



## Propriedades da Média: um Estudo sobre Respostas Dadas por Professores para Casos de Ensino

PROPERTIES of the Average: a Study on Teachers' Responses to Teaching Cases

<https://doi.org/10.37001/emr.v0i0.2040>

Angelica da Fontoura Garcia Silva<sup>1</sup>

Tiago Augusto dos Santos Alves<sup>2</sup>

Ruy Cesar Pietropaolo<sup>3</sup>

Marta Élid Amorim<sup>4</sup>

### Resumo

Esta pesquisa apresenta os conhecimentos profissionais docentes acerca da média, os quais foram explicitados por um grupo de professores, no início de um processo formativo, no âmbito do Observatório da Educação. Para a obtenção dos dados, houve a utilização de um questionário de caráter diagnóstico, composto por questões para determinação do perfil dos docentes. Além disso, os participantes analisaram casos de ensino por meio dos quais houve a possibilidade de identificar os seus conhecimentos acerca da citada temática e seu ensino. Teoricamente, esta investigação pautou-se em estudos de Shulman para fundamentar a utilização de casos de ensino num processo formativo; Ball, Thames e Phelps como marco teórico para analisar a base de conhecimentos necessários ao professor; e, Gal para analisar questões relativas ao letramento estatístico. No geral, os resultados mostram que a maioria dos participantes tinha como foco os procedimentos técnicos de cálculo da medida, bem como enfrentava limitações acerca do domínio das propriedades da média.

**Palavras-chave:** Conhecimento Profissional Docente. Casos de Ensino. Média. Formação Continuada. Observatório da Educação.

### Abstract

This research presents the professional knowledge of teachers about the average, which was explained by a group of professors, at the beginning of a training process, within the ambit of the Observatório da Educação. To obtain the data, a questionnaire with diagnostic characteristics was used, consisting of questions to determine the background of teachers. In addition, the participants analyzed cases of teaching that enabled us to identify their knowledge about the aforementioned topic and its teaching. Theoretically this research was based on studies of Shulman to substantiate the use of teaching cases in a training process; Ball, Thames and Phelps as theoretical framework to analyze the knowledge base needed by the teacher; and, Gal to analyze issues related to statistical

<sup>1</sup> Doutora em Educação Matemática pela PUC/SP. Docente do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo/UNIAN, São Paulo, SP, Brasil. E-mail: angelicafontoura@anhanguera.com.

<sup>2</sup> Mestre em Educação Matemática pela Universidade Anhanguera de São Paulo. E-mail: tiago.alves.math@gmail.com.

<sup>3</sup> Doutor em Educação Matemática pela PUC/SP. Coordenador do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo/UNIAN, São Paulo, SP, Brasil. E-mail: ruy.pietropaolo@anhanguera.com.

<sup>4</sup> Doutora em Educação Matemática pela Universidade Anhanguera de São Paulo. Docente da Universidade Federal de Sergipe/UFS, Itabaiana, SE, Brasil. E-mail: martaেলid@gmail.com.

literacy. Overall, the results show that the majority of participants focused on the technical procedures for calculating the measure, and also faced limitations on the domain of the properties of the average.

**Keywords:** Professional Knowledge Teacher. Teaching Cases. Average. Continuing Education. Observatório da Educação.

## **Introdução**

O estudo que apresentamos trata do recorte de uma pesquisa desenvolvida no âmbito do Observatório da Educação e que resultou em uma dissertação de mestrado (ALVES, 2016). Esta pesquisa teve como principal objetivo explicitar quais conhecimentos profissionais docentes foram evidenciados por professores de Matemática, da Educação Básica da Rede Pública de Ensino Estadual Paulista, quanto ao ensino de Medidas de Tendência Central (MTC).

A investigação, a ser apresentada, norteia-se pela importância atribuída à formação continuada do professor, aliada à necessidade, solidificada, de formação que permita ao indivíduo utilizar conhecimentos do campo da Estatística para ir além do cálculo de valores, utilizando-os como parâmetros na análise e na compreensão das respectivas situações e, assim sendo, favorecer as ações de posicionar-se e tomar decisões.

Nesse aspecto, consideramos a importância do papel do professor nos processos de ensino e aprendizagem, da mesma forma que é estabelecido em documentos institucionais, como a Lei n. 9.394 (1996) – Diretrizes e Bases da Educação Nacional, e a Lei n. 13.005 (2014) – Plano Nacional de Educação no período de 2014 a 2024, os quais registram a necessidade do aprimoramento profissional docente em sua respectiva área de atuação, por meio da formação continuada.

Com o intuito de compreender os conhecimentos profissionais docentes, explicitados por um grupo de professores que ensinam Matemática na rede pública de São Paulo e coletar dados que contribuíssem para a (re)formulação das atividades a serem utilizadas no processo formativo, aplicamos um questionário contendo questões ligadas ao perfil dos participantes e Casos de Ensino (SHULMAN, 1986) com vistas a analisar o conhecimento do conteúdo e de seu ensino (BALL; THAMES; PHELPS, 2008). Neste trabalho, discutiremos, sobretudo, a respeito dos Casos de Ensino que envolvem a Média.

