

## Las figuras imposibles en la formación matemática del alumnado de secundaria

Vicente Meavilla Seguí

*Catedrático de Matemáticas jubilado*

*Doctor en Filosofía (Pedagogía)*

*vmeavill@hotmail.com*

**Resumen:** *En este artículo, con la ayuda de las «figuras imposibles», proponemos una colección de actividades de enseñanza-aprendizaje dirigidas a los alumnos de E. S. O. y Bachillerato.*

*Con ellas se pretende que los estudiantes no universitarios profundicen en el estudio de las leyes que permiten construir las representaciones bidimensionales de los objetos 3D. Al mismo tiempo, de forma transversal, se introducen algunos objetos matemáticos (números primos, «triángulo aritmético», proyecciones ortogonales) y algunos personajes notables en la Historia de las Matemáticas.*

**Palabras clave:** *Figuras imposibles, Educación matemática, Sistemas de representación.*

## Impossible figures: an educational proposal for High Schools

**Abstract:** *In this article, with the help of the “impossible figures”, we propose a collection of teaching-learning activities aimed at E. S. O. and Bachillerato students. The aim of these activities is to help non-university students to deepen their study of the laws that make it possible to construct the laws that allow the construction of two-dimensional representations of 3D objects.*

*At the same time, in a transversal way, some mathematical objects (prime numbers, “arithmetic triangle”, orthogonal projections) and some remarkable characters in the History of Mathematics are introduced.*

**Keywords:** *Impossible figures, Mathematics education, Representation systems.*

## UN POCO DE HISTORIA: A MODO DE INTRODUCCIÓN

Las *figuras imposibles*, aquellas que se pueden dibujar en un papel pero que no se pueden construir en el mundo real tridimensional, han inspirado a números artistas y diseñadores gráficos a lo largo de los tiempos (Pieter Breugel, William Hogart, Oscar Reutersvärd, M. C. Escher, Sandro Del Prete, Itsvan Orosz, Jos de Mey, etc.), han fascinado a buen número de matemáticos o aficionados a las Matemáticas, están presentes en algunos sellos de correos, intervienen en el diseño de ciertos logotipos, aparecen en las pantallas de determinados juegos de ordenador e incluso han jugado un papel capital en la campaña publicitaria de un modelo de automóvil.

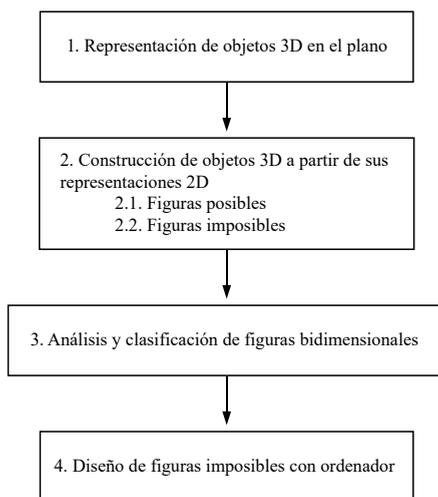
Desde una óptica didáctica, la introducción de las *figuras imposibles* en los programas de Matemáticas de la E. S. O. puede ayudar a la consecución de los objetivos siguientes:

Comprender el espacio tridimensional [3D] a través de sus representaciones bidimensionales [2D]

Profundizar en el conocimiento de las leyes que rigen algunas representaciones planas del espacio 3D.

Potenciar el uso de herramientas informáticas en la enseñanza y aprendizaje de la Geometría.

En esta línea, hace ya muchos años (Meavilla, 2003 y 2004), propusimos una «intervención» pedagógica estructurada en cuatro fases que se pueden esquematizar en el diagrama siguiente:



En la primera fase (*Representación de objetos 3D en el plano*) los alumnos debían dibujar algunos objetos tridimensionales construidos con cubos encajables.

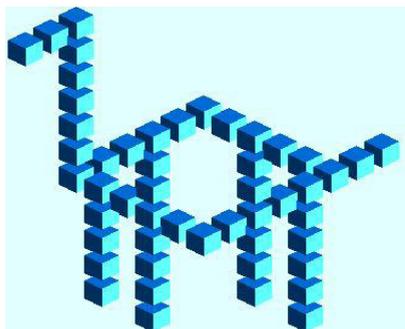
En la segunda etapa (*Construcción de objetos 3D a partir de sus representaciones 2D*) los estudiantes montaban con cubos encajables los objetos 3D representados en algunos dibujos. En este momento se descubrían dibujos que se pueden construir en el mundo tridimensional (*figuras posibles*) y dibujos que no se pueden construir en tres dimensiones (*figuras imposibles*)

En la tercera fase (*Análisis y clasificación de figuras bidimensionales*) se estudiaban diversos diseños bidimensionales y se clasificaban en posibles e imposibles.

