Sociedade Brasileira de Educação Matemática

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA em Revista
ISSN 2317-904X

Sobre a Inconsistência Lógica das Antinomias

Antinomies and the Impossibility of True or False

https://doi.org/10.37001/emr.v25i67.1747

Gisele de Lourdes Monteiro[1]

Fabiane Mondini[2]

Resumo
O texto apresenta um estudo histórico sobre os paradoxos do tipo antinomia. Como exemplo, apresentamos o "paradoxo do conjunto de todos os conjuntos" ou simplesmente "paradoxo de Russell". Trata-se de uma pesquisa qualitativa, de cunho exploratório, desenvolvida no âmbito da Educação Matemática, com o intuito de produzir conhecimento sobre esse tipo de asserção lógica, dada a complexidade que apresenta a mente humana, mediante a impossibilidade de compreensão de tais asserções como verdadeiras ou falsas. A intenção é contribuir com a comunidade acadêmica mediante a exposição de um texto que se propõe a expor uma síntese compreensiva sobre o assunto, vislumbrando contribuir com discussões sobre o tema.

Palavras-chave: Educação Matemática. História da Matemática. Antinomia. Paradoxo.

Abstract
The text presents a historical study on the paradoxes of the antinomy type. As an example, we present the "paradox of the set of all sets" or simply "Russell's paradox." It is a qualitative research of an exploratory nature, developed in the scope of Mathematical Education, with the intention to producing knowledge about this type of logical assertion, considering the complexity they present to the human mind, through the impossibility of understanding them as true or false. Our intention is to contribute with the academic community presenting a comprehensive synthesis on the subject, expecting to contribute with discussions about the theme.

Keywords: Mathematical Education. History of Mathematics. Antinomy. Paradox.

Introdução

O infinito causa perplexidade e instiga a imaginação humana desde os présocráticos, época que dá indícios do surgimento das primeiras preocupações com o tema. Desde sua

[1] Aluna do curso de mestrado em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista (UNESP), Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE), Câmpus de Rio Claro, São Paulo, Brasil. E-mail: giselemonteiro@icloud.com.

[2] Doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP), Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE), Câmpus de Rio Claro. Professora da Universidade Estadual (UNESP), Instituto de Ciência e Tecnologia (ICT), Câmpus de Sorocaba, São Paulo, Brasil. E-mail: fabiane.mondini@unesp.br

origem, o infinito é caracterizado como controverso e aguça nossa curiosidade. Atrelados à ideia de infinito, surgem na matemática os paradoxos.

A etimologia da palavra paradoxo é composta pelo prefixo grego “para” (contra) e pelo sufixo “doxa” (senso). Ou seja, um paradoxo é uma afirmação que expressa ou parece

expressar uma incoerência lógica, uma sequência de pensamentos que leva a um absurdo, uma ideia contrária ao senso comum.

De acordo com dicionário de Língua Portuguesa, temos a seguinte definição: “Paradoxo: 1 Opinião contrária à comum. 2 Afirmação, na mesma frase, de um conceito mediante aparentes contradições ou termos incompatíveis” (MICHAELIS, 2012). Segundo o Dicionário de Filosofia, paradoxo também pode ser definido como um sistema de crenças, contrárias à opinião da maioria ou contradições oriundas do uso do “procedimento reflexivo, na maioria das vezes chamadas de antinomias." (ABBAGNANO, 2007, p. 742, grifo nosso).

> Em Refutações sofísticas (cap. 12), considera a redução de um discurso a uma opinião paradoxal como o segundo fim da Sofística (o primeiro é a refutação, ou seja, provar a falsidade da asserção do adversário). Bernhard Bolzano intitulou Paradoxos do infinito (1851) o livro no qual introduziu o conceito de infinito como um tipo especial de grandeza, dotado de características próprias, e não mais como limite de uma série. [...]. No sentido religioso, chamou-se Paradoxo a afirmação dos direitos da fé e da verdade do seu conteúdo em oposição às exigências da razão (ABBAGNANO, 2007, p. 742).

Consoante o livro Compêndios de Matemática e Lógica Matemática, de autoria de Carlos Magno Corrêa Dias, a definição do termo

> é um argumento que produz uma conclusão surpreendente, à qual é contrária à nossa intuição. Os paradoxos podem ser classificados em Paradoxos Verídicos (aqueles que apresentam conclusões verdadeiras) e em Paradoxos Falsídicos (aqueles que apresentam conclusões falsas) (DIAS, 1999, p. 53).