Para a organização deste trabalho, inicialmente, expomos a relevância desta pesquisa e o marco teórico utilizado. Na sequência, descrevemos aspectos metodológicos relativos ao estudo, análise e discussão dos dados coletados e, em seguida, apresentamos as considerações finais.

## Referencial Teórico

A Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) anuncia a expectativa de que o aluno, nos anos finais do Ensino Fundamental, saiba não apenas calcular os valores das Medidas de Tendência Central – MTC, mas compreender seu significado e relacioná-las com outras medidas, como a dispersão de dados. Além disso, almeja-se que ele esteja apto a planejar e executar pesquisa amostral acerca de conteúdo da realidade social, bem como a comunicar os resultados alcançados, por meio de relatório, abrangendo, dentre outras, a avaliação das citadas medidas de posição.

Nesse sentido, os Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática (BRASIL, 1997) já nos chamava a atenção quanto ao aspecto de que, ao abordar a relação Matemática e a Construção da Cidadania, o indivíduo deve ser capaz de realizar leitura e interpretação de informações complexas, como dados estatísticos, a fim de compreender as diversas questões em que está inserido e, conseqüentemente, tomar decisões. Nesse contexto, é fundamental que o professor conheça as orientações contidas nesses documentos, além de resultados de pesquisas, incluindo aquelas que tratam das dificuldades dos alunos para compreender determinada temática.

Quanto aos estudos científicos sobre a aprendizagem de Média, destacamos o estudo de Strauss e Bichler (1988). Com o propósito de levantar quais as possíveis dificuldades que os alunos enfrentariam em relação à média, os autores realizaram um estudo com 80 jovens (sendo 20 de cada uma das faixas etárias de 8, 10, 12 e 14 anos) da classe média do subúrbio do norte da cidade de Tel Aviv (Israel). Para tanto, Strauss e Bichler (1988) apresentaram sete propriedades de tal medida, a saber:

A) a média está localizada entre os valores extremos; B) a soma dos desvios dos números em relação à média é zero; C) a média é influenciada por valores que são diferentes da própria média [ao incluir mais um dado na sequência e este for diferente da média, esta será alterada]; D) a média não é necessariamente igual a um dos valores do conjunto de dados analisado; E) a média pode ser uma fração e não ter uma contrapartida na realidade física [ser de natureza numérica diferente da natureza dos dados que estão sendo analisados]; F) quando calculamos a média, o valor nulo, se ele aparecer, deve ser considerado no cálculo; G) o valor da média é representativo para os valores que a compõem. (STRAUSS; BICHLER, 1988, p.66, tradução nossa).

Os resultados dessa pesquisa possibilitou-lhes constatar que algumas dessas propriedades eram muito abstratas para os alunos: a soma dos valores de desvios de cada um dos elementos do conjunto em relação à média ser igual a zero; a possibilidade de a média ser uma fração (número racional), mesmo que tal valor não tenha sentido no contexto real

analisado; a necessidade de todos os valores do conjunto estudado, inclusive os nulos, serem considerados para a obtenção da média; e a média ser um valor representativo entre os valores analisados.

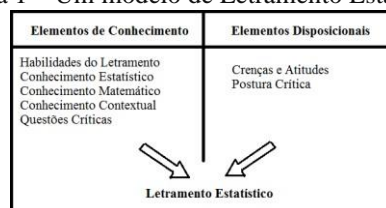
Para este artigo, optamos por discutir dois Casos de Ensino, sendo que um deles envolvia uma das propriedades da Média, observada por Strauss e Bichler (1988) como muito abstrata para a compreensão dos alunos, a possibilidade de a média ser uma fração, mesmo que esse valor não faça sentido para o conjunto de dados (E) e, outra, que não está nesse rol, a saber, a média não é um valor dentre os valores do conjunto de dados (D).

Quanto à preparação do professor para ensinar o conteúdo MTC, recorreremos à pesquisa desenvolvida por Costa (2007) no interior de São Paulo, a qual se pautou na formação inicial e continuada de professores de Matemática da Educação Básica para ensinar Estatística, e a estudos internacionais, como de Buitrago e Ramírez (2013), cujos resultados revelam algumas limitações nos conhecimentos dos educadores por eles pesquisados frente a esse conteúdo. Em complemento ao apresentado, Buitrago e Ramírez (2013), em sua pesquisa com quarenta e oito professores de escolas estaduais, na Venezuela, observaram limitações conceituais acerca de conhecimentos referentes às MTC; por exemplo, a maioria desses professores possuía como foco o procedimento para o cálculo da média, sem apresentar uma compreensão de seu significado.

Isso vai ao encontro dos resultados apresentados pela pesquisa de Batanero, Díaz, Contreras e Roa (2013), cujos autores, ao se referirem ao ensino de Estatística nas escolas, observam que muitos alunos se formam sem que compreendam suas características, tampouco sabem aplicá-las. Segundo esses autores, tal fato é resultado de um ensino sem sentido.