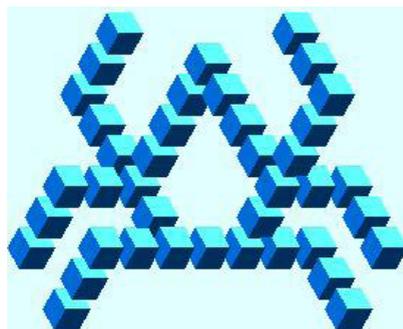
Por último, en la cuarta etapa (*Diseño de figuras imposibles con ordenador*) los alumnos debían crear figuras imposibles utilizando algún programa sencillo de ordenador.

En este artículo, utilizando diseños y dibujos propios, que no fueron concebidos desde una óptica didáctica, sugerimos una colección de actividades de enseñanza y aprendizaje que, además de tener cabida en alguna de las etapas que acabamos de describir, permiten introducir, ampliar o recordar, conceptos y/o procedimientos matemáticos.

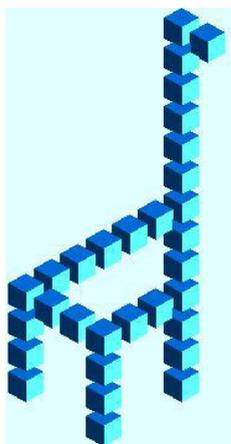
### UNA ACTIVIDAD PARA LOS ALUMNOS DE 1º Y 2º DE E. S. O.



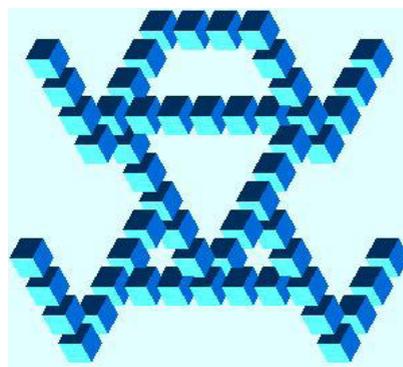
Camello



Cangrejo



Jirafa

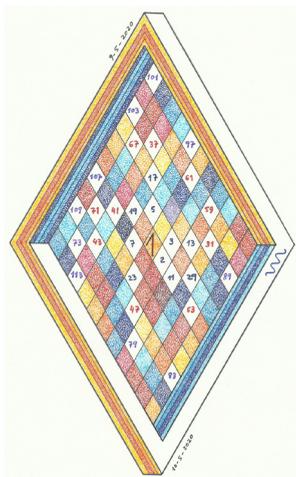


Rana

En la figura anterior se representan cuatro animales.

1. Constrúyelos con cubos multilink.
2. Discute con tus compañeros los resultados que has obtenido.

## OTRA ACTIVIDAD PARA EL SEGUNDO CICLO DE E. S. O.



En el dibujo anterior se representa un conjunto de números encerrados en un marco que tiene la forma de un rombo.

1. ¿Es posible construir dicho marco en el mundo real? Razona tu respuesta.
2. Ordena de menor a mayor los números que intervienen en el dibujo. ¿Cómo se llaman dichos números (exceptuando el 1)?
3. Busca en INTERNET el significado de la expresión «espiral de Ulam». ¿Tiene algo que ver dicha espiral con los números del dibujo anterior?

## TARTAGLIA, PASCAL Y EL «TRIÁNGULO ARITMÉTICO»: UNA ACTIVIDAD DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE PARA 1º DE BACHILLERATO



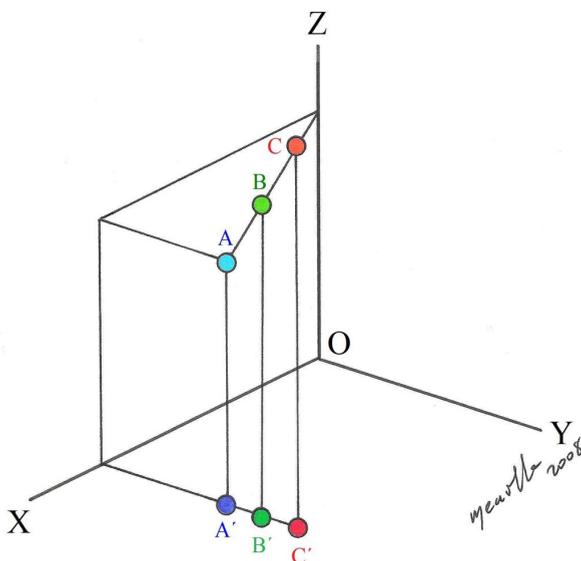
1. En la figura anterior, además de una distribución triangular de números, aparecen varios cubos conectados por varillas. ¿Es posible esta conexión en el mundo 3D? Razona tu respuesta.
2. Si el número de filas del triángulo numérico de la figura fuese aumentando, ¿qué números formarían la sexta y séptima filas? Razona tu respuesta.
3. Busca en INTERNET el significado de las expresiones «triángulo aritmético», «triángulo de Tartaglia» y «triángulo de Pascal». Relaciona las definiciones que hayas obtenido con el triángulo de la figura.
4. Busca en INTERNET la biografía de Nicolo Fontana («Tartaglia») y Blaise Pascal.