Como podemos observar, o termo paradoxo possui diversos significados, sem que um contradiga o outro. Assumiremos, neste texto, a definição de paradoxo como uma acepção que designa uma proposição ou crença contrária ao senso comum e à intuição. Consideramos três principais acepções diferentes do termo:

a) Proposições aparentemente verdadeiras, no entanto, falsas (paradoxos falsídicos);
b) Afirmações impossíveis de ser classificadas como falsas ou verdadeiras (antinomias);
c) Proposições aparentemente falsas, no entanto, verdadeiras (paradoxos verídicos).

Os paradoxos foram de suma importância para o desenvolvimento da Matemática, pois na busca por soluções para o desamparo lógico que eles causavam é que se desenvolveu o rigor matemático, em especial na área da lógica. Os paradoxos sempre foram motivos de reflexão na Matemática.

Identificamos um paradoxo por meio da observação das características implícitas ou explícitas do argumento que leva a uma sanção aparentemente falsa ou inconsistente. Quando a afirmação é falsa ou incoerente, surge a necessidade de refutá-la (MONTEIRO; MONDINI, 2019, p. 32). Porém, nem sempre isto é imediato, haja vista que muitas vezes o argumento é aparentemente consistente. Por exemplo, a declaração "esta afirmação é falsa" é paradoxal, pois se a declaração for falsa, é verdadeira e se for verdadeira, é falsa. Afirmações deste tipo são controversas à ideia de que não há frases declarativas com valores diferentes de verdadeiro ou falso. Desta forma, percebe-se que nem sempre é simples verificar que um argumento, ou conjunto deles, ocasione paradoxos.

Sobre a pesquisa e seus procedimentos

O texto aqui apresentado é resultado de uma pesquisa qualitativa desenvolvida na abordagem de um estudo exploratório. Esse tipo de estudo tem como objetivo buscar informações sobre o assunto para que, dessa maneira, o tema se torne mais claro e, assim, possibilite construir interrogações mais relevantes para a condução da pesquisa.

Desse modo, explorar um tema sugere reunir mais informações e buscar aliar novas características ao conteúdo tema da pesquisa. O estudo exploratório é uma forma de se ter um primeiro contato no campo científico e se obter novas ideias de pesquisa, mais aprofundadas, sobre o tema de interesse (RAUPP, BEUREN, 2003, p. 80-81).

> Os estudos exploratórios permitem ao investigador aumentar sua experiência em torno de determinado problema. O pesquisador parte de uma hipótese e aprofunda seu estudo nos limites de uma realidade específica, buscando antecedentes, maior conhecimento, para, em seguida, planejar uma pesquisa descritiva ou do tipo experimental. Outras vezes, deseja delimitar ou manejar com maior segurança uma teoria cujo enunciado resulta demasiado amplo para os objetivos da pesquisa que tem em mente realizar. Pode ocorrer também que o investigador, baseado numa teoria, precise elaborar um instrumento, uma escala de opinião, por exemplo, que cogita num estudo descritivo que está planejando. Então, o pesquisador planeja um estudo exploratório para encontrar os elementos necessários que lhe permitam, em contato com determinada população, obter os resultados que deseja. Um estudo exploratório, por outro lado, pode servir para levantar possíveis problemas de pesquisa (TRIVIÑOS, 1987, p. 109).

O desenvolvimento de um estudo exploratório não elimina o rigor no tratamento científico que todo pesquisador tem na condução de seus trabalhos de pesquisa. Este tipo de estudo não dispensa a revisão da literatura, as entrevistas, questionário, entre outros; O estudo exploratório é conduzido dentro de um esquema elaborado com o rigor e a severidade característicos de uma pesquisa científica. Nosso objetivo é apresentar uma síntese compreensiva sobre os paradoxos do tipo antinomia, discutindo principalmente sobre aqueles elaborados por Bertrand Russell, dada sua importância para o desenvolvimento da teoria dos conjuntos e da matemática da atualidade.

Paradoxos de Russell: A inconsistência das antinomias

Bertrand Russell (1872 – 1970) elaborou um paradoxo (antinomia) que ficou conhecido como o "paradoxo do conjunto de todos os conjuntos" ou, simplesmente, "paradoxo de Russell", direcionando uma crítica à lógica de Frege a respeito da sua teoria de conjuntos. Essa crítica de Russell direcionada a Frege foi feita por carta no ano de 1902, no momento em que ele estava na iminência de publicar o segundo volume da sua obra, o qual visava a fundamentar toda a aritmética na teoria de conjuntos.

