Epistemologia matemática de um ponto de vista semiótico*

MICHAEL OTTE **

Tradução: Antonio Henrique, Flavio Orlandi, Marcio Constantino Martino, Virgínia Cardia Cardoso, Valéria de Carvalho ***

Revisão da tradução: Maria Laura Magalhães Gomes ****

Resumo

É impossível que tudo signifique alguma coisa. Nem tudo no mundo é razoável e inteligível. A realidade na qual nós vivemos consiste, essencialmente, de dois tipos de entidades: signos, que têm significados, e objetos, que representam a existência real pura. Existentes podem reagir com outros existentes, mas nada significam. Significados, em contraste, são possíveis, isto é, sua objetividade reside no futuro. O significado de uma lei natural ou de um conceito matemático, por exemplo, deve ser visto em suas aplicações potenciais futuras. Os significados de um signo não devem ser confundidos com o próprio signo. Um signo pode ter diferentes tipos de significados, dependendo do código e do contexto, ou seja, signos, além de fazerem parte de um sistema formal, têm significado objetivo. Enquanto, na ciência empírica, existe uma distinção natural entre fatos e possibilidades ou objetos e signos ou coisas e leis (relações), as relações parecem ser universais na Matemática. A distinção entre objetos e relações, em conseqüência, torna-se

---

* Artigo apresentado em 15/7/01, no DG3 – Semiotics in Math Education, PME-2001, ocorrido em Utrecht.

** Professor do Instituto de Didática da Matemática da Universidade de Bielefeld – Alemanha. E-mail: michaelontra@aol.com.br.

*** Doutorandos da área temática de Educação Matemática do Programa de Pós-graduação em Educação da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (Unicamp). Membros do Grupo de Pesquisa Hifem (História, Filosofia e Educação Matemática), filiado ao Cempem (Círculo de Estudo, Memória e Pesquisa em Educação Matemática). E-mail: forlandi@dgenet.com.br; fvcardia@uol.com.br; valcarvalho@uol.com.br.

**** Professora do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG); doutoranda da área temática de Educação Matemática do Programa de Pós-graduação em Educação da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas (Unicamp) e membro do Grupo de Pesquisa Hifem (História, Filosofia e Educação Matemática), filiado ao Cempem (Círculo de Estudo, Memória e Pesquisa em Educação Matemática). E-mail: laura@mat.ufmg.br.

extremamente relativa. Dentro da Matemática não existe, absolutamente, nível ontológico fundamental. Ainda assim, a Matemática não é uma ciência analítica. No argumento de uma prova geométrica, por exemplo, nós usamos, freqüentemente, frases como: "o triângulo A é congruente ao triângulo B" ou "a reta C é paralela à reta D", ou "o ponto X coincide com o ponto Y", etc. Isso indica que os significados matemáticos refletem possibilidades objetivas. Foi Charles S. Peirce (1839-1913) que explorou sistematicamente as conseqüências dessa situação. O artigo tenta explicar alguns fenômenos da cognição matemática usando uma perspectiva peirceana.
Palavras-chave: educação matemática; semiótica; matemática.

Abstract

It is impossible that everything in the world means something. Not everything is reasonable. The reality in which we are living consists, essentially, of two kinds of entity: signs that have meanings, and objects that represent the pure actual essence. Meanings are possible, i.e., their objectivity depends on the future. The meaning of a natural law or a mathematics concept has to be seen within its future potential applications. The meanings of a sign must not be confused with the sign itself. A sign can have different meanings depending on the code or the context. There is a natural distinction between facts and possibilities, objects and signs, things and laws in empirical sciences, while in mathematics the laws or relations seem to be universal. In mathematics there is no fundamental ontological level; even so, mathematics is not an analytical science. In a geometrical proof argumentation we usually use phrases like "triangle A is congruent with triangle B» and so on. It shows that meaning in mathematics reflects objective possibilities. It was Charles Pierce (1839 to 1913) who systematically explored this situation and its entailments. This article intends to explain mathematics cognition phenomena from this point of view.
Key-words: *mathematics education; semiotics; mathematics.*

O que é epistemologia matemática de um *ponto de vista semiótico*?

Não existe resposta curta para essa questão. Darei, entretanto, algumas ilustrações exemplares do que queremos dizer com isso, começando pelas suposições que se seguem. Essas suposições deveriam ser entendidas em analogia com axiomas matemáticos. Elas devem ser abordadas, de preferência, diretamente, sem maiores considerações quanto às sutilezas e enigmas inerentes e devem ser explicadas e desenvolvidas num futuro trabalho:

– Todo o nosso acesso cognitivo à realidade, em vez de ser direto e absoluto, é relativo e mediado por signos. Mas signos devem ser incorporados e, assim, dependem de objetos a fim de possivelmente se tornarem realidade e funcionar como signos. Dessa maneira, tem sido sempre uma questão, se vivemos em um ou em diferentes tipos de mundo (Bateson, 1973, p. 215). O holismo como uma tese epistemológica, por exemplo, enfatiza a coerência e a compreensão como critérios essenciais de significado e verdade, de modo que, levando essa visão ao extremo, apenas um sistema total de conhecimento parece completamente adequado.

– Signos têm significado e se referem a objetos. Significados e objetos de signos podem ambos ser, eles mesmos, signos.

– O significado último ou o fundamento básico de um signo não pode ser, ele mesmo, um signo: ele deve ser da natureza ou de uma intuição ou de um evento singular. A palavra "*Stuhl*", por exemplo, não significa nada para uma pessoa que não sabe alemão. Para transmitir o significado desse símbolo a alguém, deve-se transformá-lo em algo perceptível, apresentando uma cadeira ou uma imagem dela, ou exibindo o ato de sentar ou o que quer que seja. Resumindo, temos de apresentar algo que seja perceptível, de modo que, se alguém responde a isso apropriadamente, por tal meio revele, descubra, torne manifesto, torne aparente, faça experiencialmente presente ou torne disponível alguma coisa sobre cadeiras. Nós não vemos cadeiras, mas ícones ou imagens de alguma coisa suposta ser uma cadeira, e não uma alucinação. Ao mesmo tempo, o que nós vemos não é uma imagem, por que não reagimos a imagens. Nós nos sentamos, por exemplo, em cadeiras e não em imagens de cadeiras. O que eu quero dizer no momento, por meio dessas formulações paradoxais, é que não há caminho direto da linguagem e da representação para a realidade e que a "vida mental começa com nossa mera constituição fisiológica" (Langer, 1996, p. 89).

– A realidade ou o mundo no qual vivemos consiste, essencialmente, de dois tipos de entidades: signos, que têm significados, e objetos, que representam a existência real pura. Existentes podem reagir com outros existentes, mas nada significam. Significados, em contraste, são possíveis, isto é, sua objetividade reside no futuro. O significado de uma lei natural ou de um conceito matemático, por exemplo, deve ser visto em suas aplicações potenciais futuras. Os significados de um signo não devem ser confundidos com o próprio signo. Um signo pode ter diferentes tipos de significados, dependendo do código ou do contexto.

– É impossível que tudo signifique alguma coisa. Nem tudo no mundo é razoável e inteligível. Existem sentimentos puros ou fatos brutos que parecem escapar a qualquer explicação racional. Nós, portanto, não podemos descrever ou explicar tudo. Nem epistemologia nem ontologia devem ser concebidas a partir de uma perspectiva de olho de Deus. Freqüentemente, declara-se que a abordagem semiótica nos obriga a viver no interior de um mundo de comunicação ou interpretação e, consequentemente, seria melhor abandonarmos a idéia de um mundo que contém objetos e nos concentrarmos no mundo muito mais rico das idéias e conceitos. Tal visão esquece, entretanto, que a semiótica também está relacionada à significação, e transformaria todo conhecimento em conhecimento analítico (cf. Otte e Panza, 1997).

– Enquanto, na ciência empírica, existe uma distinção natural entre fatos e possibilidades ou coisas e leis (relações), as relações parecem ser universais na matemática. A distinção entre objetos e relações, conseqüentemente, torna-se extremamente relativa. Dentro da matemática, não existe absolutamente nível ontológico fundamental. Ainda assim, a matemática não é uma ciência analítica a partir de conceitos, mas, ao contrário, tem sempre também de empregar exemplos particulares deles. No argumento de uma prova geométrica, por exemplo, nós usamos, freqüentemente, frases como: "o triângulo A é congruente ao triângulo B" ou "a reta C é paralela à reta D", ou "o ponto X coincide com o ponto Y", etc.

– L. Tharp (1989) propôs recentemente uma nova versão do conceptualismo. Ele quer evitar todos os problemas colocados pela visão referencial da matemática desde seu início, sugerindo a idéia de que afirmações matemáticas deveriam ser consideradas como expressando relações entre conceitos. O problema com o conceptualismo consiste no fato de que conhecimento e cognição são identificados. Nós não temos mais, de forma alguma, uma variedade indeterminada de acessos aos "objetos" ou pensamentos em questão. Mas a matemática não é sobre conceitos ou qualidades de objetos. Ela lida com relações entre objetos. Identificar conceitualmente objetos particulares de um modo leibniziano requereria, pelo menos, infinitas definições (mas já os números naturais, por exemplo, não podem, como Skolem mostrou, ser caracterizados nem mesmo por um número infinito de axiomas lógicos). Portanto, representações e percepções icônicas são essenciais para introduzir qualquer coisa nova no discurso matemático. Os professores de matemática, muitas vezes, não gostam de representações por ícones, acreditando que elas confundem e são não controláveis com respeito ao seu impacto (Otte, 1983, p. 20). Isso poderia ser tão verdadeiro quanto essencial, se alguma coisa nova deve ser aprendida.

– A epistemologia semiótica, conseqüentemente, começa da suposição de que as características essenciais de um ato de criação imaginativa consistem em ver um A como um B: A = B, bem como em que uma igualdade não é estabelecida por lógica apenas. Em matemática, verificam-se sempre novas representações do mesmo. Um objeto matemático, tal como "número" ou "função", não existe independentemente da totalidade de suas possíveis representações, mas também não deve ser confundido com qualquer representação particular. A objetividade matemática depende da "superdeterminação" (*overdetermination*), que simplesmente significa que existe mais de um modo de chegar lá.

– O construtivismo semiótico matemático, como talvez possa ser chamada a visão da matemática "como um negócio com ideogramas fabricados e não descobertos" (Rotman), tem algumas vezes levado ao *slogan*: "primeiro existem os numerais e então existem os números, não o caminho inverso" (Van Bendegem). Essa semiótica construtiva ou leva ao finitismo matemático estrito ou à introdução de um "Axioma da Infinidade" (Russell). O construtivismo semiótico tem a vantagem, sobre o construtivismo matemático em geral (pense em Brouwer ou na epistemologia genética de Piaget), de não acreditar na "objetividade sem existência" (Castonguay, 1972, p. 88). Não há atividade sem existentes ou objetos, ainda que esses objetos possam pertencer a alguma realidade virtual.

– A epistemologia é sobre o relacionamento entre esses tipos de entidades, objetos e signos. Como todos os fenômenos gerais são fundamentalmente entidades semióticas, enquanto fenômenos singulares não são intrinsecamente signos, poderíamos também dizer que a epistemologia concerne à relação entre o singular e o geral. Desse modo, a generalização aparece como um problema fundamental da epistemologia e da educação. Conhecer significa relacionar uma experiência particular a um conceito (um predicado) ou a uma regra (uma lei), já que não há nenhum raciocínio de particulares para particulares. Assim, conhecer implica, em qualquer caso, relacionar um particular a um geral, ou seja, generalizar.

– Um particular ou individual, por ser representado e por estar, desse modo, sendo transformado em um signo, torna-se um geral e "aquilo que é geral é da natureza de um signo geral" (Peirce, CP1.26). Isso nos é bem familiar quando pensamos na pintura. Uma paisagem particular, por exemplo, se pintada, adquire uma nova qualidade, torna-se ligada a um certo estilo, uma certa maneira de ver, uma concepção da realidade é exibida no produto que influenciará futuros pintores ou até mesmo pessoas simples quando olharem para paisagens. Um signo é um geral porque tem um efeito no futuro. E a estilística pode ser usada apenas por pessoas "que são capazes de alternar repetidamente do particular ao geral e do geral ao particular sem continuamente perder o equilíbrio enquanto dançam esse Charleston particular" (Aragon, 1928, pp. 100-101; ver também Otte, 1991).

– A realidade que poderia ser inteligível deve ser representada e assim generalizada. A essência de qualquer coisa é a essência de uma representação daquela coisa. As características do que quer que exista dependem do sistema de representações através do qual elas são significadas. Nem construção nem representação garante a existência de uma coisa.

