

Novas tecnologias computacionais e o ensino de Matemática

WALDIR L. ROQUE*

Resumo

Neste artigo apresentamos uma breve discussão sobre ensino de Matemática ante as novas tecnologias computacionais, chamando a atenção para os Sistemas de Computação Algébrica como uma importante ferramenta a ser introduzida e extensivamente explorada para a melhoria da qualidade do ensino de Matemática, nos níveis superior e médio.

Palavras-chave: tecnologia, CAI, ensino de Matemática.

Abstract

In this paper we briefly discuss mathematics teaching with the support of Computer Algebra Systems, stressing their potentiality as a new and important tool to be introduced and extensively explored in order to improve the quality of mathematics teaching at the undergraduate and high school levels.

Key-words: technology, CAI, Mathematics teaching.

Introdução

Há alguns anos a presença do computador é sentida nas nossas ações do dia-a-dia, indo desde uma simples edição de texto ou uma transação bancária até a previsão do tempo com cálculos sofisticados.

O rápido desenvolvimento da ciência da computação, juntamente com novos métodos e técnicas nas áreas de ciências exatas, engenharias e, mais recentemente, biologia, requer uma resposta rápida na mudança da forma e do conteúdo dos programas de ensino, tanto no nível universitário quanto no nível médio.

* Universidade Federal do Rio Grande do Sul. E-mail: roque@mat.ufrgs.br

Em muitas áreas, com particular atenção às ciências exatas, a computação alterou sensivelmente a forma da pesquisa e do ensino. Vários têm sido os benefícios da utilização dos computadores e sistemas computacionais nas investigações científicas e na melhoria da qualidade de ensino. O computador tornou-se um aliado tão importante que as palavras do Prof. Lynn A. Steen (1988) refletem essa importância: “Os computadores estão para a matemática como os telescópios e microscópios estão para ciências”.¹

Com esta frase, Steen deseja enfatizar que o computador está desempenhando, para a matemática, o mesmo papel que a invenção do telescópio e do microscópio desempenharam para o avanço da astronomia e da biologia, respectivamente.

Na verdade, o papel do computador vai muito além do desenvolvimento da matemática. O surgimento do computador, por si só, criou uma nova filosofia de vida, com implicações e desdobramentos nos mais diversos segmentos profissionais.

A presença do computador na indústria e nos serviços requer uma mudança na formação dos novos profissionais. Essas mudanças impõem uma reestruturação e uma redefinição das metodologias de ensino aplicadas em nossas universidades e instituições de ensino.

Em nossas universidades, o computador tem sido utilizado principalmente nos cursos de ciências exatas. Tradicionalmente, ele tem sido aplicado nos cursos de introdução à ciência da computação e cálculo numérico, nos quais se ensinam algumas linguagens e técnicas numéricas para soluções aproximadas, e de uma forma mais sistemática nos cursos de formação específica em Ciência da Computação.

No caso de escolas do ensino médio, o computador ainda não tem sido sistematicamente usado como uma ferramenta de ensino. Muitas escolas privadas já criaram laboratórios de informática, mas pouco o utilizam para o ensino de matemática. Nas escolas da rede pública a presença de computadores ainda está fundamentalmente restrita ao setor administrativo, o que evidencia uma certa inversão de valores.

Há vários anos o ensino tem seguido essencialmente um mesmo procedimento. No entanto, nas últimas duas décadas, houve uma evolução muito grande, tanto do potencial tecnológico quanto de cálculo dos

1 Tradução do autor.

computadores, deixando de ser centrais (plataformas) para se tornarem pessoais, como também surgiram novas técnicas e métodos, que possibilitaram o desenvolvimento de novos sistemas e linguagens computacionais.

Apesar da existência desses novos sistemas computacionais, os cursos de cálculo diferencial e integral e álgebra linear, básicos para a formação de profissionais em ciências exatas, pouco ou quase nada foram modificados para acompanhar essa evolução. Na verdade, esses cursos formam o alicerce para outras disciplinas e são de fundamental importância na formação matemática de vários cursos como Matemática, Física, Engenharias, Química, Biologia e até para Economia. Dessa forma, uma maior atenção deve ser destinada à modernização desses cursos.