Frege reagiu à crítica com estas palavras:

> Não há nada mais calamitoso para um homem de ciência do que ver ruir fundamentos de seu trabalho, quando pensa ter acabado sua obra. Foi o que me aconteceu ao receber uma carta do senhor Bertrand Russell, no momento em que meu livro ia ser impresso (SCIENTIFIC AMERICAN BRASIL, apud DORTA, 2013, p. 32).

Grande parte da teoria de Frege foi desenvolvida com base no seguinte axioma: "dada qualquer propriedade, existe o conjunto de todas as coisas que têm esta propriedade" (BASSANI, 2007, p. 167) e, de acordo com Russell, esse axioma era um grande gerador de inconsistências. Por exemplo: considere que as propriedades "alunos desta sala" ou "professores do curso de Matemática" compõem um determinado conjunto de pessoas, cujos elementos obedecem a uma propriedade específica. De acordo com a teoria de Frege, isso acontece com quaisquer outras propriedades que se possa imaginar. De início, parece ser um axioma óbvio, mas, esse axioma pode levar a situações paradoxais na teoria de conjuntos e, por essa razão, deve ser banido da Matemática.

O paradoxo acontece, na teoria dos conjuntos, se aceitarmos o seguinte axioma: "existe um conjunto de todos os conjuntos que obedecem a uma determinada propriedade", e adotarmos como propriedade o que segue: "o conjunto de todos os conjuntos que não são elementos de si próprios”. Agora, assumindo o axioma, analisemos um conjunto que obedece à propriedade mencionada.

Portanto, seja R um conjunto definido pela propriedade anterior e expresso matematicamente da maneira que segue: $R = \{x|x \notin x\}$, isto é, se $x \in R \rightarrow x \notin x$; e, se $x \notin R \rightarrow x \in x$. Como x é uma variável qualquer podemos fazer, sem perda de generalidade, $x = R$ e assim, estarmos numa situação paradoxal de natureza lógica, ou seja, $R \in R \rightarrow R \notin R$; e, se $R \notin R \rightarrow R \in R$.

Esse paradoxo proposto por Russell foi, na verdade, uma tentativa de mostrar que a lógica de Frege não estava livre de inconsistências, e admitia situações do tipo afirmar e negar a mesma proposição simultaneamente. Dessa forma, Russell conclui que a teoria dos conjuntos não poderia assumir tal axioma, pois este era um gerador de paradoxo de natureza lógica. Aceitar uma lógica inconsistente implica aceitar inconsistências na própria Matemática, algo inaceitável para lógicos e matemáticos. Então, Frege admitiu que seu trabalho continha falhas, todavia, embora tenha se esforçado em busca de melhorias, não foi capaz de livrar sua obra de situações paradoxais. Foi o próprio Russell que apresentou uma proposta melhorada do trabalho de Frege[3].

É fundamental observar que o “paradoxo do conjunto de todos os conjuntos que não são elementos de si mesmos” foi mais que uma inconsistência lógica; Foi, sobretudo, um marco na História da Matemática, pois a repercussão causada por esse paradoxo teve impacto na teoria dos conjuntos infinitos de Cantor, acarretando uma crise nos fundamentos na matemática moderna. A contradição lógica que esse paradoxo criou foi responsável por deixar desamparada toda a teoria dos conjuntos de Cantor. Com isso, podemos dizer que Russell, com seu paradoxo, atacou a afirmação de Cantor referente à existência de um cardinal maior que todos os outros cardinais, ou seja, conclui-se então que não pode haver um cardinal maior que todos os outros cardinais.

Podemos perceber a expressividade desses paradoxos observando, a seguir, o grande número de trabalhos que buscaram formular um sistema axiomático livre das inconsistências existentes e de outras tantas que pudessem surgir, e com isso, sanar a crise gerada pelos paradoxos.

[3] Essa proposta se trata de um trabalho desenvolvido com a colaboração de Alfred North Whitehead (18611947), na qual Russell desenvolve a obra Principia Mathematica em três volumes, publicados respectivamente em 1910, 1912 e 1913. Assim, reformula e recupera o programa logicista de Frege baseando-se, para isso, no bloqueio dos círculos viciosos por meio da doutrina dos tipos lógicos. Resulta daí a denominada teoria dos tipos (PROBST, 2004, p. 8).