– Eventos ou situações são sempre concretos e particulares. Quando nós tentamos, entretanto, abordá-los em termos de sua imediata "Primeiridade"[1] (Peirce), temos sucesso apenas se existe um elemento recorrente ou constante presente. Do contrário, tudo o que permanece é um conjunto de objetos ou sentimentos, que nós não podemos apreender nem lembrar porque não podemos qualificá-los. Além disso, um Primeiro é inevitavelmente seguido de um Segundo, porque somos seres corporais individuais num mundo reativo. Todos, certamente, têm tido, algumas vezes na vida, a experiência dos choques violentos que um conflito emocional pode produzir. Consequentemente, a questão de como emoções e sentimentos podem ser concebidos como ingredientes da racionalidade permanece importante.

1 Traduzimos *Firstness* como Primeiridade, *Secondness* como Segundidade e *Thirdness* como Terceiridade, de acordo com Armando Mora D'Oliveira e Sérgio Pomerangblum, tradutores de Peirce. Peirce, C. S. *Escritos Coligidos* (São Paulo, Abril Cultural) 1974 (N. R.).

– Existe uma visão oposta na semiótica, às vezes chamada de "semiótica existencial" (Tarasti, 2000) ou "idealismo semiótico", a qual tenta argumentar que o universo inteiro é basicamente de natureza semiótica e que signos surgem apenas a partir do desenvolvimento de outros signos. Bem, antes de mais nada, uma tal posição não é possível na epistemologia, se concebida do ponto de vista de um sujeito humano limitado, porque muitas coisas ha vida não têm significado nem sentido. Em segundo lugar, deve-se perguntar se é ou não confiável ignorar a experiência que é anterior à interpretação, bem como negar a existência do acaso ou fato bruto, não governado por lei.

– Para a mente individual, a representação lingüística pode parecer um empobrecimento e uma falsificação da riqueza das experiências mentais e intuições. Da perspectiva da linguagem e comunicação, entretanto, parece óbvio que nenhum pensamento ou signo pode ser exaurido por uma interpretação e experiência individual e, assim, é infinitamente mais complexo e variado na medida em que pode ser compreendido por qualquer atualização ou interpretação. Ainda assim, contudo, o progresso da ciência e a sua história são influenciados e moldados de modos essenciais pela imprevisibilidade e peculiaridade da intuição individual e por eventos particulares e inesperados.

– Além disso, em epistemologia, tanto quanto em lógica ou em teoria da comunicação, temos de reconhecer que comunicação e conhecimento são possíveis somente quando há algum Outro, que nem se funde com o Sujeito nem é totalmente diferente dele. Na intuição, conhecimento do fato e conhecimento de sua verdade coincidem. Ao mesmo tempo, o sujeito cognitivo é transformado em um meio, em um mero meio de cognição. O sujeito auto-reflexivo (e também sujeito social-comunicativo) é, entretanto, sempre também um objeto de pensamento e comunicação. E para estabelecer essa complementaridade de significados e objetos, uma instituição mediadora é indispensável. Ela é concebida pela idéia de signo ou representação.

O que é então um signo?

A resposta parece bastante simples. Qualquer coisa concreta, marca ou símbolo pode ser um signo. E não há, na verdade, nenhum signo sem uma marca ou fato concreto. Mas um signo possui um significado, que uma coisa não possui. Signo e significado do signo não devem ser identificados. Um signo não é um signo, a menos que tenha um impacto ou funcione como um signo. Assim, uma primeira resposta à nossa pergunta pode ser tentada: definir um signo em termos da função comunicativa ou representacional. Uma tal visão ou levará a uma teoria psicologista do significado ou terá de reconhecer uma realidade objetiva ou geral dos significados. O significado de um signo não deve ser confundido nem com as compreensões de um intérprete particular nem com um uso particular do signo. Signos e significados são gerais, enquanto objetos ou sentimentos são particulares. Contrariamente ao nominalismo, que faz a diferença entre signo e coisa depender exclusivamente de um intérprete, na visão de Peirce, alguma coisa pode ser intrinsecamente um signo ou pelo menos pode funcionar objetivamente como tal.

O significado, diz Susanne Langer, é uma função de um termo:

> Uma função é um padrão visualizado com referência a um termo especial a cuja volta ele se concentra; esse padrão emerge quando consideramos para o termo dado em sua relação total com os outros termos à sua volta. O total pode ser bem complicado. (1996, p. 55)

Devemos, no entanto, ser cuidadosos no sentido de, em nossos esforços para descrever a função comunicativa, não sermos levados a contextos que tendem a ser mais e mais vastos (o contexto psicológico, o contexto educacional, o contexto sociocultural, etc.) porque, nesse caso, no final perdemos de vista a própria idéia de signo ou mediação semiótica.

É claro que eu posso responder a uma série "sem significado" ou arbitrária de símbolos expressos por um macaco, proferindo ao acaso qualquer conjunto de símbolos igualmente sem padrão como um interpretante intencional para a primeira elocução, e isso pode encetar uma outra série igualmente sem sentido, etc. Assim, o significado certamente deve ser associado a restrições ou leis "objetivas" e com estrutura e redundância, e, em última análise, com aplicação. As restrições da grafia e da sintaxe, por exemplo, são pré-requisitos primeiros para a livre expressão de pensamento.

Um problema similar surgiu quando se questionou sobre o lugar do significado na teoria da informação. Em seus abaladores artigos sobre a teoria da informação, Shannon define aquilo que ele chamou de quantidade de informação, que é medida essencialmente em termos de imprevisto estatístico. Visto que o imprevisto de uma mensagem pode até contrariar sua expressividade, Shannon insistiu em que o conceito de "significado" está fora do âmbito da teoria da informação. Isso tem dado origem à conseqüência indesejável, particularmente no debate sobre o "pensar" dos computadores, de uma aparente oposição entre o mecânico e o espiritual, para um dualismo corpo-mente. Propostas para ignorar esse dualismo definindo o significado da mensagem simplesmente como o padrão de comportamento que ela produz no receptor, por várias razões, não serão suficientes.

Informações teóricas, entretanto, tentaram ultrapassar esse indesejável dualismo mediante uma abordagem funcional do problema do significado, perguntando, por exemplo, qual é a diferença entre quando alguém recebe uma mensagem e quando alguém compreende o significado de uma mensagem. O efeito de uma mensagem, escreve Mackay, respondendo a tal questão,

> (...) não é necessariamente o que você faz, como têm sugerido alguns behavioristas, mas o que você estaria disposto e pronto a fazer, se dadas (relevantes) circunstâncias surgissem. Não é o seu comportamento, mas antes seu estado de prontidão condicional para o comportamento, que indica o significado da mensagem que você ouviu. (Mackay, 1969, p. 22)

Para definir um signo necessitamos, portanto, que exista um objeto, bem como um intérprete. O pragmatismo, com efeito, é conhecido por acrescentar, à sintaxe e à semântica, uma terceira dimensão, a pragmática. Mas ele não é sobre uma pessoa particular nem sobre um comportamento específico quando falamos do intérprete ou, melhor, do interpretante. Caso contrário, o pragmatismo nada seria senão um tipo muito imperfeito de filosofia empirista ou utilitarista, e a teoria pragmatista do significado viria abaixo para uma estreita forma de verificacionismo. Peirce comenta a esse respeito em 1902, através de uma contribuição ao Dicionário de Filosofia e Psicologia de Baldwins. A máxima pragmática, diz ele aí,

> (...) pode ser facilmente mal aplicada... A doutrina parece assumir que o propósito do homem é a ação. Se for admitido, ao contrário, que a ação quer um propósito e que esse propósito deve ser algo como alguma descrição geral, então o próprio espírito da máxima, que é que devemos dirigir o olhar para a essência de nossos conceitos a fim de apreendê-los corretamente, nos direcionaria em direção a alguma coisa diferente dos fatos práticos, nominalmente, para idéias gerais, como as verdadeiras intérpretes de nosso pensamento. (CP. 5.3)[2]

Sem ordem e regulação não pode haver liberdade de ação. Ação, vontade, esforço por um fim, tudo isso certamente exerce uma compulsão, mas, se essa compulsão é de natureza intelectual, ela está relacionada antes a um geral (regra ou idéia) do que meramente à força bruta.

> Toda compulsão é algo que se realiza "hic et nunc" , isto é, numa particular ocasião, afetando um indivíduo. Ela é essencialmente antigeral. Mas a compulsão da aquiescência racional não é simplesmente uma compulsão individual, ela é algo que é percebido, devendo ser sentida por todo ser racional. (...) Isso(...) deve ser dito que uma tal compulsão geral supõe uma *lei*. A percepção, ou percepção aparente de uma compulsão geral, e portanto de uma lei, deve entrar em toda inferência, de modo que uma inferência deve, na inferência mesma, ser referida a uma classe geral de inferências. (MS 787)[3]

Uma lei inclui uma idéia, bem como uma regra para aplicar essa idéia. Mas aqui jaz a dificuldade (ver a versão de Lewis Carroll de "Aquiles e a tartaruga").

Podemos sintetizar nossas considerações sobre significado até agora dizendo que essa noção de significado é inseparavelmente associada à idéia de possibilidade, porque a possibilidade expressa um relacionamento entre o geral e o particular, entre lei e aplicação ou hábito e regra, ou

---

2 CP é a abreviatura para *Collected Papers of Peirce*; a referência é feita por número do volume e dos parágrafos.

3 MS se refere à obra *Annotated Catalogue of the Papers of C. S. Peirce*; a referência é feita por número do parágrafo.

ainda entre limitantes e limitados. Uma disposição de comportamento nada é senão uma tal relação. Um possível, em contraste com algo real, é alguma coisa que pode ter um efeito objetivo no futuro. Um signo determina seu intérprete, produzindo nessa pessoa um interpretante, que representa o objeto no mesmo tipo de relação que aquela que o próprio signo representa. Um signo funciona tornando relações efetivas, ele funciona como uma regra ou um hábito, por exemplo. Vemos agora que o que poderia ser chamado de o significado do signo é o interpretante. Para o próprio resultado significado de um signo, eu proponho, Peirce escreve, que "o nome, o interpretante do signo... é tudo o que está explícito no próprio signo, exceto seu contexto e circunstâncias de expressão" (CP 5.473).

O que importa aqui é observar que o interpretante é deliberadamente *não* descrito como sendo necessariamente uma idéia na mente de alguma pessoa e não deve ser confundido com o intérprete. O interpretante é aquilo no qual resulta um signo como tal, enquanto o intérprete é um agente pessoal. Sendo a interpretação os efeitos mediadores de um signo, estender-se continuamente é o significado objetivo do signo.

Significados são gerais e não são nem simples qualidades de sentimento, como em "estas qualidades não têm significados intrínsecos além deles mesmos", nem existentes ou fatos reais porque eles também permanecem eventos singulares. Tratar alguma coisa como objeto é tratá-la como coisa identificável e particular, vê-la como um signo significa relacioná-la a algo mais e falar sobre seu significado. Este algo pode ser uma regra ou uma operação ou pode ser algum fenômeno real. A persistência e a continuidade de encontros com um objeto pode provocar essa transição da coisa para o signo. Se eu corro por um bosque e em meu caminho encontro um galho que foi quebrado de um arbusto ou se eu encontro três pedras colocadas no caminho de modo a formar um certo padrão, tudo isso nada significa. Galho e pedra permanecem objetos aos quais eu prestarei pouca atenção. Mas se isso continua a ocorrer repetidamente em meu caminho e o acontecimento tiver uma certa persistência, eu perceberei o galho e as pedras como um signo e não mais apenas como um objeto. E o próprio pensamento que constitui um signo como diferente de um objeto prevalece significando para o signo e é ele mesmo um signo, como em "o significado de um signo é o signo ao qual ele tem de ser traduzido" (CP 4.132). Esse segundo signo, sendo uma idéia ou regra, deve levar, em seu resultado final, insiste o pragmatismo, a alguma ação concreta.

Entretanto, o significado não deve ser identificado com essa ação mais do que uma lei deve ser identificada com uma particular aplicação ou efeito dela.

Signos são essencialmente sinais, eles influenciam ativamente ou determinam seu interpretante. Objetos, em contraste, não possuem nenhuma qualidade por si próprios ou intrinsecamente (CP 2.232). Eles apenas representam a existência factual isolada como tal. Poderíamos, assim, estabelecer a diferença entre objeto e signo dizendo que signos são possíveis.

