

La martingala.

Concursos en la web

por

PEDRO LATORRE GARCÍA

(CPEPA Gómez Lafuente, Zaragoza)

Mis asiduos lectores conocen mi afición por el azar. Algunos juegos dependen enteramente del caprichoso azar y no de las habilidades de los participantes, a pesar de que muchos crean lo contrario. Nos centraremos en uno de ellos, la ruleta francesa, típico juego de casino. Einstein decía que para ganar en el casino o eras el dueño o conseguías atracarlo, situaciones no muy habituales. La ruleta es un juego sin memoria. Aunque salga tres veces seguidas el mismo número, la probabilidad de que vuelva a salir no disminuye. Una interpretación errónea de la Ley de los Grandes Números conduce a pensar lo contrario. El equilibrio entre los números no se produce en un breve intervalo de jugadas, puede demorarse de forma arbitrariamente grande.

En la ruleta francesa apuestas por un número comprendido entre el cero y el treinta y seis. Dieciocho números tienen el color rojo, otros dieciocho el negro y el cero es verde. Escojamos el rojo. Si acertamos, el casino premia con la cantidad jugada. El valor esperado de nuestra ganancia es:

$$\text{Ganancia esperada} = 1 \cdot (18/37) + (-1) \cdot (19/37) = -0,027$$

Por tanto, lo mejor es jugar pocas veces y lo ideal no jugar. El casino paga como si no estuviera el cero, no compensando el riesgo de la apuesta, cuando debería pagar 1,06€ para que el juego fuese equitativo. En este caso la ganancia esperada sería cero.

Sin embargo, hay un método en apariencia infalible para ganar, la denominada martingala. Funciona de la siguiente forma: elijo la cantidad a apostar, por ejemplo 1€. Si acierto, entonces vuelvo a jugar la misma cantidad y si pierdo duplico mi apuesta hasta que gane, cosa que debe ocurrir en algún momento. Por ejemplo, si el rojo tarda en salir 6 jugadas, apostaré sucesivamente 1, 2, 4, 8, 16, 32 y la banca me abonará 64€ con lo que ganaré 1€.

El problema de la martingala es afrontar las malas rachas. En este contexto, una racha es una sucesión consecutiva de jugadas en las que no sale nuestro color. Haciendo cuentas, si tarda 11 veces en salir el rojo tendremos que disponer de un capital de $2^{11} - 1 = 2047$ € para superar esa racha. Por si a algún imprudente y aburrido acaudalado se le ocurre jugar, el casino limita la apuesta máxima. Suponiendo que esta ascendiera a 10000€ seríamos capaces de cubrir una racha de longitud 13.

La pregunta es evidente, por término medio ¿cuánto tarda en aparecer una racha de una longitud determinada? La teoría dice que jugando n veces, la racha más larga es aproximadamente $-\log_p n(1-p)$, siendo $p = 19/37$ la probabilidad de que no salga rojo. En la gráfica de la figura 1, con 200 tiradas se llega a una racha de siete y, con 400, de ocho.

Por tanto, las dos premisas para que la martingala sea infalible necesitamos disponer de un crédito ilimitado y poder apostar sin límite, situaciones que no ocurren en el mundo real. En el famoso casino de Montecarlo en 1913, la bola cayó en negro 26 veces seguidas. Con este método, tendríamos que jugar en la vigesimosexta apuesta $2^{25} = 33554432$ y el monto total de la racha sería el doble menos uno.

Tengo preparada desde hace tiempo una sencilla aplicación que simula los tiros de la ruleta. Es sencilla de usar. Se elige la racha más larga superable por nuestra economía virtual y jugamos hasta nuestra ruina.

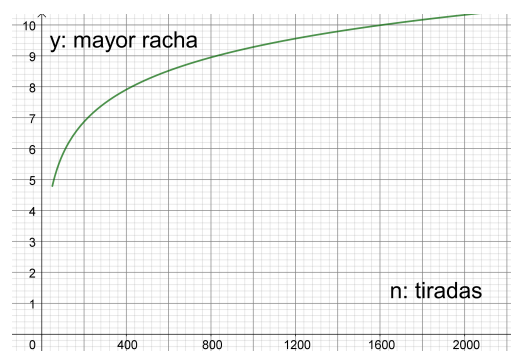


Figura 1

El alumno podría hacer diez simulaciones y calcular la media de los tiros hasta el fatal desenlace. También podríamos preguntarle si hay mucha variación entre los valores obtenidos. La aplicación está disponible en <<http://conexionmatematica.catedu.es/martingala>> (figura 2).



Figura 2

Concursos en la web de Conexión Matemática

Este curso vamos a celebrar a través de la página web del programa Conexión Matemática nuestros tradicionales concursos. El primero es el V Concurso de figuras imposibles. Está dirigido a los alumnos de Educación Secundaria, Formación Profesional Básica y Bachillerato de los centros educativos de Aragón y también a los alumnos de cualquier nivel educativo de los Centros de Educación de Personas Adultas de Aragón. Los participantes tienen que construir en papel, cartulina u otro material una de las figuras imposibles que se les proponen en la web, dejando también abierta la opción de un diseño libre. La novedad de este curso es que habrá una modalidad virtual. Habrá que realizar una construcción trabajando con una versión simplificada de Three.js.

También se va a desarrollar la quinta edición del Torneo de tangram dirigido a los alumnos de Primaria, de 1.º y 2.º curso de Educación Secundaria, de Formación Profesional Básica de los centros educativos de Aragón y a los alumnos de cualquier nivel educativo de los Centros de Educación de Personas Adultas de Aragón. En la modalidad Torneo los participantes se enfrentan al reto de resolver 50 figuras, organizadas en 4 niveles de creciente dificultad. En la nueva modalidad Diseño, hay que crear una figura utilizando las siete piezas del tangram.

Para más información e inscripciones visitar la web del programa: <<http://conexionmatematica.catedu.es>>.



Figura 3

Director: Ricardo Alonso Liarte (IES Salvador Victoria, Monreal del Campo)

Consejo de Redacción: Alberto Elduque Palomo (Departamento de matemáticas de la Universidad de Zaragoza), M.ª Ángeles Esteban Polo (CEIP Josefa Amar y Borbón, Zaragoza), Julio Sancho Rocher (IES Avempace, Zaragoza).

Entorno Abierto es una publicación digital bimestral que se edita en Zaragoza por la Sociedad Aragonesa «Pedro Sánchez Ciruelo» de Profesores de Matemáticas. Entorno Abierto no se identifica necesariamente con las opiniones vertidas en las colaboraciones firmadas.

Envío de colaboraciones a <sapmciuelos@gmail.com>

Blog: <<http://sapmatematicas.blogspot.com/es/>>

Twitter: @SAPMciuelos

Web: <<http://sapm.es>>



Enero de 2020
ISSN: 2386-8821e

