



Modelagem Matemática em Sala de Aula: uma primeira experiência nos anos finais do Ensino Fundamental

Mathematical modeling in the classroom: a first experience at Elementary School

<https://doi.org/10.37001/emr.v25i67.1761>

Fernando Francisco Pereira¹

Jader Otavio Dalto²

Karina Alessandra Pessoa da Silva³

Resumo

Neste artigo relatamos e analisamos uma primeira experiência, tanto do professor quanto dos alunos, com a Modelagem Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental, especificamente em um 6º ano. No decorrer da experiência surge a necessidade de investigar como se configuram atividades de Modelagem nesse ambiente de ensino. Uma revisão de literatura e uma análise das ações orientadas pelo professor e desenvolvidas pelos alunos deram subsídios para entendermos que, diante das primeiras experiências, a proposta de Modelagem Matemática configurou-se inicialmente como uma ação investigativa que parte do professor na busca por compreender suas limitações e o contexto dos alunos para então pautar as ações em suas experiências e, assim, fazer adaptações frente a esse contexto, de modo a instigar a familiarização dos alunos a partir da criticidade e da reflexão de suas escolhas, ações e reflexões. Para subsidiar a análise da experiência, utilizou-se dos registros escritos dos alunos a questionamentos utilizados pelo professor no desenvolvimento da atividade.

Palavras-chave: Educação Matemática. Modelagem Matemática. Ensino Fundamental. Experiências.

Abstract

In this paper we report and analyze a first experience, both teacher and students, with Mathematical Modeling in the final years of Elementary School, specifically in a 6th year. In the course of the experiment, it was necessary to investigate how Modeling activities are configured in this teaching environment. A review of the literature and an analysis of the actions developed by the students gave subsidies to understand that, in the face of the first experiences, the proposal of Mathematical Modeling was initially configured as a research action that starts from the teacher in the quest to understand its limitations and the context of the students to then to guide the actions in their experiences and thus to make adaptations in this context, in order to encourage the familiarization of the students from the criticality and reflection of their choices and actions. In the analysis of the experience were used the answers of the students in questions made by the teacher in the development of the activity.

Keywords: Mathematics Education. Mathematical Modeling. Elementary School. Experiences.

¹ Mestre em Ensino de Matemática; Universidade Tecnológica Federal do Paraná/UTFPR, Londrina, Paraná, Brasil, fernandoutfcp@gmail.com.

² Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Departamento Acadêmico de Matemática – Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Câmpus Cornélio Procópio – jaderdalto@utfpr.edu.br. ³ Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Departamento Acadêmico de Matemática – Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Câmpus Londrina – karinapessoa@gmail.com.

Introdução

Formar professores não é uma tarefa fácil. Seja qual for a área, campo ou domínio do conhecimento, a formação de professores é um processo que está intrinsecamente relacionado às condições históricas, culturais e sociais impostas cotidianamente pelos sistemas educacionais, que, por si só, são delicados e anseiam mudanças. Este cenário é o pano de fundo para a condução de diversos estudos no âmbito da Educação Matemática. É no cerne da Educação Matemática que a Modelagem Matemática (MM), transpassando os campos da Matemática Pura e Aplicada, dá vistas a uma possibilidade de levá-la para a sala de aula com a concepção de educar matematicamente os alunos (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2013).

Seja no título ou no corpo do texto, a palavra experiência vem e segue sendo empregada ao longo da escrita sem que se tenha revelado entendimentos do que vem a ser o emprego dessa expressão nesse contexto. Em Bondía (2012), a experiência é referida ao que nos acontece. Assim, duas pessoas, ainda que enfrentem o mesmo acontecimento, não fazem a mesma experiência, pois ela é singular de cada sujeito. Esse sujeito, tocante da experiência, põe-se à prova, assume-se viajante por um caminho indeterminado e perigoso. No seu findar, o sujeito da experiência se deixa tocar e se transforma. Portanto, apoderar-se-á desse contexto para posicionar o que se trata a experiência e sujeito da experiência. Diante da experiência todos são inexperientes, seja aquele professor com anos de docência ou aquele que se inicia a pouco no ofício. Como visto, a experiência reside em permitir-se e expor-se a uma passagem, então a todos aqueles professores que estejam dispostos a sair de sua zona de conforto e queiram familiarizar-se com atividades de MM, tornar-se-á sujeito da experiência e um possível participante da experiência de seus alunos (BONDÍA, 2002).

Levando em consideração o contexto supracitado, o primeiro autor deste artigo sentiu-se mobilizado a mudar sua prática, vivenciar a MM em suas aulas e assim, com seus alunos, tornar-se também um sujeito da experiência, saindo de sua zona de conforto. Essa mobilização ocorreu no curso de formação continuada em nível de mestrado no qual o convite a experienciar essa tendência metodológica com os alunos dos Anos Finais do Ensino Fundamental foi aceito. Na busca por pesquisas e relatos de experiências que abordassem esse nível de escolaridade frente à Modelagem, notou-se uma carência em estudos e pesquisas relatados na literatura. Para além de realizar uma experiência, sentimos a

necessidade de investigar a seguinte questão: como se configura a Modelagem Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental quando esta é experienciada pela primeira vez pelo docente e seus alunos?