No ensino médio, a utilização de ferramentas matemáticas computacionais facilita e enriquece o ensino de novos conceitos. No entanto, o que temos visto é a utilização do computador para edição de textos e uso da Internet, o que, embora importante e até necessário para a formação dos estudantes, não pode ficar restrito a um uso menor dentro de uma escola. É no ensino médio que os estudantes são expostos pela primeira vez a conceitos fundamentais de matemática, por isso a importância de serem bem ensinados e assimilados pelos alunos.

De uma maneira geral, os sistemas para matemática computacional podem ser rotulados em 3 categorias, a saber:

- *sistemas computacionais numéricos*, destinados à execução de cálculos através de técnicas numéricas;
- *sistemas computacionais gráficos*, destinados à execução de gráficos de alta resolução, processamento de imagens e animação;
- *sistemas computacionais algébricos ou simbólicos*, destinados ao processamento de cálculos de forma puramente simbólica.

No meio acadêmico, os sistemas de computação numérica eram os mais utilizados na pesquisa e no ensino. Com o surgimento dos sistemas de computação algébrica, integrados a sistemas gráficos e numéricos, aqueles passaram a ocupar um papel importante dentro do cenário da matemática computacional.

Sistemas de computação algébrica

Nas duas últimas décadas, sistemas computacionais simbólicos foram desenvolvidos visando a execução de cálculos matemáticos de forma semelhante à tradicionalmente executada por matemáticos, físicos, engenheiros, etc, com a utilização de lápis e papel. Esses sistemas, conhecidos como Sistemas de Computação Algébrica (SCA) (cf. Roque e Santos, 1988), são capazes de realizar desde cálculos matemáticos simples, envolvendo aritmética e álgebra, até cálculos avançados e sofisticados, de forma puramente simbólica.

A computação algébrica compõe uma subárea da matemática com ativa pesquisa e desenvolvimento, e os SCA fazem parte de um contexto mais amplo de computação simbólica, que é hoje uma disciplina de extrema relevância para a criação de sistemas computacionais inteligentes.

Alguns exemplos simples da capacidade de execução de cálculos dos SCA são:

- cálculo exato com aritmética real ou complexa, ou com precisão arbitrária;
- expansão e ordenamento de polinômios e funções racionais;
- substituição e reconhecimento de padrões de expressões de diversas formas;
- simplificação, automática ou por determinação do usuário, de expressões e equações;
- fatoração em diversos níveis;
- solução de equações e sistemas algébricos lineares e não-lineares;
- solução de equações diferenciais ordinárias;
- declaração e cálculo simbólico de vetores e matrizes;
- cálculo de limites, séries e produtos;
- diferenciação e integração analítica ou numérica;
- álgebra Booleana;
- declaração de variáveis, domínios, funções e conjuntos;
- gerar gráficos de funções de uma ou mais variáveis, com rotação no espaço;
- estrutura de programação procedimental e funcional.

O conteúdo de conhecimento matemático dos SCA vai muito além do citado acima. A maioria dos SCA são ainda capazes de gerar códigos

em outras linguagens e de se integrar a outros sistemas, até mesmo sofisticados sistemas de composição de textos de alta resolução, o que amplia enormemente o potencial de aplicabilidade. Sinteticamente, as principais virtudes dos SCA são a capacidade de manipulação simbólica, cálculo de forma exata e interface interativa.

Entre os SCA existentes, os mais popularmente conhecidos são:

- Derive
- Maple
- Mathematica
- Reduce.

Além desses sistemas, há vários outros, de bom nível, como Macsyma, Senac, Magma, Axiom e MuPAD. Todos esses são classificados como de múltiplos propósitos. Há ainda vários outros sistemas que foram desenvolvidos com objetivos específicos de cálculos em determinadas áreas. Na página do Computer Algebra Information Network (www.can.nl) o leitor poderá encontrar a mais completa e atualizada informação sobre computação algébrica e sobre os SCA ora existentes.

Entre os sistemas citados anteriormente, o Derive é, sem dúvida, um dos sistemas que apresenta o maior potencial como instrumento de ensino para cursos de graduação e ensino médio. Ele já vem sendo adotado ou recomendado por vários países como uma ferramenta para ensino de matemática (veja a página www.can.nl).

