El número de oro y los alumnos de la ESO

por

Claudio Martínez Gil

(IES Benjamín de Tudela, Tudela)

La época griega es posiblemente el periodo histórico en el que *el saber* ocupa un papel más relevante. Tanto las ciencias (Astronomía, Medicina, Mecánica…) como las artes (Escultura y Arquitectura) son las bases sobre las que se asienta esa cultura. Particularmente, la Matemática vive un periodo irrepetible: Tales de Mileto, Pitágoras, Euclides, Arquímedes… Algunas investigaciones de Arquímedes sobre áreas en el siglo II a. C. no fueron mejoradas hasta 20 siglos después.

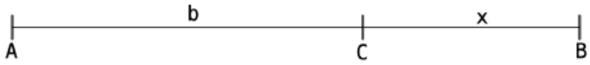
Los griegos consideraban que el secreto de la belleza estaba en el número. Así, un edificio, una escultura, una cerámica o una persona solo podían ser bellos si existía una armonía entre sus distintas partes y entre estas y el conjunto. Para alcanzar esta armonía era imprescindible utilizar proporciones. Para algunos, una figura humana era bella si su altura era siete veces la altura del rostro. Para otros, debía suponer ocho y para otros nueve. El resto de las medidas del cuerpo (brazo, pierna…) debían obtenerse por multiplicación o división de aquel elemento tomado como módulo.

Hoy en día también subrayamos la relación entre belleza y matemática. Aquellos objetos que están proporcionados nos resultan bellos, y feos aquellos otros desproporcionados. Los griegos utilizaron distintas proporciones en sus creaciones artísticas, pero la más famosa fue la *proporción áurea* (o *número de oro*), que se llamaría *divina proporción*.

El número de oro es un número irracional (tiene infinitas cifras decimales que no se repiten periódicamente). El símbolo para representarlo es la inicial del escultor griego Fidias (ϕ). Su valor aproximado es 1,618. Su valor exacto es:

$$\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

Este valor se deduce a partir de la tercera proporcional. Según Euclides: «una recta está dividida en extrema y media razón cuando la recta es al segmento mayor lo que este es al menor» (*Los Elementos*, libro II, proposición 11). Sobre un segmento AB es posible visualizar la tercera proporcional; basta localizar un punto C del segmento AB de forma que CB sea tercera proporcional a AB y AC, es decir,



$$\frac{AB}{AC} = \frac{AC}{CB} \text{ o también } \frac{b+x}{b} = \frac{b}{x}\,.$$

La razón de esta proporción es $\phi = b\,/\,x$. Dividiendo el numerador y el denominador del primer miembro de la igualdad anterior por x queda:

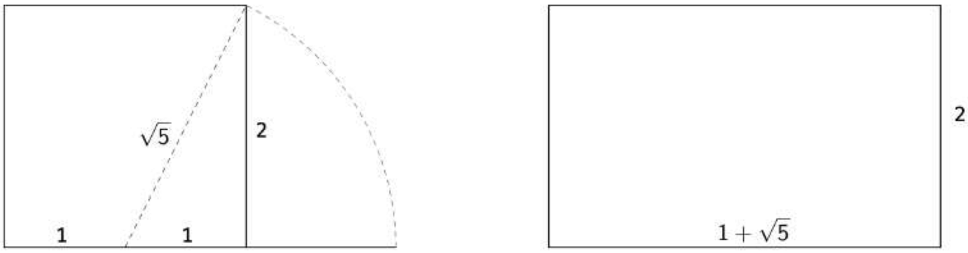
$$\frac{\frac{b}{x}+1}{\frac{b}{x}} = \frac{b}{x} \quad \text{que es lo mismo que} \quad \frac{\phi+1}{\phi} = \phi\,.$$

A partir de aquí queda la ecuación de segundo grado $\phi^2 - \phi - 1 = 0$. Al resolverla tenemos $\phi = \frac{1 \pm \sqrt{1+4}}{2}$

La solución positiva de esta ecuación es: $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