Para fundamentar e nortear a busca por uma reflexão para a questão apresentada, foi feita inicialmente uma revisão bibliográfica, tomando como campo de pesquisa anais de eventos científicos nacionais e regionais, além de teses e dissertações que abordassem atividades de modelagem nos Anos Finais do Ensino Fundamental.

A Modelagem Matemática na Educação Matemática: um pouco mais do muito

A MM na Educação Matemática assume diversas concepções. Tais concepções diversificam-se de acordo com os estudos de vários pesquisadores. Substancialmente, diversas pesquisas, em seu corpo teórico, partilham essas concepções da MM na Educação Matemática. Ao trazer para a discussão algumas dessas pesquisas, assume-se estar abarcando um pouco mais do muito que já foi e tem sido apresentado acerca da temática; no entanto, tal abordagem se faz necessária para pontuar o estudo aqui descrito que revela a carência da abordagem direcionada aos Anos Finais do Ensino Fundamental.

A pontuar, recentemente, Santos e Teixeira (2018) lançam os resultados de uma pesquisa cujo objetivo foi apresentar uma proposta para a condução de uma atividade de MM que encorajasse “os professores a se sentirem mais seguros na condução de aulas com essa abordagem, a iniciar um processo de familiarização de seus alunos com esse tipo de atividade e, com isso, torná-la uma prática mais frequente no cotidiano escolar” (SANTOS; TEIXEIRA, 2018, 146).

Convergindo para a pesquisa de Santos e Teixeira (2018), identificamos dois pontos em que apresentamos um pouco mais do que já foi proposto. O primeiro refere-se à insegurança dos professores na orientação de aulas com a MM. Barbosa (2001a, 2001b) já se ocupava em dizer que os professores muitas vezes se faziam desmotivados, despreparados, em implementar essa abordagem em sala de aula movidos pela insegurança em orientar aulas que podem fugir de seus domínios. Para Barbosa (2001b, p. 53), “Talvez os professores identifiquem a ausência de saberes da prática de Modelagem em sala de aula, sem os quais torna-se difícil ‘pro-jetar’ e implementar as atividades na sala de aula”. Porém “a reflexão sobre essas vivências possibilita aos professores a geração de conhecimentos que possam subsidiar suas práticas pedagógicas com Modelagem” (BARBOSA, 2001a, p. 9).

Contribuições atuais como as de Almeida, Silva e Vertuan (2012) e Meyer, Caldeira e Malheiros (2013), distanciam-se uma década das postas por Barbosa (2001a, 2001b); no entanto, convergem em considerações e apontamentos. Segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 24), “[...] muitos professores ainda se mantêm numa ‘zona de conforto’, preferindo situações em que quase tudo é conhecido ou previsível [...] migrar para situações que integra na sala de aula atividades investigativas como a MM, requer entrar numa aparente ‘zona de risco’”. Para Meyer, Caldeira e Malheiros (2013), na Modelagem, não se tem um guia ou apoio do livro didático, caminha-se fora de um planejamento enraizado em moldes tradicionais; os professores se sentem desestabilizados, inseguros para seguir na MM. Há uma pressão múltipla, no entanto, unilateral do sistema educacional e de toda a comunidade escolar em se cumprir o currículo: conteúdos e prazos.

Os apontamentos feitos por Barbosa (2001a, 2001b), Almeida, Silva e Vertuan (2012) e Meyer, Caldeira e Malheiros (2013) estabelecem relação com os resultados, ainda atuais, divulgados por Ceolim e Caldeira (2015) ao proporem investigar e analisar os obstáculos que impedem os professores de abordar a MM na sala de aula da Educação. Os pesquisadores constataram que justificativas para o afastamento da MM das práticas, residem na: formação insuficiente quanto a essa abordagem; dificuldades em aplicá-la devido à postura tradicional e conservadora do sistema escolar e; dificuldades em envolver os estudantes num ambiente de MM³ (CEOLIM; CALDEIRA, 2015).

Quanto ao segundo ponto a destacar no objetivo da pesquisa de Santos e Teixeira (2018), ao que se refere à familiarização dos alunos com atividades de MM e torná-la frequente no ambiente escolar, destacamos a pesquisa de Silva, Almeida e Gerôlomo (2011), cujo foco foi a familiarização dos alunos de forma gradativa com atividades de MM. Para tal familiarização, as pesquisadoras adotaram a implementação de atividades de modelagem em três momentos, os quais gradualmente inseriam os alunos no contexto da MM. Ao apresentarem a expressão familiarização, as pesquisadoras atentam para a experiência como antecipação para tal. Para Bondía (2002) “é incapaz de experiência aquele [...] a quem nada lhe acontece, a quem nada o toca, nada o afeta, a quem nada ocorre”. A singularidade da experiência encontra-se na decisão do sujeito de se expor, assim é necessário que os professores apenas guiem os alunos, possibilitando-lhes a experiência e no caso da MM

³ Esse contexto será abordado um pouco mais por nós ao mostrarmos um campo da Educação Básica amplo de divulgação, mas pouco explorado pela Modelagem Matemática.

poder-se-á traduzir na expressão “colocarem a mão na massa” (SILVA; ALMEIDA; GERÔLOMO, 2011, p. 30).