Essa diferença é de fato algumas vezes afirmada como sendo a característica essencial do pensamento humano. Cassirer escreve, por exemplo:

> (...) em sua Crítica do Juízo, Kant levanta a questão se é ou não possível descobrir um critério geral pelo qual possamos descrever a estrutura fundamental do intelecto humano e distinguir essa estrutura de todos os outros possíveis modos de conhecimento. Depois de uma análise penetrante, Kant é levado à conclusão de que um tal critério deve ser procurado no caráter do conhecimento humano, o qual é tal que a compreensão está sob a necessidade de se fazer uma distinção nítida entre a realidade e a possibilidade das coisas. O conhecimento humano é, por sua própria natureza, conhecimento simbólico. É esse o aspecto que caracteriza ao mesmo tempo sua força e suas limitações. E para o pensamento simbólico é indispensável fazer uma clara distinção entre real e possível, entre coisas reais e ideais. (Cassirer, 1962, p. 86)

Além de perceber a distinção entre real e possível, temos de procurar o relacionamento entre os dois. Se o signo é um símbolo intelectual, seu significado deve ser concebido em termos de lei, disposição ou hábito. Um hábito representa simultaneamente experiência do conhecimento e de suas aplicações, experiência de um conteúdo e das condições de sua verificação. A consciência do hábito, diz Peirce, "é uma consciência ao mesmo tempo da substância do hábito, do caso especial de aplicação, e da união entre os dois" (CP 8.304). Muito do trabalho da ciência cognitiva moderna tem assumido que o pensamento é essencialmente a manipulação de símbolos de acordo com certas regras sintáticas. Um dos principais problemas com essa concepção é o de como as manipulações formais de símbolos são aplicadas e tomam significados apropriados.

Como a aplicação de uma regra não pode, em última análise, ela mesma, ser regida novamente pela regra, se não queremos terminar na regressão infinita (ver a discussão dos Paradoxos de Zenão), os hábitos não podem ser reduzidos a regras, mas devemos antes incluir algo de uma natureza contextual, experiência ou intuição, ou o que quer que seja. Os hábitos claramente ultrapassam a consciência, embora a aprendizagem concebida como mudança de hábito possa ocasionalmente transformar o inconsciente, ou alguma parte do inconsciente, em consciência.

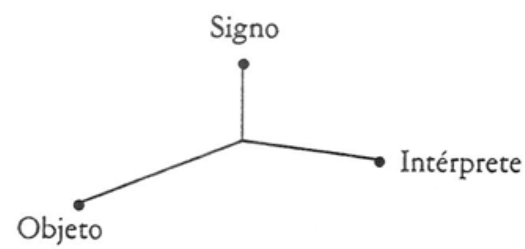

Figura 1

Aceitamos a definição pragmatista de signo de Peirce como representada na Figura 1. Em contraste com os tradicionais modelos diádicos, Peirce define um signo como qualquer coisa que representa alguma coisa (chamada o seu objeto) de tal modo a gerar outro signo (seu interpretante ou significação). Um signo não representa seu objeto em todos os pormenores

> (...) mas em referência a usar uma espécie de idéia, que eu tenho algumas vezes chamado de a base do *representamen*[4]. A palavra idéia deve ser aqui entendida em uma espécie de sentido platônico, muito familiar na conversação do dia-a-dia. (CP 2228 e 4.536)

4 Mantivemos esta palavra no original pela inexistência de um termo adequado na língua portuguesa. Seu significado é "o produto como distinguido da representação filosófica". Fonte: *Webster's Third New International Dictionary* (Chicago, Britannica) 1966 (N. R.).

Enquanto a fórmula clássica retrata o signo em termos de um relacionamento diádico, a definição de Peirce o concebe em termos de uma estrutura triádica. Na semiótica peirceana, a tríade fundamental é precisamente objeto-signo-interpretante (CP 8.361). Esse diagrama possui uma estrutura recursiva: signo dentro do signo, dentro do signo, etc. *ad infinitum*. Assim, um signo não é somente uma coisa, mas também um processo.

> Um Signo é qualquer coisa, escreve Peirce, que está relacionada a uma Segunda coisa, seu objeto, com respeito a uma Qualidade, de tal maneira a trazer uma Terceira coisa, seu interpretante, em relação ao mesmo Objeto, e de tal maneira a trazer uma Quarta em relação àquele Objeto, da mesma forma, ad infinitum. Se a seqüência é interrompida, o Signo perde em certo grau o caráter significativo perfeito. Não é necessário que o interpretante exista realmente. Uma existência no futuro bastará. (CP 292)

Entretanto, a primeira abordagem um tanto ingênua da questão "o que é um signo?" tem algum mérito, já que coloca em primeiro lugar o problema da relação entre signo e objeto. Assumimos a partir de agora que a realidade é feita de objetos e signos, ou contínuos e átomos, ou relações e correlatos, e que, ao caracterizar e classificar signos, o mais importante é seu relacionamento com objetos. Um signo é antes de tudo definido pela relação com um objeto, e essa relação, que é uma mera possibilidade, precisa ser compreendida.

Voltamos, assim, àquela tricotomia dos signos, que Peirce viu como a mais fundamental divisão dos signos, e que é provavelmente a mais conhecida pelos estudiosos da teoria dos signos: é a divisão dos signos em ícones, índices e símbolos.

Peirce nos diz que uma análise da essência de um signo

> (...) nos leva a uma prova de que todo signo é determinado pelo seu objeto, primeiramente, por compartilhar das características desse objeto, quando chamo o signo de Ícone; em segundo lugar, por estar realmente e em sua existência individual relacionado com o objeto individual, quando chamo o signo de Índice; em terceiro lugar, pela certeza mais ou menos aproximada de que será interpretado como denotando o próprio objeto, em conseqüência de

> um hábito (termo que eu uso como incluindo uma disposição natural), quando chamo o signo de Símbolo. (CP 4.531)

Portanto, essa divisão de signos surge porque os mesmos possuem objetos, e ela é baseada em como cada signo representa seu objeto. Em outra ocasião, Peirce declara:

> Descobriu-se que há três tipos de signos, que são indispensáveis em todo raciocínio: o primeiro é o signo diagramático ou Ícone, que exibe sua similaridade ou analogia com o tema do discurso; o segundo é o Índice, que, como um pronome demonstrativo ou relativo, força a atenção para o objeto particular intencionado, sem descrevê-lo; o terceiro, ou Símbolo, é o nome geral ou descrição que dá significado ao seu objeto por meio de uma associação de idéias ou conexão habitual entre o nome e o caráter significado. (CP 1.369)

Categorias universais

Mas antes de tentarmos desdobrar e desenvolver a teoria de signos de Peirce, precisamos mencionar suas *categorias universais*. O "coração" da fenomenologia Peirceana é o sistema de categorias de Peirce. As categorias são básicas para o entendimento, não apenas do conceito de ciência normativa de Peirce, mas também de sua teoria dos signos e, na verdade, de seu pensamento como um todo.

> Para Aristóteles, Kant e Hegel, uma categoria é um elemento dos fenômenos do primeiro nível de generalidade. Dentro dessa linha de pensamento, segue-se naturalmente que as categorias são pouco numerosas, assim como os elementos químicos. O objetivo da fenomenologia é redigir um catálogo de categorias e provar a sua suficiência e liberdade diante das redundâncias. (CP 5.43)

Peirce, então, tenta capturar a estrutura da nossa possível experiência através de três categorias fundamentais, as quais, a fim de evitar reificação prematura, ele nomeia utilizando-se de termos completamente abstratos: *Firstness* (Primeiridade), *Secondness* (Segundidade) e *Thirdness* (Terceiridade). Escreve Peirce:

> Eu fui levado, há muito tempo (1867) (...) depois de apenas três ou quatro anos de estudo, a "jogar" todas as idéias nas três classes de Primeiridade, Segundidade e Terceiridade. Esse tipo de noção é tão desagradável para mim quanto para qualquer pessoa, e, durante anos, eu me esforcei para refutá-la, mas há muito tempo ela me conquistou completamente. Por mais desagradável que seja atribuir tal significado a números e acima de tudo a uma tríade, isso é tão verdadeiro quanto desagradável. Devo definir Primeiridade, Segundidade e Terceiridade da seguinte maneira:
> Primeiridade é o modo de ser daquilo que é tal como é, positivamente e sem referência a mais nada.
> Segundidade é o modo de ser daquilo que é tal como é com respeito a um segundo, mas sem considerar qualquer terceiro.
> Um primeiro é algo como aparece em si próprio, um segundo é algo como aparece em reação a alguma outra coisa, mas sem qualquer inteligibilidade ou mediação.
> Terceiridade é mediação, é o modo de ser daquilo que é tal como é ao trazer um primeiro e um segundo em relação um com o outro. (CP 8.328)

E em uma outra oportunidade, Peirce escreve:

> Terceiridade é a relação triádica existente entre um signo, seu objeto e o pensamento interpretativo, ele próprio um signo, considerado como constituindo o modo de ser de um signo (CP 8.328).

De longe, a categoria mais difícil de ser discutida é a Primeiridade. Ela é, entre outras coisas, a categoria do sentimento, que Peirce vê como

> (...) um exemplo daquele tipo de consciência que não envolve qualquer análise, comparação ou qualquer outro processo, nem consiste no todo ou em parte de qualquer ato pelo qual um esforço de consciência é distinguido de outro, o qual tem sua própria qualidade positiva que não consiste em nada mais, e é de si própria

> tudo o que é, embora possa ter sido provocado; de modo que se esse sentimento está presente durante um lapso de tempo, ele está, de forma completa e igual, presente em todos os momentos. Um sentimento, então, não é um evento, um acontecimento, algo que vem e passa... um sentimento é um estado que está, em sua totalidade, em todos os momentos do tempo enquanto resiste. (CP 1.306)

A Primeiridade, a categoria do sentimento ou qualidade nesse sentido, assim como a cor vermelha, por exemplo,

> (...) aquela mera qualidade (*suchness*) não é em si mesma uma ocorrência, como é ver um objeto vermelho; é um mero pode ser. A sua única existência consiste no fato de que pode haver uma qualidade peculiar, positiva em um Faneron[5]. (CP 1.304)

Um Primeiro é inevitavelmente seguido por um Segundo, porque somos seres corporais individuais em um mundo reativo. Todos, certamente, em alguns momentos da vida, experimentaram e testemunharam os violentos choques que um conflito emocional pode produzir.

Suponha que alguém deva tomar uma decisão. Deve haver primeiro um motivo, um desejo ou uma emoção. Ao pensar mais, esse alguém começa a cogitar sobre possíveis obstáculos. Mas o que conta no final, ao se tomar a decisão, é um procedimento de decisão viável (lembre-se da máxima do pragmatismo!).

A Primeiridade é preponderantemente a categoria do pré-reflexivo. A dificuldade de falar sobre primeiros é que quando reconhecemos que algo é apreendido como um primeiro, a sua Primeiridade como Primeiridade efetivamente desaparece. Quando tentamos focalizar alguma coisa em termos de sua imediata Primeiridade, só temos sucesso se houver um elemento recorrente ou constante presente. Caso contrário,

---

5 Segundo Peirce, "...com este termo (faneron) designo tudo o que é presente ao espírito, sem cuidar se corresponde a algo real ou não". E ainda: "Os filósofos ingleses atribuíram à palavra idéia uma significação aproximada daquilo que entendo por faneron. Por motivos vários, restringiram o âmbito da palavra, e deram-lhe uma conotação psicologista que desejo evitar". Peirce, C. S. *Escritos Coligidos*. Tradução de Armando Mora D'Oliveira e Sergio Pomerangblum (São Paulo, Abril Cultural) 1974, p. 91 (N. R.).

tudo o que resta é um conjunto de objetos e sentimentos, os quais não podemos apreender e dos quais não podemos nos lembrar, por não conseguir qualificá-los.

> Apesar de toda a consciência em qualquer instante não ser nada mais que um sentimento, ainda assim a psicologia nada pode nos ensinar sobre a natureza do sentimento, e nós também não podemos obter conhecimento de qualquer sentimento por introspecção, sendo o sentimento velado à introspecção pelo fato de ele próprio ser nossa consciência imediata. (CP 1.310)

Segundos são existências particulares, eventos ou ações e reações, únicos no espaço e no tempo. Por exemplo, observações específicas registradas em um laboratório, seja na física ou na psicologia, são segundos. Enquanto a Primeiridade é essencialmente atemporal, a Segundidade nos disponibiliza os pontos discretos distinguíveis, que ordenamos por sua seqüência temporal. A existência bruta e inquestionável dos segundos pode nos levar a pensar na Segundidade como a categoria do "realmente" real, pelo menos enquanto acreditarmos que a realidade é feita de objetos particulares.

Peirce consideraria essa análise inadequada. Para ele, a realidade é mais do que uma questão de eventos discretos ocorrendo em pontos dados no espaço-tempo. A realidade também é uma questão das relações entre eventos, e aqui é onde entra a categoria da Terceiridade. A Terceiridade é a categoria da lei, do hábito, da continuidade, da relacionalidade e da representação, pois Peirce afirma "que a idéia de significado é irredutível às de qualidade e reação" (CP 1.345), ou seja, é irredutível a Primeiridade e à Segundidade.

É muito importante notar que Peirce estabelece uma firme distinção entre existência e realidade, o particular e o geral ou entre objetos e leis.