Um outro sistema interessante para ensino é o Mathpert. Esse sistema possui algumas facilidades de explanação dos métodos e caminhos adotados para obtenção dos resultados, levando em consideração o nível de conhecimento do estudante (modelo do estudante), o que é de fundamental importância no processo de aprendizado. No entanto, esse sistema só trata de conceitos de álgebra linear e de cálculo diferencial/integral elementar.

No ensino fundamental, um sistema bastante interessante é o Cabri-Géomètre, o qual utiliza a metodologia construtivista de ensino, mas não possui as facilidades dos sistemas de manipulação algébrica. Para esse nível de ensino, há vários outros sistemas seguindo metodologias semelhantes.

Apesar da existência de tais sistemas computacionais e da sensível redução dos custos associada às máquinas para executar tais sistemas, observamos que os mesmos ainda não estão sendo extensivamente utilizados em nossas instituições de ensino. Possivelmente, os motivos estejam ainda relacionados ao custo para a criação de laboratórios nas instituições, mas há também a falta de conhecimento por parte dos professores sobre a capacidade de tais sistemas como ferramenta de apoio ao ensino e/ou uma certa resistência em utilizá-los com tal finalidade.

O desenvolvimento de computadores pessoais, com uma grande capacidade de memória física e com processadores velozes, está permitindo uma nova realidade na forma de ensino, com a introdução de novas tecnologias. Não há como negarmos a existência de tais tecnologias ou nos omitirmos quanto à sua utilização, por isso devemos procurar tirar proveito das mesmas levando-as às nossas salas de aula.

Para se ter uma idéia da capacidade tecnológica atual, o sistema de computação algébrica Derive, cuja filosofia tem sido a sua portabilidade, já está disponível em pequenas calculadoras de bolso.² Com esse tipo de instrumento, parte do universo do conhecimento matemático torna-se acessível em suas mãos. A organização (*Teacher Teaching with Technology*, www.t.org),³ presente em 25 países (o Brasil não está incluído), é dedicada a promover o uso de tecnologia, particularmente o uso de calculadoras na educação matemática, através da formação de professores.

Uma ferramenta poderosa

Os SCA estão sendo considerados importantes ferramentas de apoio ao ensino de matemática (cf. Kutzler, 1996). Experiências de sua utilização em salas de aula e laboratórios já vêm sendo desenvolvidas e relatadas há mais de dez anos em várias instituições de ensino superior e médio de diversos países (cf. Karian, 1992 e Berry et alii, 1997). A importância e utilização dos SCA na educação matemática podem ser observadas através do crescimento do número de projetos, jornais e conferências especializadas

2 As calculadoras de bolso atuais possuem uma capacidade de memória igual à dos PC's lançados há menos de uma década.

3 Excelentes artigos, apresentados nessas conferências, estão disponíveis gratuitamente na página do CAME.

nessa área. O CAME (*Computer Algebra in Mathematics Education*, www.ltsn.mathstore.ac.uk/came) promove conferências internacionais e é responsável por uma revista nessa área.

A utilização de SCA como uma ferramenta de auxílio pode trazer grandes benefícios. Em particular, permitem:

- uma maior motivação por parte dos alunos para com a disciplina. Em particular nos cursos introdutórios de cálculo diferencial e integral, álgebra linear e análise numérica, no nível universitário;
- elevar o grau de riqueza dos problemas tratados como exemplos e exercícios, através da escolha de problemas mais realistas, em vez de puramente mecânicos;
- uma melhor ilustração dos conceitos com a utilização de facilidades gráficas;
- estimular nos alunos uma abordagem dos problemas através de algoritmos, o que é normalmente pouco explorado;
- encorajar os alunos a explorar mais profundamente os conceitos ensinados, utilizando o computador como uma espécie de laboratório para matemática experimental, testando hipóteses e construindo novas situações;
- acesso rápido a conceitos mais sofisticados de matemática;
- proporcionar uma melhoria no padrão dos profissionais formados, tendo em vista que eles tiveram acesso a novas tecnologias.

Ensino e aprendizagem

Ensino e aprendizado são conceitos distintos, mas de natureza indissociável. As técnicas de ensino/aprendizado estão balizadas por escolas de aprendizagem.

As três grandes escolas psicológicas que discutem formas distintas de aprendizado cognitivo são:

- *Comportamentalista*: considera o homem um organismo passivo, governado por estímulos que são fornecidos pelo ambiente externo.
- *Cognitivista*: preocupa-se com os processos de compreensão, transformação, armazenamento e uso da informação envolvida na cognição, objetivando identificar padrões estruturados dessa transformação.