Nesse panorama, destacamos as discussões sobre Letramento Estatístico, promovidas por Gal (2004) como um marco teórico para esta investigação. O autor considera que, principalmente para o homem que vive em uma sociedade em constante evolução, é necessário que haja o desenvolvimento desse letramento, formado por meio da ação conjunta de dois grupos de componentes: os Elementos de Conhecimento e os Elementos Disposicionais, conforme o modelo sintetizado na Figura 1.

Figura 1 – Um modelo de Letramento Estatístico



Fonte: Gal (2004, p.51) – tradução nossa.

De acordo com os estudos de Gal (2004), os Componentes de Conhecimento constituem a base para que o indivíduo interprete e avalie criticamente as informações estatísticas, surgidas em diversos contextos, inclusive quanto a sua aplicabilidade e confiabilidade.

Em relação aos Elementos Disposicionais, propostos pelo autor em seu modelo para o desenvolvimento do Letramento Estatístico, verifica-se a relação entre três conceitos distintos, porém relacionados: Crenças, Atitudes e Postura Crítica. Eles correspondem à capacidade da pessoa em se posicionar frente a informações estatísticas, com capacidade para discuti-las e argumentá-las, além de expor suas opiniões e suas conclusões.

Além dos estudos de Gal (2004), para proceder a elaboração do questionário e a análise dos dados coletados, levamos em conta as discussões sobre a utilização de Casos de Ensino na formação de professores, propostas por Shulman (1986), e a categorização da base de conhecimentos para o ensino, proposta por Ball, Thames e Phelps (2008).

Assim como Sztajn (2002), consideramos que as contribuições de Shulman (1986) foram fundamentais para a ampliação das discussões na academia a respeito do conhecimento profissional docente. Todavia, neste estudo, utilizaremos suas ideias relacionadas à defesa da ocorrência da sistematização de conhecimentos profissionais para o ensino sob a forma de Casos de Ensino. Shulman destaca a utilização do estudo de caso para a formação profissional de professores:

[...] não estou argumentando que a preparação de professores seja reduzida para o mais prático e concreto; em vez disso, estou usando o poder de uma literatura de caso para iluminar tanto o prático quanto o teórico; argumento para o desenvolvimento de uma literatura de caso, cuja organização e utilização será profundamente e conscientemente teórica. (SHULMAN, 1986, p. 11, tradução nossa).

Nesse contexto, nesta investigação, utilizaremos casos que denominaremos de Casos de Ensino que são por nós compreendidos como casos que descrevem uma situação real ou fictícia que ocorreu em um contexto de sala de aula. Da mesma forma que Shulman (1986), consideramos que os Casos de Ensino podem nos ajudar a ilustrar ou exemplificar situações ou proposições teóricas.

Além de tal contribuição, foi por meio da análise das categorias distintas de conhecimentos para o ensino, estabelecidas por Shulman (1986) – conhecimento do conteúdo específico; conhecimento pedagógico do conteúdo e conhecimento curricular do conteúdo – que Ball, Thames e Phelps (2008) construíram o que eles denominaram a base de conhecimentos necessários para o ensino da Matemática. Os autores subdividiram as categorias propostas por

Shulman em conhecimento comum do conteúdo, conhecimento horizontal do conteúdo; conhecimento especializado do conteúdo; conhecimento do conteúdo e dos estudantes; conhecimento do conteúdo e do ensino e, finalmente, conhecimento do conteúdo e do currículo, os quais serão descritos a seguir.

O conhecimento do conteúdo comum permite ao professor a utilização correta de termos, representações e notações e a identificação de incorreções ou inadequações, quer em produções dos alunos, quer em materiais didáticos. Concernente ao conhecimento horizontal do conteúdo, este se refere a como os conteúdos matemáticos se relacionam: quais noções já fazem ou deveriam fazer parte do repertório do aluno, as quais precisariam ser mobilizadas durante o ensino de uma nova ideia. Quanto ao conhecimento do conteúdo especializado, constitui-se da capacidade de ir além de identificar erros, significa compreender quais suas possíveis causas e apresentar aos estudantes explicações precisas e respostas viáveis do ponto de vista da Matemática.

O conhecimento do conteúdo e dos estudantes associa a compreensão da Matemática ao conhecimento do pensamento matemático desses alunos, permitindo ao professor a previsão e a interpretação de erros mais comuns e a busca de estratégias de superação. No tocante ao conhecimento do conteúdo e do ensino, os autores afirmam que ele combina o domínio de conteúdos específicos da disciplina Matemática com a compreensão de assuntos pedagógicos que, de alguma forma, estão presentes no processo de ensino e aprendizagem. E para completar o conhecimento necessário ao professor, Ball, Thames e Phelps (2008) apresentam o conhecimento do conteúdo e currículo, que é necessário ao professor para ajudá-lo a fazer as articulações do conteúdo ensinado com outros pertencentes ao currículo de anos anteriores e posteriores, bem como o conteúdo estudado simultaneamente em outras disciplinas. Inclui-se, nessa categoria, conhecimento das diretrizes e recomendações curriculares para a introdução e desenvolvimento de conteúdo.