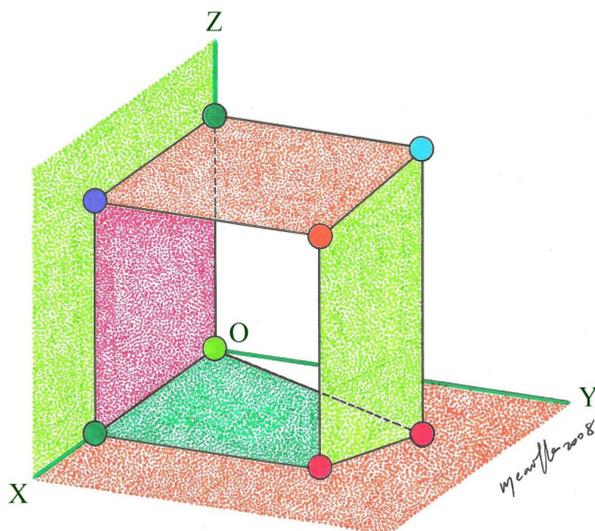
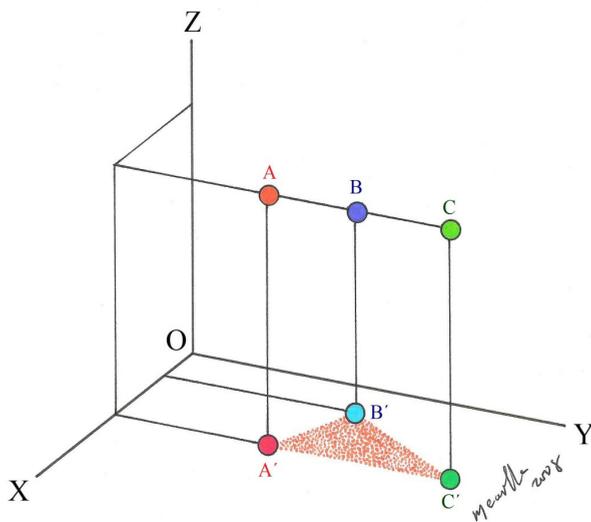
## PROYECCIONES IMPOSIBLES PARA LOS ALUMNOS DE 2º DE BACHILLERATO

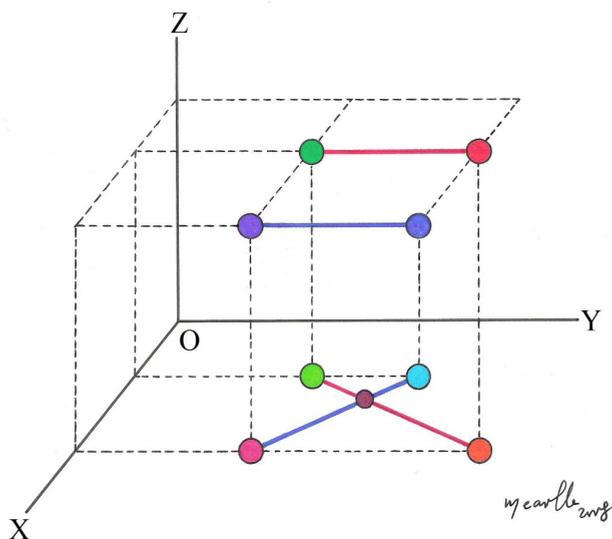
En los programas oficiales del segundo curso del Bachillerato de Ciencias una parte importante se dedica a la Geometría Analítica del espacio 3D. Dado que el estudio de esta rama de las Matemáticas no universitarias sólo presta atención a la manipulación (transformación) de los objetos geométricos tridimensionales, mediante ternas numéricas y expresiones algebraicas con tres variables, no resulta extraño que la mayoría de los alumnos de este nivel educativo presenten deficiencias significativas a la hora de visualizar los elementos que intervienen en la mayoría de los problemas que se les suelen presentar.

Para reducir estas limitaciones, creemos que la introducción de las figuras imposibles, como preámbulo a los estudios analíticos, puede resultar beneficiosa.

A modo de ejemplo presentamos la actividad siguiente.







En las cuatro figuras anteriores hay algunos detalles «extraños». Descríbelos de forma razonada.

## REFERENCIAS

- Meavilla Seguí, V. (2003). An Educational Proposal for Geometry Courses. *ARCHIMEDES*, (2), 26-27.
- Meavilla Seguí, V. (2004). Figuras imposibles: Una propuesta didáctica y algunas actividades para la enseñanza y el aprendizaje de la Geometría elemental. *SIGMA Revista de Matemáticas*, (24), 169-174.
- Meavilla Seguí, V. (2004). *Figuras imposibles. Geometría para heterodoxos*. Granada: Proyecto Sur de Ediciones, S. L.
- Meavilla Seguí, V. (2011). Geometría imposible para alumnos de Enseñanza Secundaria Obligatoria. *SIGMA Revista de Matemáticas*, (36), 25-37.

## REFERENCIAS ONLINE

<<https://im-possible.info/english/art/index.html>>