> Eu não me admiraria se alguém sugerisse que talvez a idéia de uma lei seja essencial à idéia de uma coisa agindo sobre outra. Mas certamente esta seria a sugestão mais insustentável no mundo considerando... que nenhuma lei da natureza faz uma pedra cair, ou uma garrafa de Leyden descarregar-se, ou um motor a vapor funcionar. (CP 1.323)

As leis naturais devem ser aplicadas, e isso envolve hipóteses geradas abdutivamente, bem como métodos de verificação.

Assim, no mundo existem objetos – porque "nós estamos continuamente nos chocando contra o fato bruto" como diz Peirce –, assim como signos ou representações, Segundos e Terceiros. Pois "a Terceiridade é apenas um sinônimo para representação" (CP 5.105).

Deixe-me ilustrar as três categorias por meio de um exemplo simples porém fundamentalmente importante em relação à matemática, a saber, o que diz respeito ao diagrama:

$x = 2$:

"=" é um primeiro; é um ícone de uma idéia. Robert Recorde (1510-1558) introduziu esse ícone dizendo que "nada poderia ser mais igual". Mas equações algébricas são ícones também, na medida em que exibem as relações das quantidades em questão. Visto assim, "x" e "2" são índices. Mas visto por si mesmo, "2" é um outro ícone. Gödel diz:

> Dois é a notação que abriga todos os pares, e mais nada. Há certamente mais do que uma noção, no sentido construtivista, satisfazendo essa condição, mas pode haver uma "forma" ou "natureza" comum a todos os pares. (Gödel 1944, 38)

Essa forma ou natureza ou idéia é uma abstração hipostática e é a "base" de um signo, como diria Peirce. Idéias ou ícones são indeterminados, mas determináveis em uma variedade de maneiras. "2 pode ser qualquer coisa", admira-se a criancinha na escola.

"$x = 2$" no decorrer de um cálculo é um fato, um fato contingente, e como tal é um Segundo. A Segundidade é expressa pelas regras sintáticas da aritmética.

Mas, quando "$x = 2$" é considerado como uma função proposicional ou como uma proposição e "x" possui algum significado concreto como parte de uma aplicação, é um Terceiro.

Esse simples exemplo indica três aspectos da verdade matemática: verdade teórica modelo, dedutibilidade formal ou cálculo e adequação no sentido de aplicação concreta. Também podemos notar que uma proposição pode ser um Segundo ou um Terceiro. Uma proposição considerada como parte de um argumento declara um fato, e assim deve ser vista, antes, como um Segundo do que como um Terceiro. Quer-se provar um teorema, e todas as proposições que se usam no decorrer da argumentação são reativas a esse argumento. A prova é uma representação que deve ser aplicada.

Se considerarmos os serviços que os diferentes elementos da argumentação nos prestam, poderíamos dizer que um termo ou uma palavra geralmente servem para evocar uma idéia, e assim devem ser considerados um Ícone, enquanto proposições são usadas para declarar fatos e, assim, são Índices. Agora, um argumento considerado funcionalmente serve para estabelecer um certo encadeamento de pensamento ou um hábito de lidar com certos assuntos de forma intelectual e, assim, deve ser chamado de Símbolo. Como Peirce escreveu em 1906, em seus *Prolegômenos para uma apologia do pragmatismo*:

> Quando um argumento aparece diante de nós, é trazido à nossa observação... um processo no qual as Premissas geram a Conclusão, não informando o Intérprete de sua Verdade, mas apelando no sentido de que concorde com ela. Este Processo de Transformação, que é evidentemente o centro da questão, não é construído com Proposições mais do que um movimento é construído com posições. A relação lógica entre a Conclusão e as Premissas deve ser afirmada; mas isso não seria um argumento, o qual essencialmente se pretende que seja entendido como representando o que representa apenas em virtude do hábito lógico que traria qualquer intérprete lógico à sua aceitação. (CP 4.572)
> Qualquer palavra comum como "dar", "pássaro", "casamento"... é aplicável a qualquer coisa que possa ser encontrada para compreender a idéia ligada à palavra; ela própria não identifica tais coisas. Ela não nos mostra um pássaro, nem encena diante de nossos olhos uma doação ou um casamento, mas supõe que somos capazes de imaginar tais coisas e ter associado a palavra a elas. (CP 2.298)

Portanto, para obter conhecimento discursivo, devemos entender uma palavra como "pássaro" tal como uma sentença do tipo "isto é um pássaro" ou outra qualquer. A função proposicional "x é um pássaro", "x = 2" ou "x é vermelho", por exemplo, é um signo que não pode ser dito verdadeiro ou falso, até que um quantificador ou outro índice desse tipo seja adicionado para dizer de qual ou de quantos x's nós estamos falando. Isso define com intensidade uma classe, e uma tal classe definida com intensidade constitui uma parte essencial de qualquer símbolo. Parece-me que Peirce não distingue realmente entre proposição e função proposicional quando declara:

> Uma proposição, no sentido em que eu uso esse termo, é um símbolo dicente (*dicent*). Um dicente não é uma asserção, mas um signo capaz de ser afirmado (CP 8.337).
> O símbolo, assim, se torna uma proposição pela qual um Índice tem sido relacionado a uma Idéia ou Ícone.
> Um significado são as associações de uma palavra com imagens, seu poder de provocar sonhos. Um índice não tem nada a ver com significados; ele tem de trazer o ouvinte para compartilhar a experiência do falante, mostrando sobre o que ele está falando. É a conexão entre uma palavra indicativa e uma palavra simbólica que faz uma asserção. (CP 4.56)

Assim, uma proposição ou símbolo representa o mundo mais como uma multitude de estado de coisas do que como um conjunto de objetos. "Uma proposição é uma figura de uma estrutura – a estrutura de um estado de coisas" (Langer 1996, p. 68). Essa teoria da figura se tornou famosa através do *Tractatus* de Wittgenstein. Ela não se encaixa perfeitamente na idéia de Peirce, da matemática como "pensamento diagramático", pois a última não é por si própria proposicional, e, além disso, é contrária ao que Wittgenstein afirma que uma sentença não mostra seu significado.

Ícones, índices e símbolos

Estamos de volta agora à teoria dos signos e aos três tipos fundamentais de signos que Peirce menciona: *Ícones*, *Índices* e *Símbolos*. A contribuição original de Peirce deve, de fato, ser vista na sua caracterização da cognição como um processo semiótico e na sua idéia de basear a própria noção de signo nas três categorias da fenomenologia.

Parece haver alguma coisa confusa aqui. De um lado, o símbolo aparece como o nível fundamental de percepção e cognição (da mesma maneira como a sentença é a unidade natural da representação lingüística (Townsend e Bever, 2001) ou a proposição representa o nível básico do conhecimento). Por outro lado, na procura das raízes não-intelectuais da cognição e semiose, os signos podem ser analisados por si mesmos, já que pertencem a um dos três níveis de realidade de Peirce, o que significa que os aspectos dos símbolos devem ser classificados de acordo com as três categorias fundamentais. E pode-se afirmar que a originalidade verdadeira de Peirce deve ser procurada aqui nesta classificação.

Por exemplo, levando em conta que a matemática não deve ser reduzida ao pensamento conceitual e à linguagem, mas deve essencialmente ser concebida como uma atividade, a noção de índice torna-se fundamentalmente importante. E, de fato, algumas vezes se afirma que é com sua noção de índice "que Peirce é ao mesmo tempo novo e produtivo" (Seboek 1995, p. 223). Peirce viu, Seboek continua, "como ninguém antes dele, que a indicação (apontamento, ostentação, *deixis*) é um modo de significação tão indispensável quanto irredutível". Do ponto de vista da matemática, a qualidade relativa ao índice[6] é o que realmente torna a abordagem semiótica inevitável, porque ela ajuda a resolver o enigma dos objetos matemáticos.

Um signo *per se* é um Primeiro, um qualisigno, como o chama Peirce. Um qualisigno é uma qualidade, a qual é um signo. Não pode na verdade agir como um signo até que seja incorporado, mas essa incorporação nada tem a ver com o seu caráter como um signo. Um índice ou um símbolo, por exemplo, obviamente não pode ser um qualisigno (CP2.248). Se considerado isoladamente, um signo é somente uma qualidade, a sua própria base, que é "uma espécie de idéia". Ele se mostra, mas não explica a si mesmo. Como Wittgenstein escreve no *Tractatus*: "O que pode ser mostrado, não pode ser dito" (4.121).

Um signo por Primeiridade é um ícone – "uma imagem de seu objeto, e mais estritamente falando, pode ser somente uma idéia", diz Peirce (CP2.276). Um signo que se refere a um objeto ou fato o faz por

6 No original, a palavra empregada é *indexicality* (N. R.).

meio de um contraste ou Segundidade, porque um objeto ou fato como tal não possui significado próprio, ele não representa nada além de uma existência isolada e particular. Isso implica que todos os signos, necessariamente, "compartilham da Segundidade" (Sebeok 1995, p. 229), tanto quanto "seria difícil se não impossível, exemplificar um índice absolutamente puro, ou achar qualquer signo absolutamente desprovido da qualidade relativa a índice" (CP 2.306). Peirce chama segundos que são signos de sinsignos[7]. Um sinsigno (onde a sílaba "sin" é tomada com o significado de "ser somente uma vez", como em "single" – "solteiro" em inglês – ou em "simples", ou na palavra latina "semel"[8], etc.) é uma coisa que de fato existe ou um evento que é um signo. Somente pode ser assim por meio de seu significado, o qual depende de algumas qualidades, de modo que envolve um qualisigno ou, melhor, vários qualisignos.

O signo como um símbolo é, então, um Terceiro, na medida em que seu modo de ser "consiste na existência de réplicas destinadas a trazer o seu intérprete em relação com algum objeto" (Peirece, NEM IV, p. 297). Um símbolo é em si mesmo um tipo, e não uma coisa sozinha (MS404).

> Um símbolo é um signo convencional, o qual, estando ligado a um objeto, significa que aquele objeto tem certas características. Mas um símbolo, em si mesmo, é um puro sonho: ele não mostra do que está falando. Nenhum outro tipo de signo vai responder a este propósito.

O símbolo é o mais importante e o mais difícil de se entender.

> Desde que o uso do símbolo aparece num estágio tardio, é presumivelmente uma forma altamente integrada de atividades animais mais simples. Deve brotar de necessidades biológicas, e justificar a si mesmo como um bem prático. A conquista do mundo pelo homem repousa, sem sombra de dúvida, no supremo desenvolvimento de suas reações pela interpolação de símbolos nos

---

7 No original, o termo utilizado é *sinsigns* (N. R.).

8 A palavra "semel", em latim, significa "uma vez". Conforme Saraiva, F. R. S. *Novíssimo Dicionário Latino-Português*. (10. edição. Rio de Janeiro/Belo Horizonte, Garnier) 1993 (N. R.).

> espaços não preenchidos e confusões da experiência direta, e por meio de "signos verbais" para adicionar as experiências de outras pessoas às suas próprias. (Langer, 1996, 29)
> Um Símbolo é um *Representamen* cujo caráter Representativo consiste precisamente em ser uma regra que irá determinar o seu Interpretante. Todas as palavras, sentenças, livros e outros signos convencionais são Símbolos (CP 2.292). A simbolização parece sinônima da representação.

O ser de um símbolo consiste no fato real de que alguma coisa certamente será experimentada se certas condições forem satisfeitas. Isto é, influenciará o pensamento e a conduta de seu intérprete. Toda palavra é um símbolo. Toda sentença é um símbolo. Todo signo que depende de convenções é um símbolo. Símbolos são gerais e como tal são possíveis.

> Agora, o que é geral tem sua existência nas instâncias que determinará. Deverá haver, portanto, instâncias existentes do que o Símbolo denota, embora devamos entender aqui por "existente", existente no universo possivelmente imaginário ao qual o Símbolo se refere. (CP 2.249)

Como tem sido dito, qualquer proposição poderia ser interpretada como um símbolo. Por exemplo, "Esta rosa é vermelha". O símbolo mesmo é somente a relação entre "Rosa" e "Vermelhidão", a relação íntima, e obviamente isto representa uma possibilidade ou um possível. É impossível achar uma proposição tão simples que não faça referência a dois signos. Tomemos, por exemplo, a sentença "chove". Aqui, Peirce escreve,

> (...) o ícone é a fotografia mental composta de todos os dias chuvosos que o pensador tenha vivido. O índice é tudo aquilo por cujo meio ele distingue aquele dia, da forma como está colocado em sua experiência. O símbolo é o ato mental mediante o qual a pessoa marca aquele dia como chuvoso. (CP 2.438)

Mas nós, certamente, deveríamos evitar reificar um símbolo, e não identificá-lo com uma proposição, um conceito, um pensamento, uma regra ou qualquer outra coisa. O que é importante com respeito ao símbolo é a sua Terceiridade, sua função ou característica mediadora. Um símbolo não pode nem mesmo ter a si próprio como seu objeto, porque isso implicaria auto-referência na maneira tautológica de A=A.