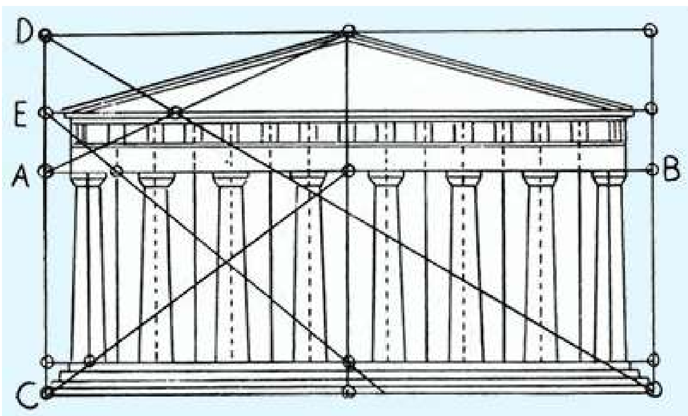
Un rectángulo especial es el llamado *rectángulo áureo*. Se trata de un rectángulo armonioso en sus dimensiones. Observamos que la proporción entre los dos lados es $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

En el gráfico puede verse su construcción:



Es amplio el conjunto de obras arquitectónicas y pictóricas en el que nuestro número está presente. En la Gran Pirámide de Keops, el cociente entre la altura de uno de los tres triángulos que forman la pirámide y el lado es $\phi/2$.

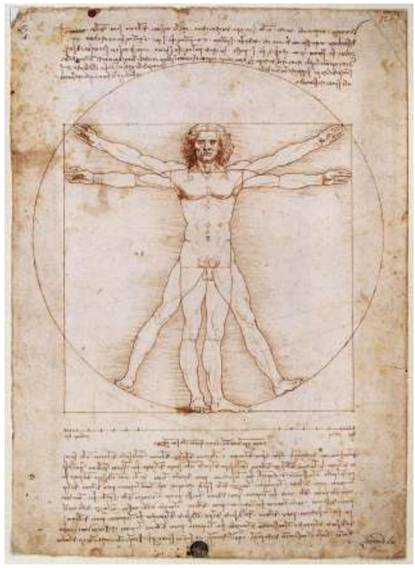
En el alzado del Partenón griego, como muestra la figura adjunta, $AB/CD = \phi$. Hay más cocientes entre sus medidas que dan el número áureo, por ejemplo: $\frac{AC}{AD} = \phi$ y $\frac{CD}{CA} = \phi$.



Aparece el número áureo en la naturaleza: crecimiento de las plantas, las piñas, la distribución de las hojas en un tallo, la formación de caracolas…

También se ha usado en el diseño del DNI, en la construcción de muebles, marcos para ventanas, camas, las tarjetas de crédito, las cajetillas de tabaco, etc.

El número áureo se descubre también en las proporciones del cuerpo humano. En el libro III de su obra *De architectura*, del romano Vitruvio desarrolla la idea de que la proporción en materia de construcción debe aplicarse por analogía con el cuerpo humano, es decir, que la geometría de los edificios debe calcarse de la armonía del cuerpo humano. Estas proporciones armoniosas las plasmó en el dibujo Leonardo da Vinci. Sirvió para ilustrar el libro *La Divina Proporción*. Estirando manos y pies y haciendo centro en el ombligo se dibuja la circunferencia. El cuadrado tiene por lado la altura del cuerpo que coincide en un cuerpo armonioso, con la longitud entre los extremos de los dedos de ambas manos cuando los brazos están extendidos y formando un ángulo de 90º con el tronco. Resulta que el cociente entre la altura del hombre (lado del cuadrado) y la distancia del ombligo a los pies (radio de la circunferencia) es el número áureo. Todos nosotros nos acercamos a las proporciones áureas.