## **Metodologia**

Esta pesquisa, de cunho qualitativo, segundo as características descritas Bogdan e Biklen (1994), solicitou avaliação ética pelo sistema CEP/CONEP e obteve a aprovação sob o número 982.198. Ela foi desenvolvida no âmbito do Projeto Observatório da Educação e contou com a participação de 14 professores que lecionavam no Ensino Fundamental e Médio da Educação Básica em escolas públicas de São Paulo.

Para coletar os dados que serão analisados neste artigo, reunimos o grupo de professores em duas sessões de formação para que respondessem a um questionário com perguntas sobre o seu perfil e analisassem dois Casos de Ensino que serão expostos na seção de resultados e análise dos dados, por meio dos quais identificaríamos os conhecimentos dos professores acerca das propriedades da média e ao seu ensino.

Os participantes desta pesquisa foram referenciados pelas letras A, B, C, ... e N, a fim de garantir o anonimato de suas identidades. Todos eram licenciados em Matemática, com uma média de idade de quarenta e cinco anos, com desvio-padrão igual a nove, aproximadamente. O tempo de atuação profissional apresentou uma média de quinze anos, com desvio-padrão de valor igual a sete. Não havia uma correlação entre a idade dos docentes e o tempo deles de atuação no ensino; assim, o grupo investigado era bem diversificado. Além disso, nove desses profissionais nos informaram que já lecionaram o conteúdo aqui investigado em algum momento.

A seguir, expomos a análise dos dados sob a perspectiva de Gal (2004), Ball, Thames e Phelps (2008) e Strauss e Bichler (1988), com vistas ao desenvolvimento do letramento estatístico, ao conhecimento profissional docente e ao conhecimento específico sobre as propriedades de média, respectivamente.

## Resultados e Análise dos dados

No primeiro Caso de Ensino, solicitamos aos professores, participantes desta investigação, que analisassem uma situação de um contexto prático de sala de aula. Vale ressaltar que esse caso foi elaborado com a finalidade de discutirmos posteriormente, durante o processo formativo, a propriedade que garante que a média não é necessariamente um valor dentre os valores do conjunto de dados. Tal situação-problema nos possibilitou vislumbrar o significado que os professores tinham acerca da média e as suas estratégias de ensino.

Quadro 1 – Primeiro Caso de Ensino

A professora Maria fez o levantamento de quantos livros seus alunos haviam lido nas férias, conforme apresentado abaixo:	
Aluno (a)	Quantidade de livros lidos
Luana	4
Thaís	3
Gefferson	1
Carlos	1
Paula	1




A partir disso, ela comentou com seus alunos: muito bem, pessoal! Em média, vocês leram dois livros nas férias!

Luana, inconformada, questionou a professora: Como pode ser uma média de dois livros, sendo que ninguém leu dois livros?

Diante da situação apresentada, como você responderia ao questionamento de Luana?

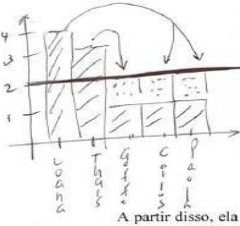
Fonte: acervo da pesquisa.

Os professores D, H e M utilizaram alguns artifícios para demonstrar o significado da média no contexto apresentado. O Professor D (Figura 2) indicou que faria um esboço de um gráfico e trabalharia com a relação de compensação, ou seja, a quantidade de livros acima da média que Luana e Thaís leram compensaria o fato de Gefferson, Carlos e Paula terem lido apenas um livro.

Figura 2 – Protocolo do Professor D

6) A professora Maria fez o levantamento de quantos livros seus alunos haviam lido nas férias, conforme apresentado abaixo:

Aluno (a)	Quantidade de livros lidos
Luana	4
Thaís	3
Gefferson	1
Carlos	1
Paula	1



A partir disso, ela comentou com seus alunos: muito bem, pessoal! Em média, vocês leram dois livros nas férias!

Luana, inconformada, questionou a professora: Como pode ser uma média de dois livros, sendo que ninguém leu dois livros?

Diante da situação apresentada, como você responderia ao questionamento de Luana?

1º: Faria o gráfico;

2º: Depois explicaria; Embora ninguém leu 2 livros, a média seria como se a Luana tivesse lido um livro pelo Gefferson e um livro pelo Carlos e a Thaís tivesse lido um livro pela Paula. Desta forma, todos tivessem lido a mesma quantidade de livros.

1º: Faria o gráfico;

2º: Depois explicaria; Embora ninguém leu 2 livros, a média seria como se a Luana tivesse lido um livro pelo Gefferson e um livro pelo Carlos e a Thaís tivesse lido um livro pela Paula. Desta forma, todos tivessem lido a mesma quantidade de livros.

Fonte: acervo da pesquisa.