- *Humanística*: considera o homem a fonte de todos os atos. O homem é livre para fazer escolhas em cada situação.

As metodologias cognitivas de ensino mais amplamente aplicadas na educação matemática são:

- *Construtivista*: nesta metodologia, os agentes do aprendizado são ativos e não passivos. Para os construtivistas, o conhecimento é construído e não recebido.

Observações ? Conclusão

- *Dedutivista*: nesta metodologia, os agentes do aprendizado recebem a informação postulada, partindo-se de uma generalização (conceito geral) para uma especialização (conceito específico).

Premissas ? Conclusão

- *Indutivista*: nesta metodologia, os agentes do aprendizado recebem a informação postulada, partindo-se do conceito específico para a sua formulação geral.

Instâncias ? Conclusão

A importância das teorias de aprendizagem é que elas dão origem a métodos de ensino. A maior diferença entre as metodologias, quando aplicadas ao ensino, não está naquilo que está sendo ensinado, mas na forma como se está ensinando.

Um dos aspectos que merece que se chame a atenção é querer associar o construtivismo unicamente ou exclusivamente às obras de Jean Piaget. Sem dúvida, ele foi um dos maiores elaboradores do construtivismo, mas existem várias outras obras importantes sobre teorias cognitivas que seguem uma orientação construtivista, como as de David Ausubel, Joseph Novak, Lev Vygotsky e George Kelly.

Em geral, a educação matemática (cf. Kilpatrick, 1992) emprega as três metodologias, sendo o construtivismo (cf. Forman e Pufall, 1988) mais aplicado no ensino fundamental e médio. Alguns estudos sobre o construtivismo na era do computador podem ser vistos em Grouws (1992). Mais recentemente, alguns trabalhos de tese mostraram que uma completa

integração dos SCA aos currículos, como uma ferramenta cognitiva no contexto construtivista, produz resultados positivos no aprendizado de matemática (cf. Mayes, 1997).

Ensino/aprendizado assistido por novas tecnologias

A existência de novas tecnologias não pode mais ser negada ou relegada. Apesar das escolas não disporem dessas tecnologias, não podemos nos omitir sobre a importância desses instrumentos como veículos para auxiliar professores e alunos nas suas tarefas normais e nas tarefas de ensino e aprendizado (cf. Kaput, 1992).

Uma visão da escola do futuro

O conceito de escola está mudando muito rapidamente com as novas tecnologias. O acesso à informação está cada vez mais facilitado, através de redes de computadores e dos dispositivos de multimídia.

A escola do futuro não será composta apenas pelos dois grandes agentes: professores e alunos. Passaremos a dispor de um suporte tecnológico, quando os laboratórios terão tutores inteligentes integrados a ambientes virtuais interligados à rede local e à Internet, permitindo acesso aos alunos, de qualquer ponto do planeta ou mesmo da estação espacial internacional, aos cursos oferecidos por tais tutores ou instrutores.

As aulas serão oferecidas via rede, como já está atualmente surgindo via Internet. Os alunos poderão permanecer em seus lares ou em seu trabalho e nos horários estabelecidos se conectar à rede para, simultaneamente, participar da aula a ser ministrada de forma interativa por computador. Como a integração multimídia, os alunos poderão ver e ouvir o professor ministrar a aula, ao mesmo tempo que poderão se comunicar com o professor e com os demais colegas.

O tradicional quadro-negro dará lugar ao quadro-eletrônico,⁴ onde o professor escreverá normalmente, como sempre o fez durante as aulas.

⁴ Veja o projeto SmartBoard conduzido pelo Ars Electronica Center, em Linz, na Áustria (www.aec.at).

Fará uso da escrita manual e o que estiver sendo escrito passará, através de um mecanismo de reconhecimento de padrões, para uma janela que estará aberta no computador do aluno, para a sua prancheta-eletrônica⁵ ou mesmo para o pequeno computador de mão (*palm-top*). As aulas poderão ser gravadas e reapresentadas posteriormente para novos estudantes ou mesmo para serem assistidas por alunos que não puderam participar da sessão interativa.