> Russell e Whitehead, com a publicação dos Principia Mathematica em 1910, 1912 e 1913 (Whitehead & Russell 1973), inauguram um novo período na história da lógica, solucionando o problema das antinomias semânticas e sintáticas (D'Ottaviano 1990). Introduzem a teoria ramificada de tipos, um sistema que incorpora o esquema de notação lógica de Peano (1894-1908) e estabelece uma hierarquia de tipos e coleções. A teoria dos conjuntos, nascente no começo do século XX, teve suporte para resistir à crise dos paradoxos. Dois sistemas de teoria de conjuntos evoluíram dos trabalhos de Zermelo (1908), Fraenkel (1922), Skolem (1923), von Neumann (1925-1929), Bernays (1937-1954) e Gödel (1940): a Teoria de Conjuntos de Zermelo-Fraenkel (Teoria ZF) e a Teoria de Conjuntos von Neumann-Bernays-Gödel (Teoria GBN). O Sistema NF de Quine e a Teoria Tarski-Morse-Kelley surgiram posteriormente. As teorias de conjuntos (Halmos 1970, Di Prisco 1997 e Hrbacek & Jech 1978) apresentam solução parcial para o problema dos paradoxos, eliminando os paradoxos sintáticos da Matemática, e constituem sistemas potentes para a fundamentação da Matemática (D'OTTAVIANO, FEITOSA, 2003, p. 9).

Para exemplificar citaremos o "paradoxo do barbeiro". Esse célebre paradoxo diz que: numa pequena cidade existia um único barbeiro, que, por ordens do prefeito, deveria barbear todos os homens que não barbeavam a si mesmos. A situação paradoxal surge quando chega a vez do barbeiro se barbear. Quem barbeia o barbeiro? Se ele barbeia a si mesmo, então está no grupo dos que barbeiam a si próprios e, portanto, não deveria se barbear (paradoxo). Agora, se ele não barbear a si mesmo, então pertence ao grupo dos que não barbeiam a si mesmo, e dessa forma, deveria se barbear (outra vez um paradoxo). Ou seja, qualquer que fosse a decisão do barbeiro, ele desobedeceria às ordens do prefeito, estando, assim, diante de um paradoxo (BASSANI, 2007, p. 171).

De acordo com o construtivismo,[4] esse tipo de paradoxo ocorre sempre que há um problema temporal inserido na classificação entre os elementos que compõem o conjunto, isto é, se um determinado grupo faz parte de um conjunto ou de outro. Essas interferências temporais aparecem quando fatos futuros intervêm nas classificações feitas no presente. Analisando a ordem imposta ao barbeiro, ela só poderia ser executada caso expressasse um limite temporal, ou seja, a ordem deveria exigir que uma classificação prévia fosse realizada, com o objetivo de excluir possíveis ambiguidades na execução.

Os construtivistas buscaram fundamentos para solidificar a Matemática na tentativa de superar os paradoxos e incoerências que ameaçavam ruir tal ciência no século XIX. Esses filósofos, em geral, concluíram que o infinito atual era um grande causador de paradoxos.

[4] "O construtivismo (Filosofia da Matemática também conhecida como antirrealismo) considera que um conjunto existe apenas quando todos os elementos puderem, de alguma forma, ser construídos" (BASSANI, 2007, p. 169).

"O problema de falta de limite temporal na verificação é justamente o problema que aparece quando for feita uma verificação (impossível) de conjuntos infinitos atuais" (BASSANI, 2007, p. 174).

Vejamos outra análise do paradoxo do barbeiro:

> É óbvio que desta forma um homem está sendo classificado como aquele que se barbeia a si mesmo se em qualquer tempo, seja no passado ou no futuro, ele se barbeia a si mesmo. Mas o futuro é impredicativo, e se deve reconhecer que nossas operações não devem envolver predições sobre o futuro. É suficientemente evidente, entretanto, que a ordem não é propriamente executada, porque envolve uma situação operacionalmente indeterminada, e devemos estar preparados para o paradoxo (BRIDGMAN, 1934 apud BASSANI, 2007, p.172).