Percebe-se que este professor reconhece propriedades da média, descritas por Strauss e Bichler (1988), por exemplo, que a soma dos valores de desvios de cada um dos elementos do conjunto em relação à média é igual a zero e que a média não é, necessariamente, igual a um dos valores do conjunto de dados estudado. Considerando a categorização dos domínios de conhecimentos apresentados por Ball, Thames e Phelps (2008), por meio destes aspectos, o docente demonstra possuir, além do Conhecimento Comum do Conteúdo, o Conhecimento do



Conteúdo Especializado, pois se utiliza de conhecimentos mais aprofundados como base para elaborar situações de aprendizagem, a fim de que a aluna sane sua dúvida.

Notamos que ele demonstrou atribuir significado à média por meio de gráfico, contextualizando os valores do enunciado. Nesse sentido, também consideramos que esse professor apresenta aspectos que podem ser relacionados ao desenvolvimento do letramento estatístico (GAL, 2004), como fazer uso de mecanismos e conhecimentos que embasem seu posicionamento e possibilitar que a aluna julgasse a razoabilidade de seu posicionamento. Ou então, por demonstrar seu conhecimento de que a média é um valor representativo entre os valores analisados, bem como quando interliga a mensagem estatística – o valor da média – a um contexto, dizendo que, na verdade, ninguém leu dois livros e que os valores se compensam numericamente.

Já o Professor M (Figura 3) informou que utilizaria de outro exemplo para mostrar à aluna que a média não revela uma realidade isolada, pois todos os dados estão envolvidos.

A perspectiva apresentada pelo participante também é observada por Strauss e Bichler (1988). Os autores discutem essa propriedade da média, ou seja, que esta medida possui a característica de ser um valor representativo para o conjunto de valores analisados. Nesse sentido, consideramos que tal habilidade está relacionada ao Conhecimento do Conteúdo

*É a mesma história que duas pessoas 1 come um prato de comida e a outra não come nada na média as duas pessoas comeram meio prato na média é um onde todos estão envolvidos não retrata realidade do fato isolado.*

Fonte: acervo da pesquisa.

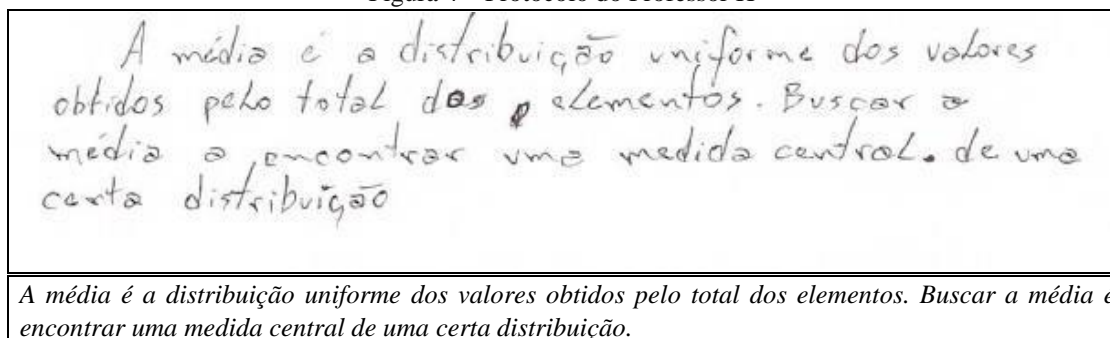
Figura 3 – Protocolo do Professor M

*É a mesma história que duas pessoas 1 come um prato de comida e a outra não come nada na média as duas pessoas comeram meio prato na média é um onde todos estão envolvidos não retrata realidade do fato isolado.*

Especializado, na perspectiva de Ball, Thames e Phelps (2008), pois, assim como o Professor D, o referido docente utiliza conhecimentos mais aprofundados como base para elaboração de uma nova situação de aprendizagem. O Professor M utilizou-se de elementos de Letramento Estatístico, como as Habilidades de Letramento, Conhecimentos Estatísticos e Conhecimento Contextual, segundo a perspectiva de Gal (2004), para contextualizar uma situação e possibilitar que o ouvinte julgasse a razoabilidade da informação apresentada.

Em relação aos registros do Professor H (Figura 4), acreditamos que ele teve como objetivo dizer que a média representa um valor localizado, espacialmente, o mais próximo possível de todos os dados do conjunto analisado; ou seja, essa medida seria o resultado da compensação entre os valores que estão acima com os que estão abaixo dela.

Figura 4 – Protocolo do Professor H



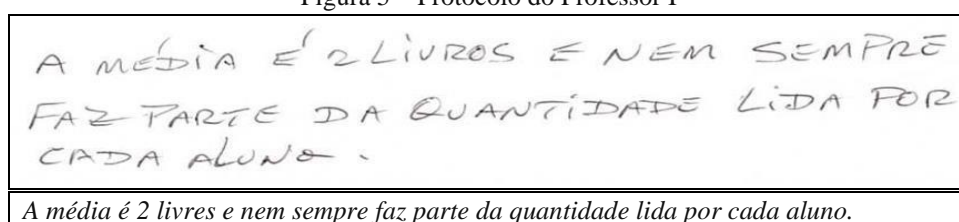
*A média é a distribuição uniforme dos valores obtidos pelo total dos elementos. Buscar a média é encontrar uma medida central de uma certa distribuição.*

Fonte: acervo da pesquisa.