Modelagem Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental: construindo o cenário da nossa investigação

No início do século XXI, Barbosa (2001b, p. 27) aponta que uma das atividades postas em discussão pela comunidade de investigadores “foi, sem dúvida, refletir sobre a prática de Modelagem Matemática nos contextos escolares”. As organizações de eventos científicos sentiram a necessidade de pautar-se em promover discussões que se aproximassem da realidade de suas regiões, estreitando as reflexões acerca das particularidades dos alunos e professores que as permeiam. Nesse sentido, optou-se em sustentar os apontamentos a partir das investigações nos anais do Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática – EPMEM – que, por questões regionais, traz para perto da realidade do estado o debate acerca da Modelagem na Educação Matemática, e na Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática – CNMEM –, atentando para o caráter nacional das investigações na temática.

Com o olhar para os últimos cinco anos, procuramos nos anais do VII EPMEM (2016) por trabalhos que apresentassem experiências de Modelagem Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental, constatando apenas 7 num total de 35 Relatos de Experiência. Na X CNMEM (2017), num total de 103 Relatos de Experiência e Comunicações Científicas, foram encontrados 9 trabalhos com foco nos Anos Finais. Findando ir além do âmbito dos eventos, buscamos junto ao Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES pesquisas dos últimos 7 anos (2010 - 2017) que versassem sobre o campo que anteriormente limitamos. Como resultado, num primeiro momento, obtivemos um total de 180 pesquisas entre teses e dissertações realizadas por 60 instituições; ao efetuar uma leitura minuciosa, das 180 pesquisas iniciais apenas 44 se encaixavam dentro das especificidades previamente delimitadas.

Esse interesse em relatar o quantitativo de pesquisas tem como objetivo mostrar que, embora seja vasto o campo para estudo e divulgação de pesquisas com foco na Modelagem e o ensino; quando voltamos os olhos para as experiências nos Anos Finais do Ensino Fundamental evidenciamos que esse número não é tão expressivo nesse nível de escolaridade.

Ao analisar as publicações na X CNMEM destacamos as considerações feitas por Concentino, Ferruzzi e Silva (2017) diante do primeiro contado da primeira autora como professora no Ensino Fundamental utilizando a MM em sala. Para ela, a experiência foi encorajadora, mas não satisfatória, pois encontrou dificuldades relacionadas a turmas numerosas. A dificuldade em atender a todos os alunos, segundo as autoras, limitou-os “por serem dependentes do professor, que apresenta o processo mecânico nas aulas tradicionais” (CONCENTINO; FERRUZZI; SILVA, 2017). Para elas, surtirão resultados satisfatórios quando a atividade surgir em conjunto com outras situações de forma gradativa, familiarizando os alunos com a MM e os alunos dispostos em grupos, promovem discussões e reflexões (CONCENTINO; FERRUZZI; SILVA, 2017).

Atentando para as publicações do VII EPMEM, destacamos a pesquisa de Langwinski (2016) que relata dificuldades quanto à desmotivação dos alunos e a pouca formação do professor em MM. Para Langwinski (2016), não basta dispor ao professor atividades de MM, e sim o incentivo a criação e participação de grupos de formação. Os professores se sentem encorajados a sair de suas rotinas tradicionais a partir do momento em que a atividade de MM passa a fazer sentido para eles como uma ação reflexiva e significativa por parte dos alunos (LANGWINSKI, 2018).

Ambos os relatos, apresentam dificuldades que convergem para as considerações de Ceolim e Caldeira (2015) quanto ao motivar o primeiro contato com a MM na Educação Básica, em especial, nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Suas ressalvas apontam para a falta de ligação entre as abordagens feitas durante a graduação com os conteúdos da Educação Básica. Para os professores, as atividades de MM desenvolvidas durante sua formação relacionavam conteúdos de nível superior, distantes das possibilidades em que se encontra agora como professores. Quanto ao sistema escolar, os pesquisadores atentam para a falta de flexibilidade das escolas, cuja postura tradicional e conservadora acaba por envolver professores e alunos (CEOLIM; CALDEIRA, 2015).

O apresentar desse contexto objetivou revelar o amplo espaço de propagação de informações e pesquisas em confronto com os estudos que tiveram em seu cerne a Modelagem Matemática e os Anos Finais do Ensino Fundamental, seja com experiências relacionadas ao primeiro contato dos alunos ou do professor com a MM.

Descrição da atividade desenvolvida

A atividade de MM que investigamos foi desenvolvida na rede pública de ensino na região metropolitana de Londrina, no Paraná, em uma sala de apoio à aprendizagem de Matemática com 9 alunos de 6º ano, com idades entre 11 e 12 anos. A turma foi cedida pela professora regente e com ela foi acertado o conteúdo e participação na motivação e orientação dos alunos.

Concordando com os estudos de Barbosa (2001a, 2001b), Almeida, Silva e Vertuan (2012) e Meyer, Caldeira e Malheiros (2013), foi necessário seguir contra algumas das constatações por eles apresentadas. Assim, o primeiro autor e pesquisador, se sentiu encorajado a sair de sua zona de conforto para adentrar numa primeira experiência com a MM, o que posteriormente constata-se que também foi a dos alunos. Além de conceber que em MM parte-se de uma situação inicial (problemática) e chega-se a uma situação final que consiste na solução do problema, perpassando por abordagens matemáticas cujo conteúdo pode não ser conhecido de antemão, internalizou-se a intenção de discutir aspectos relacionados às medidas de comprimento, pois assim estaria sendo evidenciado que uma atividade de MM pode sim estar em consonância com um currículo pré-definido pelo sistema escolar.

