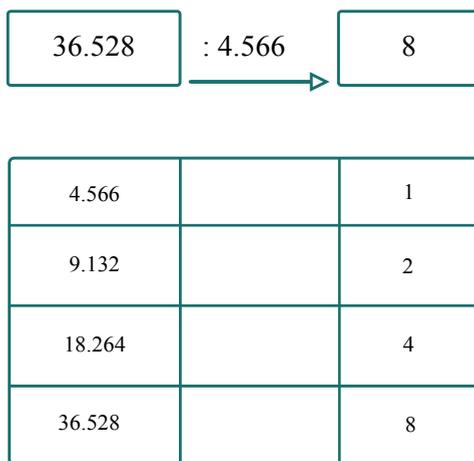


Figura 22

Las divisiones con decimales se resuelven de manera similar, pero en varias etapas, tal como se explica en el siguiente ejemplo: Vamos a repartir una cantidad de 548,25 unidades en 197 grupos (figura 23).

$$\boxed{548,25} : \boxed{197} \longrightarrow \boxed{}$$

Figura 23

Empezamos repartiendo los números enteros: 548. Obtenemos un cociente de 2 unidades y un resto de 154 unidades (figura 24)

ENTEROS

$\boxed{548} : \boxed{197} \rightarrow \boxed{2} \quad R = \boxed{154}$

197		1
394	154	2

DOBLES

$$\begin{array}{r} 197 \\ + 197 \\ \hline 394 \\ + 394 \\ \hline 798 \end{array}$$

RESTAS

$$\begin{array}{r} 548 \\ - 394 \\ \hline 154 \end{array}$$

Figura 24

Formamos otra tabla para las décimas, cuyo dividendo serán las 154 unidades del resto anterior más el número correspondiente a las décimas: 1542 décimas. Obtenemos 7 décimas en el cociente y 163 décimas en el resto (figura 25)

DÉCIMAS

$\boxed{1542} : \boxed{197} \rightarrow \boxed{7} \quad R = \boxed{163}$

197	163	1
394	360	2
788	754	4

DOBLES

$$\begin{array}{r} 394 \\ + 394 \\ \hline 788 \\ + 788 \\ \hline 1576 \end{array}$$

RESTAS

$$\begin{array}{r} 1542 \\ - 788 \\ \hline 754 \\ - 394 \\ \hline 360 \\ - 197 \\ \hline 163 \end{array}$$

Figura 25

Construimos otra tabla para las centésimas. El dividendo se forma con las 163 décimas del resto anterior más las 5 centésimas de la cantidad inicial: 1635 centésimas. Obtenemos 8 centésimas en el cociente y 59 centésimas en el resto (figura 26)

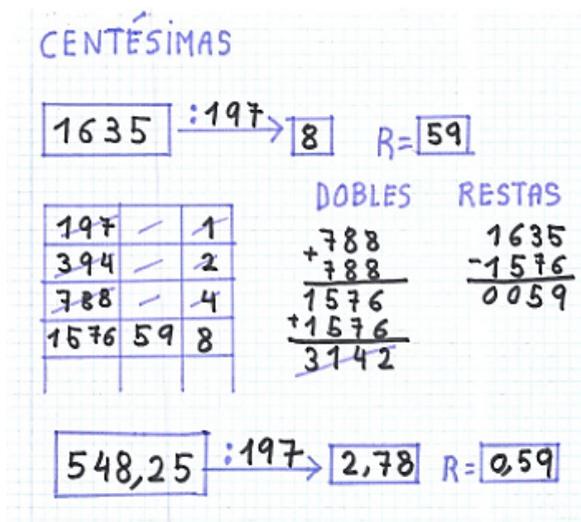


Figura 26

El cociente de la división inicial lo formarán todos los cocientes parciales: 2 enteros, 7 décimas y 8 centésimas: 2,78.