Bem como o Professor M, o Professor H, provavelmente, estava se referindo à propriedade da média, descrita por Strauss e Bichler (1988), de representatividade de um conjunto de dados. Entretanto, quando o participante utiliza o termo medida central para representar a média, poderia induzir o aluno a associar tal medida ao significado da mediana. Isso devido ao fato de a mediana ser o valor que está exatamente no meio de todos os dados do conjunto estudado.

O Professor I, apesar de não ter se aprofundado na discussão de uma maneira a conduzir a aluna da situação-problema ao entendimento, informou corretamente que o valor médio igual a dois não significava que todos tinham lido aquela quantidade de livros (Figura 5), o que nos indica que ele reconhece a referida propriedade da média e, portanto, detém o Conhecimento Comum do Conteúdo dessa propriedade de MTC, segundo a perspectiva da categorização proposta por Ball, Thames e Phelps (2008).

Figura 5 – Protocolo do Professor I



*A média é 2 livros e nem sempre faz parte da quantidade lida por cada aluno.*

Apesar dos professores D, H, I e M apresentarem registros que remetem a propriedades e significados da média, de um modo geral, a maioria dos participantes da investigação, para responder ao questionamento proposto no Caso de Ensino, utilizou apenas os procedimentos de cálculo da média como base em sua explicação. Tais resultados sugerem que esses professores, muito provavelmente, ao lecionarem os conteúdos de MTC a seus alunos, abordariam o conteúdo com o foco nos procedimentos de cálculo. Esse modo de ensinar, de acordo com os estudos de Buitrago e Ramírez (2013), indica limitações conceituais acerca de conhecimentos referentes às MTC e, com base em Costa (2007), podemos relacionar tal fato à formação dos profissionais envolvidos, uma vez que o autor considera ser essa uma prática resultante de uma formação docente inadequada.

Em relação ao Letramento Estatístico proposto por Gal (2004), percebeu-se a necessidade de levar à discussão entre os professores o significado e as propriedades das MTC, sobretudo da média, a fim de lhes favorecer o desenvolvimento dos Elementos de Conhecimento – como os Conhecimentos Estatísticos, ao criar condições para que os professores possam se familiarizar com os termos e conceitos básicos da Estatística.

Com vistas a observar a perspectiva que os participantes tinham acerca de outra propriedade da média, a qual aborda a possibilidade dessa medida ser de natureza numérica diferente dos dados estudados, retomamos esse conteúdo no segundo Caso de Ensino (Quadro 2). Nele poderiam ser observados, dentre outros e com base na categorização de Ball, Thames e Phelps (2008), os domínios do Conhecimento do Conteúdo e do Ensino e do Conhecimento do Conteúdo e do Estudante, uma vez que caberia ao professor reconhecer o conflito cognitivo enfrentado pela aluna e propor um meio para levá-la à compreensão.

Quadro 2 – Segundo Caso de Ensino

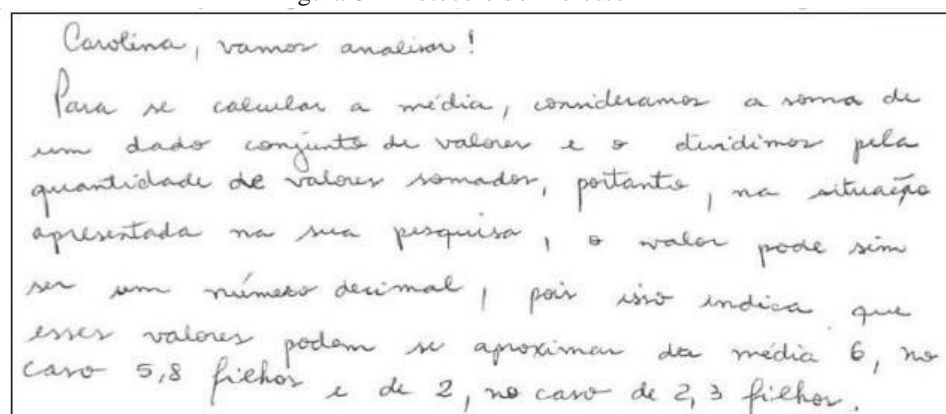
<p>Carolina viu a seguinte informação enquanto navegava na internet: “Em 1970, a mulher brasileira tinha, em média, 5,8 filhos. Trinta anos depois, esta média era de 2,3 filhos.” Ela julgou duvidosa essa informação, pois os valores dessas médias não são números inteiros.</p> <p>Você concorda com a avaliação de Carolina? Caso discorde, que explicação você utilizaria para convencê-la de sua opinião?</p>
--

Fonte: acervo da pesquisa.