Com vista a iniciar o desenvolvimento da atividade, o professor sugeriu a leitura de um texto contextualizando a requisição e surgimento das unidades de medida de comprimento e seus instrumentos, conforme Quadro 1.

Quadro 1 - Contextualização e convite para investigação da situações-problema

Em diversas situações comuns no dia a dia, é necessário “medir”. Seja dinheiro, temperatura, peso, tempo ou distância, o ser humano está em constante contato com as unidades de medidas e instrumentos capazes de auxiliá-los nessas medições. Podemos citar várias unidades de medidas bem como os instrumentos que permitem suas medições, porém, imaginem um tempo onde esses padrões de medidas não existissem, ou, uma situação onde não se tivesse em mãos, instrumentos capazes de auxiliar nas medições. É nesse instante que surgem a necessidade de se criar unidades próprias de medida bem como instrumentos capazes de medi-las.
Pois bem, se quiséssemos medir uma determinada distância sem termos algum instrumento que permitisse a medição, como faríamos para medi-lo?

Fonte: Arquivo dos autores (2018)

O encaminhamento da atividade de modelagem com os alunos seguiu os apontamentos destacados por Meyer, Caldeira e Malheiros (2013, p. 28): “1) determinar a situação; 2) simplificar as hipóteses dessa situação; 3) resolver o problema matemático; 4) validar as soluções matemáticas de acordo com a questão real e, finalmente, 5) definir a tomada de decisão com base nos resultados”. Para Almeida, Silva e Vertuan (2012) partindo

de uma situação inicial (problemática) algumas estratégias de ações são requeridas dos sujeitos envolvidos objetivando a conversão para uma situação final, a solução. Elas são: inteiração, matematização, resolução, interpretação de resultados e validação. Neste sentido, retomando a questão de investigação, cujo cerne é compreender como se configura a Modelagem Matemática nesse nível de ensino quando esta é experienciada pela primeira vez pelo docente e seus alunos, procuramos no questionário, procuramos no questionário, realizar uma transposição da linguagem tradicional empregada em atividades de Modelagem com o intuito de tornar a leitura e interpretação da situação acessível para os alunos e o professor. Por meio de indagações, buscou-se aproximar de modo elementar a ação por trás de cada uma das estratégias. Essas indagações resumem-se a: Qual problema escolhemos investigar? Quais fatores (elementos) utilizamos? Quais dados coletamos, e como solucionamos nosso problema? Quando utilizamos um instrumento de medida, o que observamos?

Para o desenvolvimento da atividade, os alunos foram organizados em 3 grupos com 3 integrantes cada, nomeados por Grupo 1, Grupo 2 e Grupo 3. A atividade foi desenvolvida em 3 horas/aula e contou com um questionário norteador, o qual possibilitou o registro escrito dos grupos bem como suas opiniões, fonte principal de coleta dos dados para a condução da análise. A metodologia de pesquisa segue a tendência qualitativa de cunho interpretativo como proposto por Bogdan e Biklen (1994).

Análise da atividade desenvolvida

Num primeiro momento, dentro da sala de aula, os grupos tiveram contato com as duas indagações: Qual problema escolhemos investigar? Quais fatores (elementos) utilizamos? Essas indagações tratam-se de: 1) determinar a situação; 2) simplificar as hipóteses dessa situação. As Figuras 1, 2 e 3 exemplificam as ações tomadas pelos grupos.

Figura 1 - Registro do Grupo 1 acerca da primeira ação da atividade.	Figura 2 - Registro do Grupo 2 acerca da primeira ação da atividade.	Figura 3 - Registro do Grupo 3 acerca da primeira ação da atividade.
<p>O problema que escolhemos investigar: <i>do portão de o secretário</i></p> <p>Quais fatores (elementos) utilizamos: <i>pé, balcão, distância</i></p>	<p>O problema que escolhemos investigar: <i>a distância da sala até o muro.</i></p> <p>Quais fatores (elementos) utilizamos: <i>Os barros e a distância.</i></p>	<p>O problema que escolhemos investigar: <i>a distância da escola ao muro</i></p> <p>Quais fatores (elementos) utilizamos: <i>palmo e distância</i></p>
O problema que escolhemos	O problema que escolhemos	O problema que escolhemos

investigar: do portão até a muro.	investigar: a distância da sala até o muro.	investigar: a distância da árvore secreta. o muro.
Quais fatores (elementos) utilizados: os pés, palma, distância	Quais fatores (elementos) utilizados: os passos e a distância	Quais fatores (elementos) utilizados: os pés, palma, distância.
Fonte: Arquivo dos autores (2018)	Fonte: Arquivo dos autores (2018)	Fonte: Arquivo dos autores (2018)

Nesse primeiro momento, nota-se que cada grupo procurou destacar uma situação problema diferente do outro. Além de situações distintas, os grupos procuraram não destacar os mesmos elementos, que aqui concebe-se como variáveis. Definidas as variáveis – pés, palmas e passos –, os grupos efetuaram as medições (utilizando uma trena) para registro conforme destacado na Figura 4.