Se o limite temporal fosse imposto, o barbeiro saberia exatamente a qual dos dois grupos pertenceria: àquele cujos homens barbeiam a si próprios, caso possuísse esta propriedade; ou àquele cuja barba não era feita por si mesmo, se fosse este o caso. Tal paradoxo aparece porque a classificação no presente permite, ainda na metade, uma nova situação futura: a classificação do próprio barbeiro, que interfere na circunstância presente, não permitindo uma classificação atual, isto é, uma situação do futuro interferindo na classificação do presente.

Uma maneira alternativa e mais filosófica de solucionar o dilema do barbeiro, seria considerar que, obedecendo às imposições do paradoxo, o barbeiro não poderia existir, pois aceitar a existência do barbeiro, nas circunstâncias impostas pelo paradoxo, seria equivalente a aceitar que um indivíduo pode ter, concomitantemente, mais de x metros de altura e menos de x metros de altura. Tal afirmação é, evidentemente, uma calúnia, porque um indivíduo com tal característica não pode existir. Isto é, um barbeiro que não barbeia a si mesmo e que faz a barba de todos os homens de uma determinada cidade, mas nunca faz a barba de qualquer um que barbeia a si próprio, obviamente não pode existir, pois há uma contradição: e o barbeiro, a que conjunto pertence?

As duas classificações possíveis, a recordar: o barbeiro faz a própria barba; e o barbeiro não faz a própria barba, como visto anteriormente, implicam contradição. Dessa forma, análogo ao exemplo das alturas, um barbeiro assim não pode existir.

Ernst Zermelo (1871 – 1953) foi um matemático bem-sucedido na criação de axiomas consistentes para a teoria dos conjuntos. Em suas observações acerca dos paradoxos envolvendo conjuntos infinitos, nomeadamente o paradoxo de Russell e o paradoxo de

Cantor[5], Zermelo destacou que dois fatores não podiam coexistir, a saber: a definição livre de conjunto, como, por exemplo, conjunto universal; e a utilização de propriedade dos elementos de um conjunto para caracterizá-lo.

Como o último fator é muito natural, não há razões para descartá-lo. Dessa forma, Zermelo teve que optar pela impossibilidade de se considerar a definição de conjunto irrestritamente, notadamente no caso "do conjunto de todos os conjuntos", ou ainda o "conjunto de todos os conjuntos que não pertencem a si mesmos". Zermelo percebeu a possibilidade de criar novos conjuntos infinitos sempre a partir de outro infinito já existente. Exemplificando, a partir do conjunto dos naturais N, podemos tomar dois pares (a, b), $b \neq 0$ e, a partir deles, obter os racionais Q. A partir dos racionais, construímos os reais R e dos reais obtemos os complexos I (ÁVILA, 2000, p. 10).

Considerações Finais

Nossa proposta com a escrita desse texto é de promover discussões acerca do infinito, por meio do estudo dos paradoxos do tipo antinomia, afirmações que não podem ser consideradas nem verdadeiras, nem falsas, e que são muito importantes para a matemática, haja vista seu destaque na teoria dos conjuntos.

As antinomias são afirmações que apresentam contradições ou discrepâncias entre teorias de qualquer natureza, o que, consequentemente, impõe ao leitor uma dificuldade de interpretação. No âmbito da Ciência Matemática, as antinomias se destacam dos demais paradoxos pela impossibilidade de suas premissas e conclusões serem classificadas como verdadeiras ou falsas. Esse é o tipo de paradoxos que sustenta a impossibilidade de se considerar o conjunto de todos os conjuntos, por exemplo, quando nos referimos aos conjuntos infinitos, ou, ainda, à impossibilidade de enumerar elementos de distintos conjuntos infinitos.

As antinomias são fonte de atividades recreativas, com as quais os matemáticos, os lógicos, os filósofos e principalmente os professores de matemática podem se desafiar. Para

[5] Um dos paradoxos mais antigos da teoria dos conjuntos, indicado pelo próprio Cantor. De acordo com a definição de conjunto de Cantor, existe um conjunto U de todos os conjuntos, que seria o universal. Portanto, teria o maior cardinal, já que U é a reunião de todos os conjuntos. Sabe-se, ainda, que ele deveria estar contido em si próprio, pois é conjunto de todos os conjuntos, inclusive de si próprio. Todavia, quando consideramos o conjunto P(U) (conjunto das partes de U), concluímos, pela definição, que $P(U) > U$, o que contradiz a hipótese de existir um conjunto de todos os conjuntos (ÁVILA, 2000, p. 8).

os professores especificamente, as discussões sobre Lógica e Matemática trazem ao contexto escolar uma Matemática como ela é, construída a partir de erros, inseguranças, dúvidas e contradições, que depois de muito esforço são superadas, gerando outras dúvidas e reiniciando o movimento de investigação.