Com os novos avanços tecnológicos, os estudantes poderão transferir os arquivos dos cursos diretamente para diferentes dispositivos, como discos magnéticos, impressoras, CD ou mesmo para a prancheta-eletrônica. Atualmente, existem linguagens que possibilitam a composição de textos com apresentação gráfica de alta resolução, permitindo a visualização de objetos, imagens e, brevemente, também odores.

A filosofia dos livros didáticos deverá dar lugar aos livros eletrônicos, chamados de e-livros, os quais já estão surgindo para baixar via Internet em computadores de mão, sem contudo tirar o espaço dos livros na sua forma impressa. Os e-livros serão confeccionados pelos chamados papel-eletrônico (e-papel), dando uma maior portabilidade e possibilidade de reutilização pelo usuário.

No ensino de matemática, as equações matemáticas escritas no quadro-eletrônico serão tratadas por sistemas de computação simbólica e algébrica (projetos já estão em andamento nessa direção), facilitando as deduções e a ilustração gráfica dos conceitos. Com auxílio de técnicas de realidade virtual, os alunos poderão manipular figuras geométricas complicadas e até caminhar no meio delas.

Os critérios de acompanhamento e avaliação de desempenho dos estudantes certamente deverão mudar para se adequar à nova realidade. O lema será: quanto maiores as facilidades, mais complexas e bem elaboradas serão as avaliações. As exigências serão diferentes das atuais. A tendência natural é dar-se uma maior ênfase ao desenvolvimento de projetos do que à simples resolução de questões estéreis. Haverá mais tempo e necessidade de geração de idéias, em vez de procurarmos a resolução mecânica e tediosa de problemas.

5 A Microsoft está desenvolvendo um projeto para algo semelhante, chamado Electronic Tablet.

Essa nova tecnologia está às nossas portas, pronta para entrar. É uma nova onda, que não há como evitar. Assim, o melhor é extrairmos o máximo do que ela nos poderá oferecer para melhorar a qualidade de ensino.

O futuro da escola

A escola do futuro certamente procurará integrar as novas tecnologias dentro dos conceitos clássicos de ensino e aprendizado. Mas, como tudo tem custos e benefícios, devemos nos questionar e refletir: será que toda essa nova tecnologia fará com que o aprendizado seja realmente mais eficiente, em toda a sua plenitude? Será que nossos alunos estarão aprendendo a ser mais criativos e ao mesmo tempo críticos? Será que a maioria dos alunos estará raciocinando mais e melhor ou apenas aprendendo a manipular a nova tecnologia?

A nova escola terá à sua disposição um grande instrumental que, por um lado, pode ser extremamente útil ao ensino, mas, por outro, pode levá-la a se perder no labirinto da tecnologia, passando a dar mais ênfase ao ensino do instrumental do que daquilo que é fundamental. Um exemplo da crescente utilização de tecnologias na direção do ensino é a criação de cursos para educação à distância via Internet. Embora possa ser um mecanismo auxiliar, não pode ser usado indiscriminadamente. Alguns cuidados devem ser mantidos, principalmente sobre a influência da massificação uniforme de um padrão de ensino, particularmente se esse tiver sido originado em instituições estrangeiras. Uma certa tendência nesse sentido pode ser discretamente observada com o surgimento de ofertas de cursos por universidades brasileiras sob convênios com instituições estrangeiras.

A escola do futuro deve ser pensada com cuidado. O estabelecimento de políticas públicas é importante para que a escola do futuro não fique à mercê apenas da força das novas tecnologias. É o próprio futuro da escola que está em jogo.

Conclusão e recomendações

Em vários países, programas de ensino com o auxílio de SCA e de recursos de multimídia já estão sendo executados, mostrando um sensível sucesso (cf. Berry et alii, 1997). No nível médio, a introdução de sistemas com características construtivistas e tutoriais já está sendo adotada como ferramenta para a melhoria da qualidade e a atualização do ensino.

No Brasil, os problemas são tantos e de ordem tão diversa que, mesmo havendo consciência das necessidades de mudanças no currículo e na estrutura de ensino, pouco tem sido feito. Apesar de tudo, há várias iniciativas por grupos de ensino de matemática nas universidades⁶ brasileiras, que, embora isoladas, devem ser apoiadas. No entanto, não existe outro caminho a ser percorrido senão o de nos adequarmos à nova realidade da ciência moderna e às exigências impostas pelas inovações do mercado de trabalho.