> Uma progressão regular de um, dois, três pode ser notada nas três ordens de signos – Ícone, Índice, Símbolo. O Ícone não tem qualquer conexão dinâmica com o objeto que representa, acontece simplesmente que suas qualidades assemelham-se às daquele objeto, e provocam sensações análogas às daquilo com que se parecem na mente. Mas ele realmente permanece sem conexão com tais sensações. O Índice está fisicamente conectado ao seu objeto; eles fazem um par orgânico, mas a mente interpretadora nada tem a ver com esta conexão, exceto notá-la depois que ela já foi estabelecida. (CP 2.299)

Se a fumaça é entendida como um sinal de fogo, então esse sinal é um signo relativo a índice, pois "o índice (...) força a atenção sobre o objeto particular pretendido sem descrevê-lo" (CP 1.369).

O símbolo está conectado ao seu objeto em virtude de uma disposição da mente que usa símbolos, sem a qual tal conexão não existiria. E essa disposição é estabelecida por uma convenção. A coisa essencial sobre o símbolo não é, entretanto, que ele esteja estabelecido pela convenção, mas que haja uma disposição e um hábito, que se tornam objetivos e constituem uma relação entre símbolo e objeto. Resumindo, "somente é simbólico aquele signo que satisfaz sua função de designar um objeto sobre a base de uma lei geral" (M. Hoffmann).

O próprio Peirce escreve:

> Um Símbolo incorpora um hábito, e é indispensável, pelo menos à aplicação de qualquer hábito intelectual. Além disso, Símbolos proporcionam os meios de pensar sobre pensamentos de tal maneira que, de outra forma, não poderíamos pensar neles. Eles nos permitem, por exemplo, criar Abstrações, sem as quais nos faltaria um grande mecanismo de descoberta. Eles nos permitem contar; eles nos ensinam que as coleções são indivíduos (indivíduo = objeto individual), e em muitos aspectos eles são a própria urdidura da razão. (CP 4.531)

A generalização depende, assim, da simbolização. O processo de generalização, como concebido pelo estruturalismo matemático construtivo, é sempre o mesmo: dirige-se a atenção para as "propriedades" relacionais das representações matemáticas dadas, transformando-as em novos objetos por um processo que Piaget e Peirce denominaram "abstração reflexiva" e "abstração hipostática", respectivamente. Números, por exemplo, começando dos seus fundamentos mais elementares, são generalizados simbolicamente por representações de atividades aritméticas e pelo ato de se fazer das propriedades relacionais das leis aritméticas assim estabelecidas objeto de consideração. O formalismo, e também Piaget, interpretam isso como um processo de deontologização progressiva da matemática, tomando o pensamento axiomático moderno como sua mais alta expressão. Não há, entretanto, nenhuma atividade sem um objeto, embora esse objeto possa ser constituído pelo ato de reificar ou hipostasiar uma ação ou um processo. Em termos semióticos, dizemos que o objeto imediato de um símbolo é o próprio signo. Existe um último significado ou um nível ontológico final? Para responder a uma tal pergunta, temos de assumir um ponto de vista genético, e perguntar a nós mesmos como o conhecimento vem a existir. Peirce, em sua busca por Kant, procurou pela lógica da atividade (semiótica) para descobrir sobre essa gênese.

> Como os símbolos se apóiam exclusivamente em hábitos já definitivamente formados, porém sem fornecer qualquer observação nem mesmo deles próprios, e desde que o conhecimento é hábito, eles não nos permitem adicionar nada ao nosso conhecimento,

escreve Peirce, em continuação à citação acima (CP 4531). A palavra "*Stuhl*", por exemplo, não significa nada para uma pessoa que não saiba alemão. Para proporcionar o significado desse símbolo para uma tal pessoa, é preciso transformá-lo em alguma coisa perceptível, um ícone de uma cadeira ou uma exibição do ato de sentar, ou qualquer outra coisa. Nós não vemos cadeiras, mas os ícones ou imagens de alguma coisa que se supõe ser uma cadeira, em vez de uma alucinação. Ao mesmo tempo, o que nós vemos não é uma imagem, porque não reagimos a imagens.

Assim, o que é requerido é uma atividade metódica ou método de investigação, para descobrir acerca da objetividade e verdade de nossas representações, e esse método deve ser recursivamente organizado (fato que proporciona epistemologias com o sabor de paradoxo).

Em todo caso, para ganhar novos *insights* e conhecimento, temos de fazer uso de ícones e índices. Já mencionamos esse fato quando falamos sobre a proposição. Vamos nos voltar agora para esses outros tipos de signos, os ícones e os índices.

A principal característica de um ícone é que ele carrega uma semelhança, de alguma forma, com o seu objeto, "quer tal Objeto realmente exista ou não" (CP 2.247). Davis e Hersh parecem interpretar erroneamente a natureza de um ícone, já que este corresponde à Primeiridade e assim à possibilidade. A semelhança pode ser a extrema similitude de uma fotografia (CP 2.281) ou pode ser mais sutil. Sob quaisquer circunstâncias, "cada Ícone participa de alguns caracteres mais ou menos manifestos de seu Objeto" (CP 4.531).

Essa participação pode ser de um tipo complexo: particularmente merecedores de destaque são os ícones nos quais as semelhanças são auxiliadas por regras convencionais. Assim, uma fórmula algébrica é um ícone, tornado tal pelas regras de comutatividade, associatividade e distributividade dos símbolos. Pode parecer, à primeira vista, que é uma classificação arbitrária chamar uma expressão algébrica de um ícone; que ela poderia tanto, ou melhor, ser interpretada como um símbolo convencional composto. Mas não é assim.

> Pois uma grande propriedade que distingue o ícone é que por sua observação direta outras verdades relativas ao seu objeto podem ser descobertas além daquelas que bastam para determinar a sua construção. (CP 1.179)

Aqui, novamente, o caráter distintivo do ícone está indicado, ou seja, este é o único signo pelo qual podemos ampliar nosso conhecimento. Peirce afirma, em um manuscrito não publicado, que todos os ícones,

> (...) desde as imagens no espelho às fórmulas algébricas, são muito parecidos, não se comprometendo a absolutamente nada, mas

> mesmo assim são a fonte de toda a nossa informação. Eles desempenham um papel no conhecimento, um papel iconizado pelo desempenhado na evolução de acordo com o Darwinismo por variações fortuitas em reprodução. (MS 694, SEM I, 429)

O ícone, num sentido muito definido, faz parte da vida de seu objeto. Uma vez que isso é estabelecido, inferências sobre ele se transformam em inferências sobre o objeto, na medida em que ele é icônico. Uma figura matemática de discurso seria dizer que um ícone é um mapeamento de seu objeto ou um morfismo dele. A função mapeadora pode ser muito parecida com uma função identidade, como no caso de fotografias vistas como ícones; por outro lado, ela pode ser complexa e convencional. Temos empregado uma analogia matemática ao falarmos de ícones; o reverso da moeda é que os ícones são de importância fundamental na matemática. A analogia ou semelhança estrutural, por exemplo, desempenham um papel fundamental em matemática. Para melhor compreender essa "grande propriedade distintiva" do ícone, sobre a qual Peirce fala, dever-se-ia compará-lo com uma definição, a qual está sempre confinada à exibição de algumas propriedades do definido selecionadas um tanto arbitrariamente.

O matemático que concebe a matemática como raciocínio a partir de conceitos assemelha-se bastante, então, ao "homem que confundiu sua esposa com um chapéu" no estudo de caso de Oliver Sacks. Um homem que havia, como coloca Sacks, caído do concreto para o abstrato. Essa pessoa, de fato, exibiu uma atitude extremamente abstrata, que a tornou incapaz de reconhecer objetos ou situações à primeira vista. Ela preferia buscar e fazer conjecturas a partir de características particulares, e ocasionalmente suas conjecturas estavam absurdamente erradas.

Seus enganos eram freqüentemente tão engenhosos que poderiam também ser qualificados como especulações corajosas, como no caso de um matemático abstrato. Ele poderia ver, por exemplo, diante de um monte de areia, não apenas essa areia, mas diria: "Vejo água e uma pequena pousada com um terraço sobre a água. Pessoas estão jantando lá fora no terraço. Vejo guarda-sóis coloridos espalhados". A ausência de propriedades ou traços específicos na verdadeira imagem o levou a imaginar tudo isso. As formas abstratas ou definições não apresentaram problema para esse homem, mas a imprecisão de qualquer situação real sim. Ele poderia, algumas vezes, nem mesmo reconhecer sua mulher quando não estivesse atento às propriedades que tinha armazenado sobre ela em sua memória.

Os Ícones substituem tão completamente seus objetos que dificilmente podem ser distinguidos deles. Assim são os diagramas de álgebra e geometria. Os diagramas são essencialmente ícones, e ícones ou imagens são particularmente adequados a tornar apreensível e concebível o possível e potencial, mais que o real e factual. A matemática tem sido sempre chamada de a "ciência do possível" ou do logicamente possível, e para verificar se alguma combinação de asserções é consistente ou logicamente possível, ela deve ser "visualizada", porque a dificuldade reside na interação entre as várias afirmações, mais do que em significados particulares como tais.

Nenhuma análise de significados conceituais irá, em geral responder à pergunta se duas afirmações relacionais diferentes ou derivações chegam ao mesmo resultado ou não.

> O Ícone não representa inequivocamente esta ou aquela coisa existente, como o faz o Índice. Seu Objeto pode ser uma pura ficção, assim como a sua existência. Muito menos é seu Objeto necessariamente uma coisa de um tipo habitualmente encontrado. Mas há uma certeza que o Ícone proporciona em seu mais alto grau. E o que é mostrado diante do olhar mental – a Forma do Ícone, que é também seu objeto – deve ser logicamente possível. (CP 4.531)

Como não há relação sem correlatos – não há Primeiridade sem uma Segundidade –, um diagrama matemático sempre contém índices como partes da representação icônica. Mas, também, na medida em que tem um significado geral, um diagrama não pode ser um puro ícone; "mas no meio de nosso raciocínio esquecemos em grande parte essa abstração e o diagrama é para nós a própria coisa" (CP 3.363).

Os professores sempre tentam alertar seus alunos para não identificarem coisas e ícones, mas para entenderem seus diagramas geométricos como símbolos. Basta pensar no notório triângulo genérico. A problemática associada a uma tal idéia foi expressa por Locke, quando ressaltou que, por um lado, a idéia geral de um triângulo é imperfeita, pois "ele não deve ser nem oblíquo nem retângulo, nem eqüilátero nem escaleno, mas todos e nenhum desses ao mesmo tempo". Por outro lado, temos necessidade de tais idéias gerais "para a conveniência da comunicação e ampliação do conhecimento" (Locke, *Essay concerning human understanding*, livro 4, capítulo 7).

Com respeito ao pensamento matemático, Berkeley já havia escrito, criticando a idéia de Locke de um "triângulo geral", que "devemos reconhecer que uma idéia, que considerada em si própria é particular, torna-se geral quando se a faz representar ou ficar no lugar de todas as outras idéias particulares do mesmo tipo" (*Principles of Human Knowledge*, Introdução, §§ 11-12). Jesseph caracterizou a filosofia da geometria de Berkeley pelo termo "generalização representativa" e escreve:

> O aspecto mais fundamental da alternativa de Berkeley (para a filosofia abstracionista aristotélica da matemática, minha inserção) é a afirmativa de que podemos fazer uma idéia substituir muitas outras tratando-a como um representante de um gênero. (Jesseph, 1993, p. 33)

Aqui reside, de fato, o segredo e toda a dificuldade da semiose. Como pode um particular funcionalmente servir como um geral? Como pode um objeto concreto particular comunicar significados gerais?

Em geometria, o geral, tem-se dito, pode ser representado apenas pelo particular, já que a imagem pura não tem generalidade.

> Tomemos, por exemplo, os círculos pelos quais Euler representa as relações dos termos. Eles preenchem bem a função de ícones, mas sua falta de generalidade e sua incompetência para expressar proposições devem ser sentidas por todos que os usaram. O Sr. Venn tem, portanto, sido levado a agregar sombreado a eles; e este sombreamento é um sinal convencional da natureza de um símbolo.

A simbolização ou a atividade proposicional coleta algum aspecto particular que parece apropriado com respeito a um certo problema ou meta. Poderíamos, por exemplo, afirmar que o que serve como uma idéia "geral" em geometria deveria ser interpretado em relação à finalidade particular que se tenha em mãos. Se, por exemplo, deseja-se provar o teorema que afirma que as três medianas de um triângulo se intersectam em exatamente um ponto, então um triângulo eqüilátero serve perfeitamente bem como um exemplo de um triângulo geral, porque a afirmação do teorema menciona apenas conceitos que são independentes de distância e ângulos (assim como pode-se definir o tamanho de uma área independentemente de seu comprimento e medidas de ângulos utilizando-se uma função determinante, a definição da mediana é também independente desses conceitos) ou, em outras palavras, as condições do teorema em questão são invariantes com respeito a transformações afins. Por outro lado, pode ser mais fácil encontrar um argumento que prove meu teorema num caso do que em outro. O triângulo eqüilátero, por suas características altamente simétricas, é um exemplo favorável para esse caso. Mas é a indeterminação do ícone que nos habilita a selecionar a perspectiva apropriada. Nenhuma definição lingüística nos proporciona essa liberdade e variabilidade.