> A Ciência pode ser encarada sob dois aspectos diferentes. Ou se olha para ela tal como vem exposta nos livros de ensino, como coisa criada, e o aspecto é o de um todo harmonioso, onde os capítulos se encadeiam em ordem, sem contradições. Ou se procura acompanhá-la no seu desenvolvimento progressivo, assistir à maneira como foi sendo elaborada, e o aspecto é totalmente diferente – descobrem-se hesitações, dúvidas, contradições que só um longo trabalho de reflexão e apuramento consegue eliminar, para que logo surjam outras hesitações, outras dúvidas, outras contradições (CARAÇA, 1933, p.14).

Nesse sentido, como nos alertou Granger (1994), diante da Ciência assumimos uma postura de admiração, mas também de desconfiança. No contexto da Educação Matemática, isso significa aceitar a legitimidade desse conhecimento como ele é: falível e significativo.

Referências

ABBAGNANO, N. Dicionário de filosofia. 2. Tradução de Alfredo Bosi e Ivone Castilho Benedetti. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

ÁVILA, G. Cantor e a teoria dos conjuntos. Revista do Professor de Matemática, São Paulo, v. 43. 2000. p. 6-14. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/veiculos_de_comunicacao/RPM/RPM43/RPM43_02.PDF. Acesso em dezembro de 2019.

BASSANI, D. A. Uma análise construtiva de alguns paradoxos. Tempo da Ciência, Toledo, v. 14, n. 28. 2007. p. 165-177. Disponível em: http://erevista.unioeste.br/index.php/tempodaciencia/article/view/1530. Acesso em dezembro de 2019.

CARAÇA, B. J. A Cultura Integral do Indivíduo - Edição da comissão pró-associação dos estudantes do ensino liceal de Lisboa, Fundação Mário Soares / DBC - Documentos Bento de Jesus Caraça, 1933. Disponível em: http://hdl.handle.net/11002/fms_dc_54118. Acesso em dezembro de 2019.

DIAS, C. M. C. Compêndios de matemática e de lógica matemática: uma abordagem extemporânea. 2. ed. Curitiba: C. M. Corrêa Dias. 1999.

DORTA, F. Os paradoxos e as aulas de matemática: algumas reflexões e sugestões. 2013. 162 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade de Londrina, Londrina. 2013

D’OTTANVIANO, I. M. L.; FEITOSA, H. de A. Sobre a história da lógica, a lógica clássica e o surgimento das lógicas não-clásicas. In: Seminário Nacional de História da Matemática, Rio Claro. Anais... Rio Claro: UNESP, 2003. p. 1 – 34.

GRANGER, G.G. A Ciência e as ciências. Tradução de Roberto Leal Ferreira. São Paulo, Ed. UNESP, 1994.

MICHAELIS, J. D. Moderno dicionário da língua portuguesa. São Paulo: Melhoramentos. 2012.

MONTEIRO, G. L.; MONDINI, F. Paradoxos falsídicos: os primeiros enfrentamentos do conceito de infinito no contexto da ciência matemática. Actio: docência em ciências. v.4, n. 2, 2019. p. 30-47. Disponível em : https://periodicos.utfpr.edu.br/actio/article/view/9400/6354. Acesso em dezembro de 2019.

PROBST, C. M. Aspectos dos fundamentos de matemática. 2004. 25 f. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) – Centro de Ciências Físicas e Matemáticas, Universidade Federal de Santa Catarina. 2004.

RAUPP, F. M.; BEUREN, I. M. Metodologia da pesquisa aplicável às Ciências Sociais. In: Beuren, I. M. Como elaborar trabalhos monográficos em contabilidade: teoria e prática. São Paulo: Atlas. 2003.

TRIVIÑOS, A. N. S. Introdução à pesquisa em Ciências Sociais: a pesquisa qualitativa em educação. São Paulo: Atlas. 1987.

Recebido em: 23 de janeiro de 2019.

Aprovado em: 11 de dezembro de 2019.