A maioria dos participantes não concordou com a avaliação de Carolina, personagem do nosso Caso de Ensino. Dentre estes, os professores A, B, H, I, J, L e M apresentaram registros

bem próximos entre si. Esse grupo de docentes informou que explicaria a aluna que os valores obtidos para essa medida não necessitam ser inteiros, podendo, inclusive, ser decimais. Ou seja, utilizariam de uma das propriedades da média apontada por Strauss e Bichler (1988), a qual aborda a natureza numérica diferente entre os dados analisados e o respectivo valor de média. O Professor A, por exemplo, apontou que, por conta do procedimento de cálculo dessa medida, há a possibilidade de se deparar com decimais (Figura 6). Ademais, ele citou que isso indica que os valores calculados aproximar-se-ão de um determinado número inteiro, sem se referir à necessidade de arredondamento. Isso demonstra que o professor reconhece que, ao se obter um valor médio de natureza diferente dos dados analisados, pode ocorrer o surgimento de conflitos cognitivos para o estudante.

Figura 6 – Protocolo do Professor A



Carolina, vamos analisar!  
Para se calcular a média, consideramos a soma de um dado conjunto de valores e o dividimos pela quantidade de valores somados, portanto, na situação apresentada na sua pesquisa, o valor pode sim ser um número decimal, pois isso indica que esses valores podem se aproximar da média 6, no caso 5,8 filhos e de 2, no caso de 2,3 filhos.

*Carolina, vamos avaliar!*  
*Para se calcular a média, consideramos a soma de um dado conjunto de valores e o dividimos pela quantidade de valores somados, portanto, na situação apresentada na sua pesquisa, o valor pode sim ser um número decimal, pois isso indica que esses valores podem se aproximar na média 6, no caso 5,8 e de 2, no caso 2,3 filhos.*

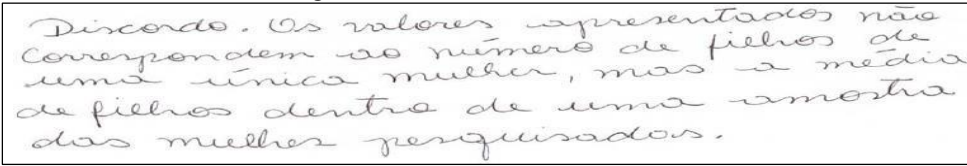
Fonte: acervo da pesquisa.

Além disso, o Professor A utilizou aspectos do Conhecimento Contextual de Letramento Estatístico, com base no modelo proposto por Gal (2004), ao associar as medidas a dois números inteiros que estivessem mais próximos das médias apontadas no enunciado, a fim de guiar o ouvinte a compreender a informação que pode ser extraída por meio dessa medida. Além disso, ele fez uso da Postura Crítica, apontada por Gal (2004), ao apresentar argumentos para julgar a razoabilidade da informação recebida.

Os participantes F, K e N, que também não concordaram com a avaliação de Carolina, apresentaram diferentes explicações a fim de justificar os respectivos posicionamentos. O Professor F relatou que os valores obtidos não devem ser analisados isoladamente, uma vez que tais números não correspondem à quantidade de filhos de uma mulher, e sim à média em relação

a uma amostra pesquisada (Figura 7). Esse aspecto remete à outra propriedade da média, apontada por Strauss e Bichler (1988), na qual o valor dessa medida é representativo para o conjunto de dados analisado, e ao elemento Conhecimentos Estatísticos proposto por Gal (2004).

Figura 7 – Protocolo do Professor F



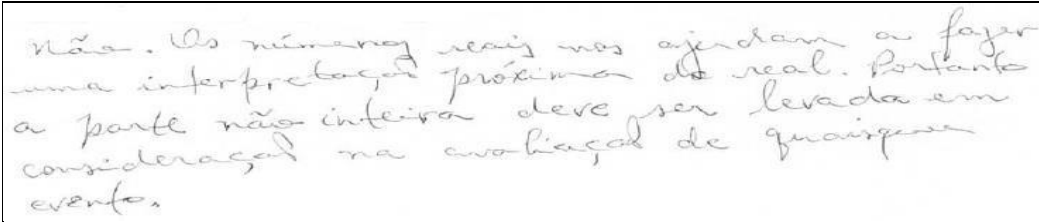
*Discordo. Os valores apresentados não correspondem ao número de filhos de uma única mulher, mas a média de filhos dentro de uma amostra das mulheres pesquisadas.*

*Discordo. Os valores apresentados não correspondem ao número de filhos de uma única mulher, mas a média de filhos dentro de uma amostra das mulheres pesquisadas.*

Fonte: acervo da pesquisa.

Já o Professor K citou que os números reais colaboram para uma interpretação próxima da realidade e, portanto, deve-se considerar a parte não inteira do valor da média na avaliação de quaisquer eventos. Entretanto, ele não explicitou como e para que os decimais do valor da média podem e devem ser utilizados (Figura 8). Isso nos indica uma dificuldade do docente em contextualizar a mensagem estatística, o que, na perspectiva de Gal (2004), consideramos que seja o elemento Conhecimento Contextual de Letramento Estatístico.