Assim, para compreender um desenho geométrico ou um diagrama matemático em termos semióticos, temos de levar em conta não só sua aparência concreta, mas também a sua funcionalidade. Um signo é algo ativo, ele determina o seu interpretante. E, nesse sentido, o que fazemos é transformar nossos diagramas até que algum fato perceptual se torne inegável. Peirce escreve que, se você admite o princípio de "que essa lógica para onde seu autocontrole para, você se verá obrigado a admitir que um fato perceptual, uma origem lógica podem envolver generalidade" (CP 5.149). Se não posso fazer nada a esse respeito, devo aceitar um fato perceptual como geralmente válido? Essa longa discussão sobre o ícone leva à conclusão de que a classificação de Peirce dos signos pode ser vista como uma classificação de representações de funções cognitivas.

O mesmo se aplica aos símbolos que são entendidos como Índices. Nenhum fato pode ser afirmado sem o uso de algum signo que sirva como um índice.

> Em álgebra, as letras, tanto quantitativas quanto funcionais, são desta natureza. Mas os símbolos sozinhos não declaram qual é o tema do discurso; e isso não pode, de fato, ser descrito em termos

> gerais, pode somente ser indicado. O mundo real não pode ser distinguido de um mundo imaginário por nenhuma descrição. Daí a necessidade de pronomes e índices, e quanto mais complicado o assunto, maior a necessidade deles. (CP 3.363)

Um ícone representa pela semelhança. Um índice, por outro lado, não necessita carregar uma semelhança com seu objeto. A coisa básica sobre um índice é que ele tem uma conexão existencial direta com seu objeto. Os usos do inglês comum são confiáveis em nosso discurso sobre índices; o dedo indicador é usado para apontar alguma coisa, por exemplo. O apontar-para é uma conexão existencial direta com aquilo que é apontado, e assim o é um índice no sentido de Peirce. Índices servem à identidade de referência.

Inchaço, dor, vermelhidão, calor, febre, são índices de inflamação. "Índices fornecem uma garantia positiva da realidade e da proximidade de seus objetos. Mas junto com a garantia não vai qualquer *insight* da natureza desses Objetos" (4.531). Alguém poderia, primeiramente, não saber nada sobre a doença que a febre indica. Quanto mais sintomas e reações se observam, mais claro se torna o quadro, porque os sintomas, como o inchaço ou a febre, não são puros índices, mas também fornecem informações. É importante notar que em geral os signos de modo algum necessitam ser puramente ícones ou índices (ou símbolos, também). O signo diante de uma loja é índice por sua conexão com a loja. Mas pode também ser icônico, ao apresentar, por exemplo, a figura de um livro para indicar que a loja é uma livraria.

> As letras comuns da álgebra que não apresentam nenhuma peculiaridade são índices. Também o são as letras A, B, C etc., ligadas a uma figura geométrica. Advogados e outros profissionais que precisam lidar com casos complicados com precisão recorrem a letras para distinguir indivíduos. As letras assim usadas são meramente pronomes relativos melhorados. Assim, enquanto pronomes demonstrativos e pessoais são, como usados comumente, "índices genuínos", pronomes relativos são "índices degenerados", pois apesar de poderem, acidentalmente ou indiretamente, referir-se a coisas existentes, eles diretamente se referem e precisam apenas se referir, a imagens na mente as quais palavras prévias criaram. (CP 2.305)

Continua Peirce,

> Tem sido um enigma, há muito, como poderia ser que, por um lado, a matemática é puramente dedutiva em sua natureza, e tira suas conclusões de modo apodíctico, enquanto, por outro lado, apresenta uma série tão rica e aparentemente interminável de descobertas surpreendentes como qualquer ciência empírica?

Várias tentativas têm sido feitas para resolver o paradoxo, quebrando uma ou outra dessas asserções, mas sem sucesso. A verdade, no entanto, parece ser que todo raciocínio dedutivo, até mesmo um simples silogismo, envolve um elemento de observação, isto é, a dedução consiste na construção de um ícone ou diagrama no qual as relações de suas partes apresentarão uma analogia completa com aquelas relações das partes do objeto de raciocínio, de experimentação sobre a imagem na imaginação e da observação do resultado de forma a descobrir relações despercebidas e escondidas entre as partes.

Com relação à álgebra, a própria idéia da arte é que apresente fórmulas que possam ser manipuladas, e que pela observação dos efeitos de tal manipulação encontremos propriedades que não seriam discernidas de outra maneira. Em tal manipulação, somos guiados por descobertas prévias, que estão incorporadas em fórmulas gerais. Esses são padrões que temos o direito de imitar em nossos procedimentos, e são os ícones *par excellence* da álgebra. As letras de álgebra aplicada são usualmente símbolos, mas os x, y, z, etc., de uma fórmula geral, tal como $(x+y)\,z = x\,z + y\,z$, são espaços a serem preenchidos com símbolos, eles são índices de símbolos. Uma tal fórmula pode, é verdade, ser substituída por uma regra abstratamente estabelecida (por exemplo, que a multiplicação é distributiva); mas nenhuma aplicação poderia ser feita de uma tal afirmação abstrata sem traduzi-la em uma imagem sensível (CP 3.363).

O valor de um ícone consiste em sua exibição das características de um estado de coisas tomadas como se fossem puramente imaginárias e abertas a modificações arbitrárias. Os índices, por outro lado, fornecem uma garantia positiva da realidade e da proximidade de seus objetos. Mas aqui também esses objetos podem, como as letras em álgebra ou geometria, pertencer a uma realidade completamente virtual.

Mas junto com a garantia não vai nenhum *insight* sobre a natureza desses objetos. Aquela famosa pegada que Robinson Crusoe encontrou na areia foi um índice, para ele, de que alguma criatura estava em sua ilha, e, ao mesmo tempo, como um ícone, trouxe a idéia de um homem. O índice juntamente com o ícone resultaram na afirmação "há um homem na ilha". Essa proposição é, como já foi dito, um símbolo.

O discurso metafórico

Vimos até agora que há dois tipos básicos de signo, ícone e índice, que, com respeito à linguagem comum, devem ser entendidos como metáfora e metonímia, respectivamente. O discurso metafórico é uma fala através de fronteiras contextuais, enquanto que o relativo ao índice ("*indexical*") sempre é, essencialmente, uma fala contextual. A metáfora depende de associações por similaridade, enquanto que a metonímia é baseada em associações por contigüidade. Parece um critério metodológico comum estudar a interação entre esses dois tipos de representação através da análise de casos de comportamento deficiente. Roman Jakobson classificou toda afasia da fala, essencialmente, como desordem por similaridade ou desordem por contigüidade. Qualquer signo lingüístico, diz ele, envolve dois métodos de organização: combinação e contextura e seleção e substituição. Há, portanto, por analogia à distinção intenção[9]-extensão, dois possíveis significados ou interpretantes de um signo. Um deles refere-se ao código. A palavra "martelo", por exemplo, estimula uma variedade de idéias icônicas na mente do falante/ouvinte, as quais guiam as possíveis substituições dessa palavra, fazendo-a simbolizar uma "ferramenta para fincar pregos", um "peso para construir um pêndulo" ou qualquer outra coisa.

O outro tipo de significado é produzido pelo contexto e está ligado, pela metonímia, ao resto da mensagem ou ao discurso posterior. Por exemplo: "Este martelo é pesado" ou "Traga-me o martelo", etc.

---

9 Intensão: ato de intensar, isto é, tornar-se mais intenso; força, veemência, energia. Intensão e intenção especializaram seus sentidos para cada forma, ainda que ambos provenham de *intendere* (estender, entesar), que possui duas formas: *intentum* e *intensum*. Fonte: *Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa* (Rio de Janeiro, Objetiva) 2001 (N. R.).

Em seu livro *Fundamentals of Language*, em co-autoria com Morris Halle, esses tipos de afasia são descritos como se segue:

> Distinguimos dois tipos básicos de afasia – dependendo se a maior deficiência jaz na seleção ou na substituição, com uma relativa estabilidade da combinação e da contextura; ou, inversamente, se a deficiência está mais ligada à combinação e contextura, com uma relativa retenção da seleção e da substituição normais. (p. 77)
> Para os afásicos do primeiro tipo (deficiência de seleção), o contexto é o fator decisivo e indispensável. Quando apresentado a fragmentos de palavras ou sentenças, um paciente desse tipo prontamente as completa. Sua fala é meramente reativa: ele facilmente prossegue a conversação, mas tem dificuldades em começar um diálogo; é capaz de responder a um interlocutor real ou imaginário quando é ou imagina ser ele mesmo o destinatário da mensagem. (p. 77-78)
> A sentença "está chovendo" não pode ser produzida a menos que o emissor veja que realmente está chovendo. Quanto mais profundamente a elocução está cravada em um contexto verbal ou não-verbalizado, maiores são as chances de seu desempenho ser bem-sucedido por essa classe de pacientes. (p. 78)

Diz-se, algumas vezes, que as palavras não têm significado sem um contexto concreto, mas o contexto é indispensável somente para esse tipo de pacientes. Eles não podem manipular abstrações ou o raciocínio simbólico. Mesmo um simples símbolo como "faca" parece estar além de suas capacidades.

> Assim, o paciente de Goldstein nunca pronunciou a palavra *faca* sozinha, mas de acordo com seu uso e circunstâncias, alternativamente, chamava a faca de apontador de lápis, descascador de maçã, faca de pão, garfo e faca (p. 62); de modo que a palavra faca foi mudada de uma forma livre, capaz de ocorrer sozinha, para uma forma confinada. (p. 79)

Solicitado a repetir a palavra "não", o paciente de Head respondeu "Não, eu não sei como fazê-lo". Embora usando espontaneamente a palavra no contexto de sua resposta ("Não, eu não ..."), ele não pôde produzir a forma mais pura da afirmação equacional, a tautologia a = a:

"não" é "não" (p. 81). Como numerosos testes têm demonstrado, para tais pacientes, duas ocorrências da mesma palavra em dois contextos diferentes são meros homônimos. Uma vez que vocábulos distintos carregam uma maior quantidade de informação do que vocábulos homônimos, alguns afásicos desse tipo tendem a suplantar a variação contextual de uma palavra por meio de termos diferentes, cada um deles específico para o ambiente dado.

Não é suficiente dizer que a fala consiste de palavras. A ordem das palavras é importante também e, algumas vezes, mudar de ordem significa mudar de conteúdo. A fala consiste de palavras que se referem uma à outra, de um modo particular, e, sem uma apropriada inter-relação de suas partes, uma elocução verbal seria uma mera sucessão de nomes, sem dar forma a qualquer proposição.

> O comprometimento da capacidade de emitir proposições ("*propositionize*"), ou falando genericamente, de combinar entidades lingüísticas mais simples em unidades mais complexas, é, de fato, restrito a um tipo de afasia, o oposto do tipo discutido na seção anterior. (p. 85)

A ordem das palavras torna-se caótica; os vínculos da coordenação e da subordinação gramaticais são dissolvidos.

E mais adiante:

> O tipo de afasia que afeta a contextura tende a dar origem a declarações infantis de uma única sentença e a sentenças de uma única palavra. Somente sentenças um pouco mais longas, estereotipadas, "fabricadas prontas" ("*ready made*") conseguem sobreviver. Em casos avançados dessa doença, cada elocução é reduzida a uma única sentença de uma só palavra. Enquanto a contextura se desintegra, a operação seletiva continua. "Dizer o que uma coisa é, é dizer com o que ela se parece", observa Jackson. (p. 125) O paciente limitado a um jogo de substituição (uma vez que a contextura é deficiente) lida com similaridades, e suas identificações aproximadas são de natureza metafórica, contrárias às metonímicas, que são familiares ao tipo oposto de afásicos. (p. 68)

Até aqui, referimo-nos a Jakobson e Halle.

A criatividade matemática ou mesmo o comportamento criativo em geral pode ser analisado de acordo com essa linha, a interação das representações icônicas e relativas a índices sendo mais importante para compreender a cognição matemática. A matemática pode, de modo proveitoso, nós acreditamos, ser entendida, em grande parte, como uma arte construtiva e visual, mais do que como uma ciência ensejada por conceitos. O tema principal da matemática é essencialmente constituído pela observação de identidades ou igualdades e diferenças. As características essenciais de um ato de criação imaginativa consistem em ver um A como um B: $A = B$. Uma tal equação pode significar que A e B são aspectos de uma mesma substância. Na terminologia fregeana, isso significa dizer que A e B são diferentes intenções de uma mesma extensão ou que são representações com um referente compartilhado, mas com significados diferentes. Isso pode também, contudo, ser interpretado em termos funcionais ou em termos de uma relação de causa e efeito. Neste caso, A = B significa algo como A produz B ou B é um resultado ou uma representação de A.