Figura 4 - Grupos efetuando as medições para registro.



Fonte: Arquivo dos Autores (2018)

Procurou-se acatar as considerações apresentadas por Concentino, Ferruzzi e Silva (2017), dispendo os alunos em grupos, incentivou-se a discussão entre os elementos de modo a refletirem e concluírem quais seriam as variáveis mais propícias ao que almejavam investigar. Esse momento de reflexão foi crucial frente ao problema que tinham em mãos, pois a partir de discussões entre os grupos, foi possível concluir que algumas variáveis por eles escolhidas não seriam viáveis diante do problema proposto a investigar, a citar o grupo 2 que concluiu o uso dos passos como melhor opção para medir a distância da sala até o muro, considerada relativamente grande. Na visão do professor, esse momento caracterizaria o divisor de águas acerca da orientação da atividade. A definição das variáveis poderia comprometer o encaminhamento da atividade quando fossem realizadas as coletas de dados em um ambiente externo, facilitando ou dificultando o momento de matematização. Mesmo reunidos, e realizadas as discussões, o grupo 1, para medir uma distância também relativamente grande utilizou-se dos pés e dos palmas. Durante a ação que consideramos ser o “colocar a mão na massa” segundo Silva, Almeida e Gerólomo (2011, p. 30), os alunos fizeram alguns apontamentos quanto às escolhas tanto das variáveis quando do problema a

ser investigado, em virtude de distâncias consideradas grandes de serem medidas com aquelas opções (palmos e pés).

Num segundo momento, fora da sala de aula, os alunos foram levados a buscar subsídios que permitissem responder à terceira indagação: Quais dados coletamos, e como solucionamos nosso problema? Essa indagação reforça a ação de: 2) simplificar as hipóteses dessa situação e; 3) resolver o problema matemático. Essa indagação requisitava dos grupos a resolução da situação-problema sendo necessária, para isso, a coleta dos dados nas unidades de medidas por eles definidas anteriormente, como fica exemplificado na Figura 5.

Figura 5 - Grupos utilizando os pés como forma de coletar os dados.



Fonte: Arquivo dos Autores (2018)

Nesse momento, diante dos dados coletados, os alunos e o professor se viram numa situação atípica: como de fato resolver um problema tendo pés, palmos e passos como unidades de medida? O professor, ao trabalhar com unidades de medidas diferentes das convencionais, adentrou numa “zona de risco” a qual trouxe à tona deficiências pontuais de sua formação acerca da abordagem desses dados cotidianos, mas pouco explorados em contexto de sala de aula. A ação dos alunos diante desse contexto, na Modelagem Matemática, é chamada de matematização. Frente aos dados empíricos coletados, os alunos são orientados à etapa mais complexa e desafiante na qual se dá a tradução da situação-problema, em linguagem natural, para a linguagem matemática (BIEMBENGUT, HEIN, 2005; ALMEIDA, SILVA, VERTUAN, 2012), como revelam as Figuras 6, 7 e 8.

Figura 6 - Tradução e resolução da situação-problema feita pelo grupo 1.

<p>Quais dados coletamos, e como solucionamos nosso problema: <i>Coletamos</i></p> <p><i>63 pés e um palmo</i> <i>pé igual a 24 cm</i> <i>palmo igual a 18 cm</i></p> $\begin{array}{r} 1 \\ 64 \\ 24 \\ \hline 356 \\ 128 \\ \hline 7536 \\ + 0018 \\ \hline 7552 \end{array}$ <p><i>do portão até a secretaria e de 7.552</i></p>	<p>Quais dados coletamos, e como solucionamos nosso problema?</p> <p>63 pés e um palmo. Pé igual a 24 cm. Palmo igual a 18 cm.</p> <p>Do portão até a secretaria é de 1,552.</p> $\begin{array}{r} 1 \\ 64 \\ 24 \\ \hline 356 \\ 128 \\ \hline 7536 \\ + 0018 \\ \hline 7552 \end{array}$
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fonte: Arquivo dos Autores (2018)

No tocante que envolve a tradução para a linguagem Matemática e, consequentemente, os cálculos, nota-se, na Figura 6, que o grupo 1 compreende tanto o algoritmo da multiplicação quanto o da adição, sendo possível observar (Figura 6) que os mesmos completam com o algarismo 0 os valores da centena e da unidade de milhar no algoritmo. No entanto, o grupo não efetua corretamente a adição $1536 + 18$ o que ocasiona um valor diferente do esperado com os dados.

Figura 7 - Tradução e resolução da situação-problema feita pelo grupo 2.

<p>Quais dados coletamos, e como solucionamos nosso problema:</p> <p><i>Coletamos 20 passos</i> <i>passos 35 centímetros</i></p> $\begin{array}{r} 1 \\ 35 \\ \times 20 \\ \hline 700 \end{array}$ <p><i>R: A distância da Sala até o muro é 7 metros.</i></p>	<p>Quais dados coletamos, e como solucionamos nosso problema?</p> <p>Coletamos 20 passos. Passos 35 centímetros.</p> $\begin{array}{r} 1 \\ 35 \\ \times 20 \\ \hline 700 \end{array}$ <p>R: A distância da sala até o muro é 7 metros.</p>
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fonte: Arquivo dos Autores (2018)

No mesmo sentido, quando atentado para a produção do grupo 2, Figura 7, nota-se que os mesmos operam o algoritmo da multiplicação, e mostram conhecimento acerca da conversão de unidades de medida de comprimento, visto que o grupo 2 (Figura 7) efetua corretamente a conversão de 700 cm para 7 m.