El resto es el del último orden (centésimas) que hemos de pasar al orden en el que esté expresado el dividendo inicial: 59 centésimas = 0,59 unidades (figura 27)

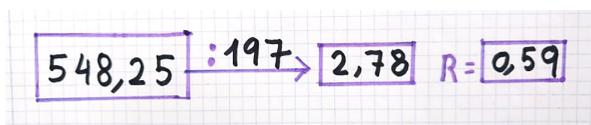


Figura 27

Como hemos podido observar, mediante estas técnicas se pueden resolver todas las multiplicaciones y divisiones, desde las más sencillas hasta las más complicadas, sin necesidad de usar las tablas. Gracias a ellas mis alumnos y alumnas pudieron resolverlas y continuar con sus aprendizajes.

CONCLUSIÓN

Propongo ese sistema como alternativa para evitar a muchos niños y niñas los problemas derivados de la obligatoriedad de operar usando las tablas y algoritmos tradicionales. Con una alternativa metodológica esos aprendizajes han sido posibles.

Despertamos un alto nivel de motivación en el alumnado junto al que se construyó, que, por distintos motivos, no aprendía al ritmo esperado para su edad los contenidos del programa.

Venían confiados, sabiéndose capaces de hacer muchas cosas bien, sabiendo que todos tenemos habilidades y dificultades, que el error no es una tragedia. Les gustaba llevar sus trabajos a casa, enseñar estas nuevas técnicas que dominaban y que su familia desconocía. Sin haberlo pedido, me trajeron representadas situaciones problemáticas y su solución con este nuevo sistema.

Dominar la multiplicación y la división produce en el alumnado un impacto emocional tan positivo que les ayuda a superar frustraciones, tensiones y estrés. Aprenden porque quieren aprender, porque les parece divertido y útil.

Es imprescindible enseñar distintas maneras de resolver las operaciones para que cada cual elija la que mejor se adapte a su manera de aprender y dejar siempre abierta una puerta a otras opciones.

Hemos de emplear el tiempo en los conocimientos y valores que les hagan crecer como personas. Enseñémosles a pensar, a aprender, a ser críticos, a valorar y analizar la información que constantemente les llega, a ser solidarios, asertivos, resilientes, a enriquecerse con la diversidad, a aprender de sus errores, a construir sus conocimientos... Esa es la verdadera educación.

Estamos en el siglo XXI: preparemos a nuestros niños para desenvolverse en él, fomentemos el pensamiento divergente. Debemos ofrecerles la oportunidad de investigar y recorrer caminos alternativos.

Las tablas y las cuentas no son imprescindibles ni únicas, no tienen que aprenderlas ni resignarse a mirarlas en un papel mientras otros compañeros las manejan con soltura. No es necesario pasar tantas horas intentando retener algo que pronto van a olvidar. Hay un camino alternativo para esas operaciones que todo lo complican.

Abandonemos el camino único, ofrezcamos alternativas.

REFERENCIAS

- Benito, Y. (2003). *Manual internacional de superdotados: Manual para profesores y padres*. Madrid, España: Editorial EOS.
- Flores, P., Castro-Rodríguez, E. y Fernández-Plaza, J.A. (2015). Enseñanza y aprendizaje de las estructuras aritméticas. En Flores, P. y Ricol, L. (Coords.) *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en la educación primaria*. Madrid, Pirámide.
- Junta de Andalucía (2015a). Instrucciones de 22 de junio de 2015 de la Dirección general de Participación y Equidad de la Junta de Andalucía.
- Junta de Andalucía (2015b). Currículo de matemáticas de Enseñanza Primaria, BOJA nº60.

Martín, A.R. (s.f.). Manifiesto en contra de los algoritmos tradicionales de las cuatro operaciones aritméticas y de la raíz cuadrada (atoa). Página del autor: 2

Robinson, K. (2009). *El elemento*. Grijalbo.

<https://www.instructables.com/id/Tablas-de-6-7-8-y-9-en-sus-manos/>

<https://es.scribd.com/document/273286477/ENSEÑANZA-DE-TABLAS-DE-MULTIPLICAR-DEL-6-AL-10>

Wiki How, <https://es.wikihow.com/multiplicar-con-las-manos>