O ponto de vista relacional é melhor compreendido quando A = B aparece como uma metáfora. O que nos guia na criação de boas metáforas? Tudo parece similar a tudo, pelo menos em alguns aspectos. Assim, como descobrimos quais são as analogias ou as metáforas úteis? Não há um método infalível. Por outro lado, as metáforas parecem ser absolutamente indispensáveis quando nós não podemos identificar, com certeza, o significado com o uso. Diferentemente de um símile, uma metáfora é simétrica; ela lança luz sobre ambos os lados da equação. O "Homem é um lobo" é um símile, não uma metáfora. Mas a "Juventude é a estação feita para a alegria" ou "O presidente arou o seu caminho penosamente através da discussão"[10] são metáforas (acrescentando a essa última sentença: "E usou sua secretária como um trator", obtemos uma metonímia, ganhando um exemplo de como o discurso emprega combinações de metáfora e metonímia).

10 No original, a sentença é: "*The president ploughed through the discussion*", que poderíamos traduzir aproximadamente como: "O presidente abriu caminho a custo através da discussão". Essa tradução não foi aqui adotada, tendo em vista a possibilidade de perda do sentido metafórico referente ao verbo "*to plough*" – "arar".

Na escola, também, temos familiaridade com esses dois tipos de interpretação. Os alunos, via de regra, têm dificuldades com equações porque interpretam e aprendem o sinal de igualdade no sentido de "produzir". Essa interpretação entrada-saída ("*input-output*") representa um entendimento direto da equação. O conceito de equação ainda não foi transformado em uma relação objetiva. Esse ponto de vista funcional tem uma forte afinidade com certas situações padronizadas de aplicação, [as quais podem ser caracterizadas como] produzindo um novo objeto a partir de objetos dados pela aplicação de regras dadas ou, mais geralmente, a transformação correta de um dado estado inicial em um desejado estado final.

Essa é, como tem sido dito, a definição precisa da função como uma ação de entrada e saída (*input-output*). Até as tarefas elementares, contudo, também requerem uma interpretação diferente de uma equação, uma interpretação que trate a equação como um objeto independente, pode-se dizer, como uma metáfora. Os estudantes compreenderão muito bem que a mesma coisa pode ser feita aos dois lados de uma equação, mas, em geral, eles não compreendem que somar ou subtrair uma equação $A = B$ é tão legítimo quanto no caso da equação $A = A$.

Gostaríamos de usar esse modelo, i.e., a conexão entre a compreensão funcional e a metafórica, para descrever os processos no exemplo do comportamento criativo apresentado por H. Freudenthal (*Educational Studies in Mathematics*, vol. 8, (1977), nº 1).

Pode-se ver quatro passos:

(1) Estritamente operativo, usando "literalmente" o que está lá: Bastiaan encontrou, notou e pegou fragmentos de ferro. Ele tinha de criar algo com eles. A chapa de ferro perfurado deve estar disponível para que o sistema ativo possa agir.

(2) Pensamento livre e interpretação metafórica: dois cachorros unidos com sua boca.

(3) Tomando o novo significado de "cachorro" de modo literal novamente e agindo conseqüente e intencionalmente de acordo com isso: estritamente, um cachorro tem de ter quatro pernas. Da mesma forma, o ato de encurvar requer um tratamento "literal" do material de que o "cachorro" é feito.

(4) Ele pode ficar lá como um cachorro quase abanando sua cauda. A compreensão metafórica, à maneira Gestalt, de (2) e (4) é baseada na similaridade ou analogia e envolve um alto grau de nossa consciência. Portanto, a maioria dos estudiosos coloca mais ênfase nesse tipo de compreensão; da mesma forma, a matemática escolar é dominada por um tipo mais instrumental de raciocínio. Os passos (1) e (3), contudo, são de uma natureza diferente. Eles nos chegam muito mais como uma experiência "Aha", como que emergindo do mar vago do inconsciente, mas, ao mesmo tempo, dando-nos uma chance de agarrar uma oportunidade para agir. No uso real dessa oportunidade, o final da execução dispara um novo passo metafórico. Nos passos (2) e (4), podemos ver uma Gestalt. O passo relacional (2) abre a porta para o passo operacional (3). O passo relacional (4) marca o final da seção. A forma final está pronta. Ela pode, talvez, evocar um novo passo operacional, mas até o momento não o fez.

Agora, levando em consideração essa apresentação, alguém poderia estar inclinado a dizer que a cognição em matemática representa uma complementaridade da "compreensão instrumental e relacional" (Skemp, 1969) ou da representação metafórica e metonímica (Jakobson), em vez de colocar muita ênfase em um único lado dessa complementaridade. Esta parece ser uma outra afirmação da importância do simbólico como um Terceiro no sentido de Peirce, ou como mediação.

Um signo é uma mediação

Não há nada, de fato, mais essencial para ser uma representação do que ser um estado de mediação. O problema da mediação, contudo, leva à infinidade, à regressão infinita e ao paradoxo, quando analisado cuidadosamente. Já falamos sobre o paradoxo do significado.

Tomemos a percepção como um exemplo diferente de mediação entre sujeito e mundo. "Isto é uma rosa" é um juízo perceptual que deve ser distinguido do objeto percebido, porque certamente não percebemos proposições. Agora a questão é: posso saber alguma coisa sobre o objeto percebido que não esteja incluída previamente em algum juízo perceptual? Peirce diz: Não! E isso parece plausível, já que não somos deuses.

> Em lugar do objeto percebido, embora não esteja a primeira impressão do sentido, está uma construção com a qual a minha vontade nada tem que ver, e pode, portanto, ser propriamente chamada a evidência dos meus sentidos; a única coisa que eu carrego comigo são os fatos perceptuais, ou a descrição feita pelo intelecto da evidência dos sentidos, realizada pelo meu esforço. Esses fatos perceptuais são, na melhor das hipóteses, completamente diferentes do objeto percebido; e eles podem ser completamente falsos em relação a ele. Porém não tenho nenhum meio para criticá-los, corrigi-los ou recompará-los, a menos que eu possa reunir novos fatos perceptuais... Os fatos perceptuais são um relato muito imperfeito dos objetos percebidos, mas não posso ver atrás desse registro. (CP 1.141)

Tudo o que sei sobre os meus objetos percebidos é mediado por juízos perceptuais interpretativos; então, de onde vem a confiança para dizer que existe alguma coisa objetiva por detrás da minha percepção, que não seja uma mera ficção ou um "monstro" alucinado? Certamente não posso ter tal confiança diretamente, pois um "monstro" alucinado pode nos assustar tanto quanto uma coisa real, ainda que nossas interações subseqüentes com ele possam nos tornar claro que é apenas uma alucinação. Isso significa que pode ser necessária uma série infinita de interações para se chegar cada vez mais perto da realidade objetiva do objeto percebido, da mesma maneira que é necessário um número infinito de distinções para definir um número real ou para marcar um ponto individual em uma linha contínua.

Zenão de Eléia parece ter sido o primeiro a abordar esse problema, e muitos o têm seguido: Platão e Aristóteles, Santo Tomás de Aquino (1225-1274), Descartes (1595-1650) e Leibniz (1646-1716), Laurence Sterne (1713-1769) e Kant (1724-1804), Lewis Carroll (1832-1898), Charles S. Peirce (1839-1914), G. Cantor (1845-1918) e Francis Bradley (1846-1924) e E. Husserl (1859-1938) ou Jorge Luis Borges (1899-1986), para nomear apenas alguns.

O contínuo exibe a verdadeira natureza do quebra-cabeças de relacionamento. Pelo menos, tal tem sido a crença comum desde Aristóteles. Por um lado, relações como axiomas matemáticos ou leis naturais referem-se a gerais e não a coisas particulares – variáveis livres como um número geral ou uma pedra arbitrária que cai – e, assim, podem ser representados de muitas maneiras. Por outro lado, uma vez que as relações têm de ser nomeadas ou representadas de alguma maneira pelo menos, elas tornam-se também particulares, que devem ser distinguidas de outros particulares de seu mesmo tipo. Sem o pensamento relacional as relações tornam-se, elas mesmas, objetos de ordem superior que podem, por sua vez, tomar parte em vários relacionamentos, e assim por diante.

Filósofos (por exemplo, Bradley, 1893) têm argumentado que não somente é possível começar a construir essa hierarquia de relacionamentos, mas que isso é necessário. Qualquer sentença levará a uma regressão infinita quando cuidadosamente analisada, pois uma afirmação relacional necessária envolve novos relacionamentos entre cada um dos objetos originais e a relação que foi estabelecida entre eles. A intuição básica de Bradley, por exemplo, "parece ser que nada pode ser ligado a qualquer outra coisa sem uma relação mediadora" (Rucker, 1982, p. 147).

Afirmando-o diferentemente: uma relação não inclui sua aplicação e emprega, por si própria, sua função de "referente" ou de mediação. Por si mesmos, uma lei, um signo ou um argumento não podem ser a causa de qualquer coisa. "Uma lei da natureza deixada a si mesma seria inteiramente análoga a uma corte sem um rei" (Peirce, CP 5.48). Tomemos o exemplo da prova matemática. Como a comunicação sempre depende da metacomunicação – qualquer signo pode significar muitas coisas diferentes, dependendo do contexto –, não parece acidental que a versão de Lewis Carroll sobre o paradoxo assinale o ponto essencial, a saber, a hierarquia dos metaníveis no interior de nossa concepção de realidade.

Cada prova enfrenta a requisição de comprovação de que está correta. E a prova da correção da prova novamente defronta-se com a mesma requisição, e a prova da correção da correção da prova também... etc. (ver também Peirce: CP 2.27 Fn 1 p 15S: cf. "O que a Tartaruga disse a Aquiles" de Lewis Carroll, Mind, N. S. vol. 4, p. 278, reimpresso in D. Hofstadter, Gödel, Escher, Bach). E, na tentativa de justificar axiomas e leis, temos de recorrer a axiomas ou a leis mais gerais,

> (...) eles mesmos muito menos rígidos, e assim por diante em uma regressão infinita, e quanto mais voltarmos, mais indefinida é a natureza das leis... O acaso é indeterminação, é liberdade. Mas a ação de liberdade emana da mais estrita regra da lei. (Peirce, 1884, Ms 975)

Interromper a regressão infinita da mediação, da prova ou da explicação por força pura ou mera compulsão externa não funciona. Qualquer compulsão, diz Peirce,

> (...) é alguma coisa que acontece hic et nunc, isto é, em uma ocasião particular, e afeta uma pessoa em particular. É essencialmente anti-geral. Mas a compulsão da aceitação racional não é, meramente, uma compulsão individual; é aquela que é percebida e deve ser sentida por cada ser racional... Tal compulsão geral supõe uma lei... A percepção, ou a percepção aparente, de uma compulsão geral, e, assim, de uma lei, deve entrar em cada inferência, para que uma inferência possa, na própria inferência, ser referida a uma classe geral de inferências. (Peirce MS 787 (1897))

E isso implica a acolhida de alguma cognição de segunda ordem.

Uma prova matemática é um tipo, um tipo de representação, em vez de uma mera construção simbólica. Além disso, tem-se de apreender a sua idéia, e não seguir, meramente, os passos lógicos ou o cálculo. O próprio cálculo depende apenas dos sinais relativos a índices e das regras de inferência convencionais. Ele é importante, mas não é suficiente porque não tem significado enquanto alguém não refletir sobre ele, sobre sua estrutura ou simetrias, suas aplicações etc.

> Um índice não tem que ver com significados; ele tem de levar o ouvinte a partilhar da experiência do falante, mostrando sobre o que ele está falando... É a conexão entre uma palavra indicativa e uma palavra simbólica que faz uma asserção. (Peirce, CP 4.56)

Uma prova tem de ser rigorosa tanto quanto significativa. Ela é um pensamento e, por isso, representa um ato intencional. Assim, o significado de uma prova depende de um intérprete. Mas esse intérprete tem de acolher hábitos razoáveis de pensamento. E a prova tem de desenvolver tais hábitos. Ela faz isso forçando certas experiências na mente do intérprete. Pode-se, portanto, alegar que a Tartaruga não entendeu realmente Aquiles, considerando que ela não tenha aplicado o argumento e, portanto, não obteve um metaconhecimento relevante. Um argumento ou um símbolo é um sinal que está relacionado ao seu objeto somente em virtude de ele ser interpretado como um signo desse objeto. Assim, a prova e a comunicação, em geral, têm de realizar uma mudança de hábito ou de disposição, e esta demanda certos hábitos de segunda ordem. Por exemplo: "Não olhe para a prova como um procedimento obrigatório para você, mas como um procedimento que possa guiá-lo" (Wittgenstein, RFM 30).