Figura 8 - Tradução e resolução da situação-problema feita pelo grupo 3.

<p>Quais dados coletamos, e como solucionamos nosso problema:</p> <p>coletamos 9 pés e um palmo coletamos 9 pés 27 centímetros e 1 palmo e 22 centímetros</p> $\begin{array}{r} 27 \\ \times 9 \\ \hline 243 \\ + 22 \\ \hline 265 \end{array}$ <p>A distância da árvore até o muro vai dar 2 metros 65 centímetros</p>	<p>Quais dados coletamos, e como solucionamos nosso problema?</p> <p>Coletamos 9 pés e um palmo. Coletamos 9 pés 27 centímetros e 1 palmo e 22 centímetros</p> $\begin{array}{r} 27 \\ \times 9 \\ \hline 243 \\ + 22 \\ \hline 265 \end{array}$ <p>R: A distância da árvore até muro vai dar 2 metros 65 centímetros.</p>
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fonte: Arquivo dos Autores (2018)

No mesmo contexto, atentado para a produção do grupo 3, Figura 8, nota-se que os mesmos operam corretamente o algoritmo da multiplicação e da adição, e mostram conhecimento acerca da conversão de unidades de medida de comprimento, visto que o grupo 3 (Figura 8) efetua a conversão de 265 cm para 2 m 65 cm. Vale ressaltar que o professor apenas auxiliou na organização da coleta dos dados. Quanto à matematização, o professor observou a ação dos alunos, de modo que não houvesse interferência nas resoluções e conversões.

Ao atentar para a matematização dos alunos, nota-se que não houve um estranhamento dos mesmos quanto à mudança de uma atividade tradicional para uma atividade de MM, que suscitou investigação e reflexão antes da realização de operações matemáticas. Mesmo necessitando da conversão para medidas tradicionais, os grupos desenvolveram bem esse momento da atividade. Nesse contexto, cabe ressaltar que os ajustes feitos às estratégias apresentadas por Almeida, Silva e Vertuan (2011), transmutados por indagações auxiliaram não só nas estratégias anteriores, como também no que aqui identificamos como a matematização.

Num terceiro momento, encaminhando para as ações finais da atividade, surge a ação de validar as resoluções e resultados obtidos. Como ação, a validação, assim como é chamada, busca retomar o contexto real da situação-problema, confrontando as resoluções e resultados obtidos por meio da tradução de dados empíricos para a linguagem matemática. É o momento de verificar se os resultados obtidos são satisfatórios para o que se propôs inicialmente investigar e resolver (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012).

A Figura 9 revela, fora da sala de aula, a ação de validação dos resultados obtidos. Esse momento é íntimo do aluno, caracterizando a investigação pessoal de quem propôs

buscar respostas a um problema levantado, assim coube ao professor observar e auxiliar no manuseio de instrumentos de medição de comprimentos, como a trena.

Figura 9 - Grupos fazendo a validação dos resultados com instrumentos convencionais.



Fonte: Arquivo dos Autores (2018)

Constituído de uma avaliação e reflexão, os grupos foram orientados a responderem a seguinte indagação: Quando utilizamos um instrumento de medida, o que observamos? O objetivo consistia em levar os grupos, diante dos dados obtidos com instrumentos de medida, confrontarem os resultados e constatarem se são satisfatórios ou não aos propósitos iniciais. A ação requisitada por trás dessa indagação é: 5) definir a tomada de decisão com base nos resultados.

As Figuras 10, 11 e 12 revelam as reflexões e constatações dos grupos no momento de validação ou não dos seus resultados.

Figura 10 - Reflexões e constatações do grupo 1 na validação.

<p>Quando utilizamos um instrumento preciso de medida, o que observamos:</p> <p>os medidos não batem</p> <p>Com a trena 75,32</p> <p>sem a trena 75,52</p> <p>a medida de diferença é de 20 centímetros</p>	<p>Quando utilizamos um instrumento preciso de medida, o que observamos?</p> <p>As medidas não batem.</p> <p>Com a trena 15,32</p> <p>Sem a trena 15,52</p> <p>A medida de diferença é de 20 centímetros</p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fonte: Arquivo dos Autores (2018)

Figura 11 - Reflexões e constatações do grupo 2 na validação.

<p>Quando utilizamos um instrumento preciso de medida, o que observamos:</p> <p>R: Não é igual a medida dos passos.</p> <p>Com o instrumento obtemos 16,7 metros.</p> $\begin{array}{r} 77,0 \\ - 16,7 \\ \hline 53,3 \end{array}$ <p>R: É a diferença com o instrumento e os passos.</p>	<p>Quando utilizamos um instrumento preciso de medida, o que observamos?</p> <p>R: Não é igual a medida dos passos.</p> <p>Com o instrumento obtemos 16,7 metros.</p> $\begin{array}{r} 77,0 \\ - 16,7 \\ \hline 53,3 \end{array}$ <p>R: É a diferença com o instrumento e os passos.</p>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fonte: Arquivo dos Autores (2018)

Figura 12 - Reflexões e constatações do grupo 1 na validação.