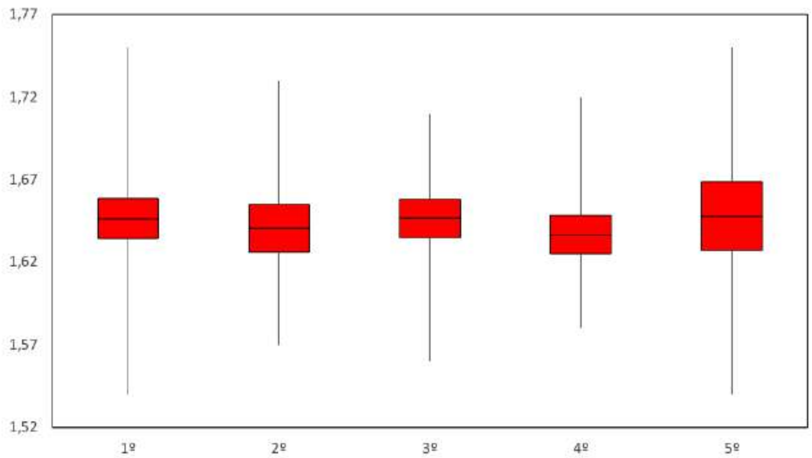


A partir de la portada de *La Divina Proporción* hemos querido hacer un estudio con nuestros alumnos de la ESO para ver si nuestros cuerpos respondían a la divina proporción. Hemos pedido tanto a alumnos como profesores que nos dijeran su altura y la altura del ombligo. La hoja de cálculo ha hecho la división. Para hacer el estudio hemos conseguido que participasen todos los alumnos y alumnas de 1.º de ESO (61), 30 de 2.º (sobre 37), 48 de 3.º (de 61) y 30 de 4.º (de 36), además de 18 de los 24 profesores, con lo que el número de datos es aceptable. Se ha hecho una diferenciación por cursos (a los profesores los hemos llamado 5.º curso) y luego se ha hecho el estudio con el total de los 187 encuestados.

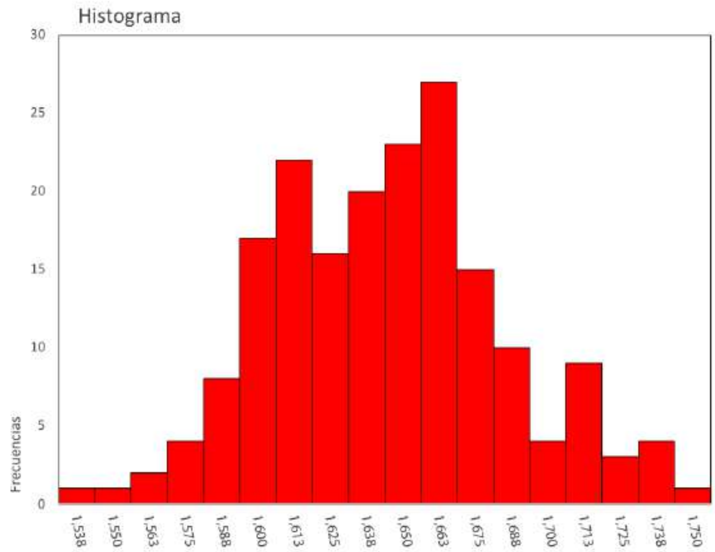
					Intervalo de confianza para la media al 95 %			
	N	*Media*	*Desviación típica*	*Error típico*	*Límite inferior*	*Límite superior*	*Mínimo*	*Máximo*
1.º	61	1,6466	4,665E–02	5,973–03	1,6346	1,6585	1,54	1,75
2.º	30	1,6407	3,855E–02	7,038E–03	1,6263	1,6551	1,57	1,73
3.º	48	1,6469	3,972E–02	5,733E–03	1,6353	1,6584	1,56	1,73
4.º	30	1,6367	3,109E–02	5,677E–03	1,6251	1,6483	1,58	1,71
5.º	18	1,6481	4,178E–02	9,848E–03	1,6274	1,6689	1,58	1,73
Total	187	1,6443	4,073E–02	2,978E–03	1,6384	1,6501	1,54	1,75

Para el tratamiento de los datos se ha utilizado el paquete estadístico SPSS (Statistical Package for Social Sciencies). Los resultados aparecen en la tabla anterior.

Como el número de oro es aproximadamente 1,618, los alumnos de 4.º son los que más se aproximan en media. Como cabía esperar, los peor parados salimos los profesores (La media nos da 1,6481). Observamos que no hay diferencias significativas entre las medias de todos los grupos. En cuanto a desviaciones, también los alumnos de 4.º constituyen la población más homogénea. Representamos en un diagrama de cajas los mismos resultados. Aquí se observa claramente algún alumno de 1.º que se separa de la media, así como la buena concentración de todas las distribuciones.



Por último, presentamos el histograma conjunto de todos los componentes del instituto:



La proximidad de la media y la mediana (1,6443 y 1,6458) y la baja desviación típica (0,0407) hace que los datos pasen perfectamente los tests de normalidad, por lo que todo el estudio resulta válido.

Podemos concluir, después de este recorrido por la divina proporción que en nuestro instituto no hay diferencias significativas en cuanto a *lo bien hechos* que están todos los alumnos (y los profesores). Hay una pequeña ventaja para los de 4.º y los peor parados somos los profesores. En media, estamos por encima de la proporción áurea, pero solamente nos alejamos en 0,02.