O primeiro passo para nos adequarmos a essa realidade é a atualização (e conseqüente melhoria) do nosso ensino, preparando os professores (cf. Kulish, 1997), principais agentes de transmissão do conhecimento estruturado, para criar novos mecanismos de ensino com apoio das novas tecnologias.

Como sugestão para alcançarmos essas melhorias no ensino superior, os cursos introdutórios de cálculo numérico (cf. Roque, 2000), cálculo diferencial e integral, álgebra linear, geometria analítica e equações diferenciais, devem ser reestruturados levando-se em conta os SCA, pois esses cursos formam a base matemática e são o tronco comum da graduação em ciências exatas e nas engenharias. Uma forma de contribuirmos nessa direção é escrevermos novos textos didáticos e material de apoio para discussões em laboratórios (cf. Roque, 1996 e Banchoff et alii, 1997).

Obviamente, tais mudanças requerem um debate mais amplo, envolvendo professores e educadores para analisar algumas questões como: O que mudar? Como mudar? Onde mudar? Quando mudar? No caso da rede pública do ensino médio, muitas determinações e mudanças na estrutura curricular não podem ser realizadas em escolas isoladas, elas dependem de políticas públicas de ensino.

⁶ Veja educação matemática na página www.lite.fae.unicamp.br.

Da mesma forma que é hoje inconcebível a existência de cursos de medicina e biologia sem o uso do microscópio, ou da astronomia sem os modernos telescópios, a matemática ou, mais amplamente falando, as ciências exatas e engenharias prescindem hoje de sistemas computacionais. Uma coisa é definitiva: os sistemas de computação algébrica e as novas tecnologias são uma realidade e deverão permanecer. Assim, devemos o quanto antes procurar os nossos próprios caminhos para oferecermos uma melhor e mais moderna formação (e informação) para os nossos estudantes.

Referências

- BERRY, J. et alii (eds.) (1997). *The state of computer algebra in Mathematics education*. England, Chartwell-Bratt.
- BANCHOFF, T. F. et alii (eds.) (1997). *Laboratories in Mathematical experimentation: a bridge to higher Mathematics*. Mount Holyoke College, Springer-Verlag.
- FORMAN, G. e PUFALL, P. B. (eds.) (1988). *Constructivism in the computer age*. USA, LEA Publishers.
- GROUW, D. A. (ed.) (1992). *Handbook of research on Mathematics teaching and learning*. New York, MacMillan Publishing Company.
- KAPUT, J. J. (1992). "Technology in Mathematics Education". In: GROUWS, D. A. (ed.). *Handbook of research on Mathematics teaching and learning*. New York, MacMillan Publishing Company.
- KARIAN, Z. A. (1992). Symbolic computation in undergraduation Mathematics. Education. *Mathematics American Association Notes*, 24.
- KILPATRICK, J. (1992). "A history of Mathematics education". In: GROUWS, D. A. (ed.). *Handbook of research on Mathematics teaching and learning*. New York, MacMillan Publishing Company.
- KULISH, L. T. (1997). Attracting teachers to use computer algebra in the classroom: common strategies. In: BERRY, J. et alii (eds.). *The state of computer algebra in Mathematics education*. England, Chartwell-Bratt.
- KUTZLER, B. (1996). *Improving Mathematics teaching with Derive*. England, Cartwell-Bratt.

- MAYES, R. (1997). "Current state of research into CAS in Mathematics education". In: BERRY, J. et alii (eds.). *The state of computer algebra in Mathematics education*. England, Chartwell-Bratt.
- ROQUE, W. L. e SANTOS, R. P. (1988). Computação algébrica: um assistente matemático. *Ciência e Cultura*, n. 40, pp. 843-852.
- ROQUE, W. L. (1996). Laboratório de Matemática Experimental com SCA. Roque, W. L. (ed.). EIMCA'96 - Escola de Inverno de Matemática Aplicada e Computacional: coletânea das notas de aula. pp. 127-175,.
- _____. (2000). *Introdução ao cálculo numérico: um texto integrado com Derive*. São Paulo, Editora Atlas.
- STEEN, L. A. (1988). The science of patterns. *Science*, n. 29, pp. 611-616.

Recebido em nov./1999; aprovado em fev./2000