<p>Quando utilizamos um instrumento preciso de medida, o que observamos:</p> <p>a trena dá a medida exata e quando fazemos a conta provavelmente dá errado</p> <p>com a trena obtemos 2m 52cm. com os pés 2m 65cm, a diferença é de 13 centímetros</p>	<p>Quando utilizamos um instrumento preciso de medida, o que observamos? A trena dá a medida exata e quando fazemos a conta provavelmente dá errado.</p> <p>Com a trena obtemos 2m52cm.</p> <p>Com os pés 2m65cm, a diferença é de 13 centímetros.</p>
--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fonte: Arquivo dos Autores (2018)

Nota-se que todos os grupos ressaltam que os resultados não coincidem em virtude da exatidão do instrumento de medida ou, pelo seu oposto, inexatidão dos instrumentos por eles definidos: passos, pés e palmos.

Como última ação, foi solicitado pelo professor que os grupos descrevessem os momentos realizados fora da sala de aula: a coleta de dados e a validação:

No estacionamento do colégio [nome do colégio], do portão até a secretaria utilizamos os pés para medir, o pé do Pedro⁴ [referindo-se a qual pé usaram para fazer a medição], enquanto dois mediam o outro anotou e depois somou, deu 15,52 metros, nós medimos o pé e a mão e descobrimos que o resultado não bateu [referindo-se a comparação “validação” com o instrumento preciso, a trena] e porque a trena deu menos metros e centímetros, o resultado não bateu, porque os dados não podem ser fiéis como os instrumentos de medida trena, régua, etc. (Reescrita do registro do grupo 1).

No estacionamento coletamos os passos e o cálculo foi feito na sala, nós medimos da sala até o muro com a trena depois e as distâncias foram diferentes, com os pés e com a trena porque a trena dá os metros certos e os pés não. (Reescrita do registro do grupo 2).

Nós medimos a distância em metros e centímetros e escolhemos os pés e o palmo para medir, e descobrimos que a diferença entre a trena e os pés deu 2,52 metros e a do pé 2,65 metros [referem a diferença das medidas obtidas com a trena e com os pés, respectivamente]. A diferença foi porque nós não contamos os centímetros,

⁴ Pedro é o nome fictício atribuído ao participante.

e a medida do pé deu 27 centímetros e a do palmo 22 centímetros. (Reescrita do registro do grupo 3).

Essa ação objetivava requisitar que os grupos fizessem uma última retomada de cada ação anteriormente realizada e evidenciassem a eficácia ou não dos resultados obtidos em tais ações. Esse momento tem por característica a retomada de consciência e o externar das reflexões, para ambos, tanto para os alunos quanto para o professor. Assim, na perspectiva do professor, esse momento conduziu um elencar de constatações, tais como: a proposta de simplificação da linguagem científica auxiliou-o na tomada de decisão frente aos questionamentos e incertezas dos alunos; por mais simples que seja o problema a ser investigado, uma boa definição prévia das variáveis deve ser feita, mesmo quando não observado pelos alunos ao refletirem em grupo, o professor deve tecer questionamentos com o objetivo de deixá-los cautelosos, possibilitando que eles decidam continuar com suas proposições ou alterá-las.

Ajustar as estratégias indicadas por Almeida, Silva e Vertuan (2011) para o contexto dos alunos foi crucial, para ambos, inclusive para o professor. Frente à pouca experiência, o professor sentiu a necessidade de desenvolver com os alunos a atividade sem que fosse atentado estritamente à linguagem científica dada para cada ação, o fato não está em opor-se ou não se expor, mas sim em tornar a passagem pelo caminho da experiência mais acessível aos alunos. Assim, no findar do último momento, volta-se para Bondía (2002), pois resultou em alunos e professor postos a experienciarem na prática o caminhar por uma atividade investigativa, que ao se atentar para o professor, nota-se que a passagem pela experiência o atingiu, o afetou e o tocou, consolidando-o como sujeito da experiência, quanto aos alunos, a singularidade da caminhada não permitirá a alguém, exceto a eles próprios afirmarem.

Considerações finais

Não há como tecer as considerações finais deste texto sem voltar os olhos para as considerações iniciais, ao passo que se abordou a formação de professores frente à Modelagem Matemática. Foi nesse contexto que surgiu a inquietude de um professor em experienciar, pela primeira vez, a Modelagem Matemática numa turma de Ensino Fundamental. Ao optar em abordar a atividade de Modelagem numa turma dos Anos Finais do Ensino Fundamental, diante da escassez de relatos de experiências nesse nível de ensino e considerando uma temática que abordaria unidades e instrumentos de medida não

convencionais no ambiente escolar, o professor se viu fora da sua zona de conforto, segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012), requisitando voltar os olhos para adaptá-las ao contexto de inexperiência, tanto do professor quanto dos alunos. Ao planejar a atividade concordamos com Biembengut e Hein (2005, p. 18) que afirmam que “[atividades de Modelagem] precisam sofrer algumas alterações, levando em consideração, principalmente o grau de escolaridade dos alunos e o estágio que o professor se encontra em relação ao conhecimento da Modelagem”, nesse sentido, foram essas considerações que nos permitiram responder a questão da pesquisa: como se configura a Modelagem Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental quando esta é experienciada pela primeira vez pelo docente e seus alunos?