Mas como tudo isso ocorre realmente parece misterioso e confuso, tão confuso como o Paradoxo de Zenão sobre a corrida entre Aquiles e a Tartaruga.

Embora assuma-se geralmente que Zenão, em seu "Aquiles e a Tartaruga", produza um argumento inválido que depende da ignorância da teoria das séries numéricas infinitas convergentes, a teoria dos limites e dos números reais desenvolvida no cálculo de Cauchy e a teoria dos conjuntos de Cantor são completamente irrelevantes para a solução do paradoxo da corrida de Aquiles. Este é um paradoxo do movimento ou da continuidade.

O movimento é descrito matematicamente por meio do conceito de função, afinal. Seja x a localização de Aquiles e $f(x) = 1/10x + 1$ a da Tartaruga. O que se procura, então, é um ponto fixo de f (Otte 1990, p. 57).

$x = f(x)$ resolve o problema sem a necessidade sequer de mencionar os números reais ou os limites. Essa equação resolve o problema completamente no interior do universo enumerável dos números "computáveis". Mesmo que a incomensurabilidade estivesse envolvida, se, por exemplo, a velocidade de Aquiles fosse duas vezes maior que a raiz quadrada da velocidade da Tartaruga, permaneceríamos dentro do universo enumerável dos números computáveis (veja, por exemplo, M. Minsky, *Computation*, Prentice-Hall, 1967, para uma definição desse conceito). O que está em jogo, matematicamente falando, é o cálculo do zero de uma função contínua $F(x) = f(x) - x$. Isso pode ser feito, em geral, apenas aproximadamente, e seu sucesso depende do "princípio da continuidade". Esse princípio pressupõe que existem leis objetivas na realidade.

O paradoxo do movimento leva à complementaridade no conceito de "função". A função contínua, como um modelo do movimento, realmente reflete muito claramente o duplo caráter desse conceito: por um lado, ele contém aspectos discretos, com o fato de que me permite calcular valores simples quando é escrito como uma fórmula. Por outro lado, ele enfatiza aspectos contínuos, por exemplo, na ilustração do gráfico funcional que me oferece uma idéia qualitativa total da função (= movimento). A função é simultaneamente qualitativa e quantitativa, conceitual e construtiva. Ela é conhecimento (idéia total) e instrumento (fórmula de cálculo) ao mesmo tempo. Esse conceito tem de ser entendido, obviamente, como um todo, como uma idéia universal, tanto como uma mera coleção ou conjunto de relações de entrada e saída (*input-output*). Essa dualidade é inevitável enquanto nós acreditarmos que as funções devem antes ter certas propriedades, continuidade, por exemplo, para serem matematicamente interessantes, do que serem concebidas em meros termos da teoria dos conjuntos.

No final da Idade Média, foi aceito que o instante ("*the instantiation*") pode ser estendido.

> Ockham e seus seguidores argumentaram que a mudança não é nada mais do que a posse de uma seqüência de propriedades diferentes em tempos diferentes. Isto foi chamado de doutrina da forma mutante. A doutrina oposta foi chamada de a doutrina da mudança da forma (*fluxa formae*). (Bigelow e Pargetter, 1989, pp. 289-306)

A doutrina ockhamiana sustentava que o movimento não é nada mais do que apenas a ocupação de diferentes lugares em tempos sucessivos. Assim, ele é representado pelo conjunto de todos os (x, f(x)). A doutrina oposta afirmava que um corpo em movimento não somente possui uma posição, mas também uma velocidade instantânea, um ímpeto. Esta deve ser representada pelo conceito como tal, por f definida com intenção por suas propriedades ou por sua representação.

A questão permanece: o que é movimento ou, em termos matemáticos: O que é uma função contínua? Os conceitos de função e de continuidade, de fato, vieram a existir juntos, como o topólogo S. Bochner observou (Bochner, 1974). Para fazer da continuidade uma propriedade essencial de uma função, contudo, tem-se de definir uma função geral como uma classe de equivalência de representações simbólicas. A relação de equivalência em questão é estabelecida pelo axioma da extensão. Cauchy demonstrou isso e assim retificou erros na concepção de função do século XVIII (Grattan-Guinness).

A definição de Cauchy de uma função contínua, por um lado, pressupõe noções muito gerais e abstratas de relação ou correspondência funcional no sentido afirmado acima. Lembremos o relacionamento ε-δ que ocorre na definição de uma função contínua. Por outro lado, ela fornece essas noções com um significado matemático operativo, expressando-as no interior do contexto mais específico de uma versão aritmetizada da noção de continuidade. A definição de função contínua de um livro-texto comum, no sentido de Cauchy e Weierstrass, é, em certo sentido, auto-referente, e isso é apenas uma expressão do que acima se tem chamado complementarismo. Desse modo, entender funções matemáticas significa entender a complementaridade das fórmulas concretas e da relação abstrata, bem como a auto-referência que governa sua evolução e que torna-se aparente na definição de Cauchy de função contínua.

Chegamos agora a um segundo ponto, a saber: o que nos capacita a falar de uma complementaridade em tais casos, em vez de uma mera dualidade ou antinomia? Afinal de contas, a auto-referência tem sempre um gosto de paradoxo.

Vários autores têm, durante anos, usado o termo "Complementaridade", de Niels Bohr, para capturar aspectos essenciais do desenvolvimento cognitivo e epistemológico dos conceitos científicos e matemáticos (Otte e Steinbring, 1977; Kuyk, 1977: Otte; Keitel e Seeger, 1980; Otte, 1990, 1994; Douady, 1991; Jahnke, 1992). Caracterizar, de modo convincente, a dinâmica inerente a essa concepção, e assim distinguir a complementaridade da mera polaridade ou dualidade, sempre tem sido uma dificuldade. A idéia essencial destas notas é tentar superar essa dificuldade pela interpretação da complementaridade em termos semióticos.

Aspectos construtivos e descritivos do conhecer e também as estratégias de aprendizagem e desenvolvimento às avessas podem ser reconciliadas e combinadas somente se entendermos que redes inteiras de atores ou de sociedades de mentes trabalham simultaneamente, em vez de sujeitos singulares isolados.

A epistemologia clássica, e mesmo as teorias de aprendizagem e a didática de hoje, nunca alcançaram a idéia de complementaridade porque sempre conceberam a situação epistêmica e a situação de aprendizagem em termos de um sujeito isolado, que é ativo solitariamente e que é confrontado com um mundo totalmente passivo de meros objetos a serem conhecidos. A pluralidade de perspectivas e a objetividade do conhecimento implicam-se mutuamente, em vez de estarem em oposição uma à outra.

A pluralidade de perspectivas, contudo, expressa em termos semióticos, não significa nada mais do que pluralidade de representações.

Um objeto matemático, tal como uma função, não existe independentemente da totalidade de suas possíveis representações, mas ele não deve ser confundido com qualquer representação particular, tampouco. Ele é um geral que, como se tem dito, não pode ser exaurido como tal por qualquer número de suas representações. Isso tornou-se claro quando matemáticos, de Euler a Cauchy, tentaram esclarecer a idéia de uma função contínua de modo a representar as leis da natureza. Após um primeiro período histórico, durante o qual diferentes idéias fenomenológicas sobre função coexistiram essencialmente de forma não relacionada, a concepção de função e a de continuidade desenvolveram-se de modo simultâneo e em conexão estreita uma com a outra.

Essa pluralidade de perspectivas ou de representações não é nada mais do que uma afirmação de que nossa própria realidade deve ser concebida em termos evolutivos, em vez de como um conjunto estático de objetos. Uma função matemática representa uma lei e uma lei não é menos real porque ela nos permite predições em relação ao que acontecerá sob certas circunstâncias.

Referências

ANDERSON, D. R. (1986). The Evolution of Peirce's Concept of Abduction. *Trans. of the Ch. S. Peirce Society,* n. 22, pp. 145-164.

ARAGON, L. (1928/1987). *Traité du style*. Traduzido de *Abhandlung über den Stil*, Berlin, Bittermann.

ARMSTRONG, D. M. (1983). *What Is a Law of Nature?* Cambridge, Cambridge University Press.

BATESON, G. (1973). *Steps to an Ecology of Mind*. Paladin Frogsmore.

______ (1979). *Mind and Nature*. Bantam Books, New York.

BIGELOW, J. e PARGETTER, R. (1989). Vectors and Change. *British Philosophycal Science*, n. 40.

CASSIRER, E. (1962). *An Essay on Man*. Yale University Press.

CASTONGUAY, Ch. (1972). *Existence and Meaning in Mathematics*. Springer Wien.

CURRY, H. B. (1970). *Outlines of a Formalist Philosophy of Mathematics*. Amsterdam, North-Holland Publishing Company,.

DOUADY, R. (1991). "Tool, Object, Setting, Window". In: BISHOP, A.; VAN DORMOLEN, J. e MELLIN-OLSEN. St. (eds.). *Mathematical Knowledge: Its Growth Through Teaching*. Reidel, Dordrecht.

GÖDEL, K. (1944). "Russell's Mathematical Logic". In: SCHILPP, P. A. (ed.). *The Philosophy of Bertrand Russell.* Open Court, La Salle.

JAKOBSON, R. e HALLE, M. (1956). *Fundamentals of language*. Mouton, The Hague.

JESSEPH, D. M. (1993). *Berkeley's Philosophy of Mathemtics*. Chicago, The University of Chicago Press.

JAHNKE, H. N. (1992). "Beweisbare Widersprüche - Komplementarität in der Mathematik". In: FISCHER, E. P.; HERZKA, H. S. e REICH, K. H. (eds.). *Widersprüchliche Wirklichkeit*. München/ Zürich, Piper.

KUYK, W. (1977). *Complenentarity in Mathematics*. Dordrecht, Reidel.

LANGER, S. K. (1996). *Philosophy in a New Key*. Cambridge, Massachusetts, Harvard University Press,.

MacKAY, D. M. (1969). *Information, Mechanism and Meaning*. Cambridge, Mass., The MIT Press.

MINSKY, M. (1967). *Computation*. Prentice-Hall Englewood Cliffs.

OTTE, M. e STEINBRING, H. (1977). Probleme der Begriffsentwicklung – zum Stetigkeits-begriff, Didaktik der Mathematik.

OTTE, M.; KEITEL, Chr. e SEEGER, F. (1980). Text, Wissen, Tätigkeit Scriptor. Königstein/ Ts., 244 Seiten.

OTTE, M. (1983). Textual Strategies, FLM 3, 15-28.

_____ (1990). Arithmetics and Geometry - Some Remarks on the Concept of Complementarity. *Studies in Philosophy and Education*, n. 10, pp. 37-62.

_____ (1991). Style as a Historical Category. *Science in Context*, n. 4, pp. 233-264.

OTTE, M. (1994). "Intuition and Logic in Mathematics". In: ROBITAILLE, D. E.; WHEELER, D. H. e KIERAN, C. (eds.). *Selected Lectures from the 7th International Congress on Mathematical Education. Sainte-Foy.* Laval, Les Presses de l'Université.

OTTE, M. e PANZA, M. (1997). Mathematics as an Activity and the Analytic-Synthetic Distinction. In: *Analysis and Synthesis in Mathematics*. Netherlands, Kluwer Academic Publishers.

ROTA, G. C. et alii (1988). Syntax, Semantics and the Problem of the Identity of Mathematical Objects. *Philosophy of Science*, n. 55, pp. 376-386.

RUCKER, R. (1982). *Infinity and the Mind*. Birkhaeuser, Basel.

SAVAN, D. (1983). Toward a Refutation of Semiotic Idealism. *Semiotic Inquiry*, n. 3, pp. 1-8.

SEBEOK, T. (1995). "Indexicality". In: KETNER, K. L. (ed.). *Peirce and Contemporary Thought*. New York, Fordham University Press.

SFARD, A. (1991). On the Dual Nature of Mathematical Conceptions. *Educational Studies in Mathematics,* v. 22, pp. 1-36.

SKEMP, R. R. (1969). *The Phychology of Learning Mathematics*. London, Penguin Books.

TARASTI, E. (2000). *Existencial Semiotics*. Indiana, UP, Bloomington.

THARP, L. (1989). Myth and Mathematics: A conceptualistic philosophy of mathematics. Part I. *Synthese*, n. 81, pp.167-201.

TOWNSEND, D. J. e BEVER, Th. (2001). *Sentence Comprehension*. Cambridge, The MIT Press.

TUOMELA, R. (1983). *Theoretical Concepts*. Springer, Wien.

WIGNER, E. P. (1964). Symmetry and Conservation Laws. *Proceedings of the National Academy of Sciences.*

Recebido em maio/2000; aprovado em ago./2000