A Modelagem Matemática, diante das primeiras experiências, configurou-se inicialmente como uma ação investigativa que partiu do professor olhar para si, para suas deficiências e adentrar numa “zona de risco” segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 24). Durante a formação inicial, nas disciplinas específicas, pouco ou nenhum espaço na matriz curricular é disponibilizado para interligações entre o conteúdo matemático que se aprende e o que se irá ensinar. Nesse sentido, o medo de adentrar numa “zona de risco”, relacionada às deficiências pontuais na formação do docente pode não despertar a vontade de buscar novas abordagens para a condução de suas aulas. Assim, as adaptações ou aproximações entre o formalismo e o informal, buscaram pautar as ações nas experiências ou inexperiências de ambos, professor e alunos, e assim despertar a criticidade e a reflexão por meio de uma escrita que se aproximasse dos domínios de ambos. Os ajustes, ao que Almeida, Silva e Vertuan (2012) denominam por estratégia de ação, foram cruciais para a atividade de MM nesse nível de escolaridade, pois objetivando a “familiarização” dos alunos e também do professor, sintetizou-se e simplificou-se conceitos estritamente relacionados à teoria da MM tornando-se uma atividade de busca em responder alguns questionamentos (SILVA; ALMEIDA; GERÔLOMO, 2011).

Pela pouca experiência e pelo contexto escolhido, acreditava-se que no início da atividade, não se estava desenvolvendo a Modelagem Matemática, tanto pela falta de formalismo, quanto pelas ações e produções feitas pelos alunos. No entanto, ao findar a atividade, buscou-se amparo em referenciais teóricos como Santos e Teixeira (2018), Barbosa (2001a; 2001b), Biembengut e Hein (2005), Meyer, Caldeira e Malheiros (2013) e Almeida, Silva e Vertuan (2012) que pudessem fundamentá-la como uma atividade de Modelagem Matemática. Do mesmo modo, a ação de descrever, analisar e refletir a

experiência se fez pautada nas contribuições de Ceolim e Caldeira (2015), Langwinski (2016) e Concentino, Ferruzzi e Silva (2017).

Referências

ALMEIDA, L. W. de; SILVA, K. P. da; VERTUAN, R. E. Modelagem Matemática na Educação Básica. São Paulo: Contexto, 2012.

BARBOSA, J. C. Modelagem matemática e os professores: a questão da formação. *Bolema*, Rio Claro, v. 14, n. 15, p. 5-23, 2001a.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: concepções e experiências de futuros professores. 2001. 253 f. Tese (Doutorado em Educação) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001b.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, Nelson. Modelagem Matemática no Ensino. São Paulo: Editora Contexto, 2005.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. Investigação qualitativa em educação. Porto: Porto Editora, 1994.

BONDÍA, J. L. Notas sobre a experiência e o saber de experiência. *Rev. Bras. Educ.* Rio de Janeiro, n. 19, abr., p. 20-28, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018.

CEOLIM, A. J.; CALDEIRA, A. D. Modelagem Matemática na Educação Matemática: obstáculos segundo professores da Educação Básica. *Educação Matemática em Revista*, p. 25-34, 2015.

CONCENTINO, J.; FERRUZZI, E.; SILVA, K. A. P. da. Desafios da primeira experiência com atividade de Modelagem na Educação Básica. In: Conferência Nacional sobre Modelagem Matemática na Educação Matemática, 10., 2017, Maringá. Anais ... Maringá: UEM, 2017.

LANGWINSKI, L. G. Da formação para a atuação: um olhar de graduada para a Modelagem Matemática In: Encontro Paranaense de Modelagem Matemática na Educação Matemática, 7., 2016, Londrina. Anais ... Londrina: UEL, 2016.

MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S. Modelagem em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

QUEIROZ, A. C. R.; CARMO, D. S.; Neto, S. D. Uma atividade de Modelagem Matemática na Educação Básica: debates sobre o consumo de água. In: Encontro Paranaense de Modelagem Matemática na Educação Matemática, 7., 2016, Londrina. Anais ... Londrina: UEL, 2016.

SCAPATICCI, L. M. Matemática e conscientização alimentar: uma experiência por meio da Modelagem. In: Encontro Paranaense de Modelagem Matemática na Educação Matemática, 7., 2016, Londrina. Anais ... Londrina: UEL, 2016.

SANTOS, E. R. dos; TEIXEIRA, B. R. Uma proposta de aula com modelagem matemática para a Educação Básica. Educação Matemática em Revista, n. 57, p. 146-155, 2018.

SILVA, K. A. P.; ALMEIDA, L. M. W.; GEROLOMO, A. M. L. Aprendendo a fazer Modelagem Matemática: a vez do aluno. Educação Matemática em Revista, São Paulo, v. 1, p. 28-36, 2011.

Recebido em: 12 de fevereiro de 2019.

Aprovado em: 29 de junho de 2020.