Figura 8 – Protocolo do Professor K



*Não. Os números reais nos ajudam a fazer uma interpretação próxima do real. Portanto a parte não inteira deve ser levada em consideração na avaliação de quaisquer eventos.*

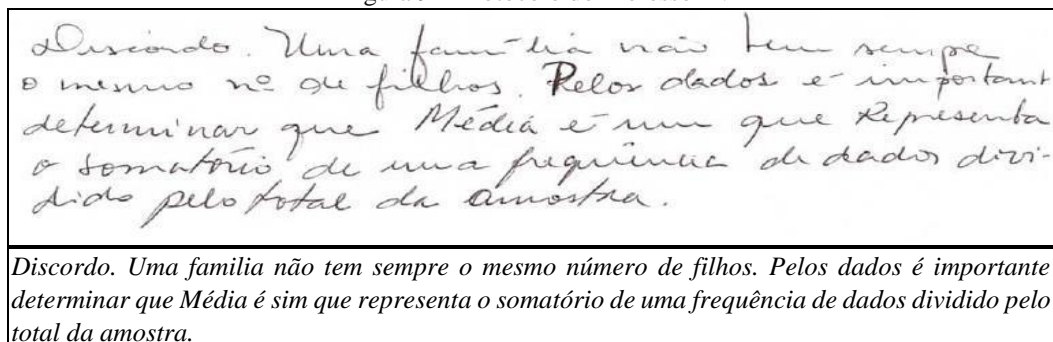
*Não. Os números reais nos ajudam a fazer uma interpretação próxima do real. Portanto a parte não inteira deve ser levada em consideração na avaliação de quaisquer eventos.*

Fonte: acervo da pesquisa.

Quanto ao Professor N, seus registros focaram no procedimento de cálculo da média, uma vez que, para justificar seu posicionamento, utilizou-se do fato de que essa medida é um número que representa o somatório de uma frequência de dados dividido pelo número total de elementos da amostra (Figura 9). Isso reforçou a necessidade de levar à discussão, durante a formação continuada, os termos, significados e conceitos básicos relacionados às MTC, sobretudo da média, para favorecer o aprimoramento do nível de Letramento Estatístico dos

professores participantes desta investigação, sobretudo do elemento Conhecimentos Estatísticos do modelo proposto por Gal (2004).

Figura 9 – Protocolo do Professor N



Fonte: acervo da pesquisa.

Os professores C, D, E e G, que completam o grupo de participantes da pesquisa, concordaram com o aspecto de que a informação noticiada pode estar incorreta devido à média não ser um número inteiro. Isso nos mostra que esses docentes não reconhecem a propriedade da média, apontada por Strauss e Bichler (1988), quanto à natureza numérica dessa medida. A partir disso e considerando que esses professores já haviam lecionado tal conteúdo<sup>5</sup>, provavelmente, eles tenham trabalhado exemplos em sala de aula cujos resultados tivessem a mesma natureza numérica dos dados analisados, ou, então, tenham focado nos procedimentos para a obtenção dessa medida, sem propiciarem análises e discussões acerca do valor calculado.

Com base nas análises quanto às respostas dos professores em relação às questões aqui apresentadas, verificamos que o Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (BALL; THAMES; PHELPS, 2008), da maioria dos professores, apresentava indícios de limitação por conta da ênfase que eles atribuíam a procedimentos técnicos, carecendo de apreciação e julgamento dos dados. Isso reforçou nosso propósito de apresentar-lhes situações, incluindo os Casos de Ensino aqui discutidos dentre outros, de modo que pudessem refletir e analisar, sobretudo, os significados e a inter-relação das medidas média, mediana e moda.

Além disso, percebemos a importância de que, durante as sessões formativas, fossem apresentadas situações que levassem os participantes a refletir acerca da possibilidade de obtenção de valor médio com natureza numérica diferente da que estiver sendo trabalhada e de como tal medida pode e deve ser utilizada na análise de dados, abordando o aspecto de que nem sempre é cabível o arredondamento de seu valor. Com isso, poderíamos favorecer um ambiente

---

<sup>5</sup> Informação obtida a partir da análise do Questionário Inicial aplicado aos professores participantes da formação continuada, quanto ao aspecto de levantamento de perfil dos participantes da investigação.

de reflexão para que os professores, participantes desta investigação, pudessem aprimorar os Domínios do Conhecimento Profissional.

De acordo com esse levantamento, elaboramos o planejamento inicial dos aspectos que deveriam ser levados à discussão e reflexão (inclusive com a retomada de situações semelhantes aos casos de ensino apresentados neste artigo) entre os referidos professores, a saber: os significados de cada uma das MTC, a inter-relação que elas possuem entre si, as propriedades da média, os diferentes domínios de conhecimento necessários ao docente para lecionar o conteúdo proposto, entre outros.

### **Considerações finais**

O Questionário Inicial possibilitou-nos ter uma visão geral da formação pessoal e profissional dos participantes desta investigação. Em especial, a análise dos dados coletados por meio das respostas dos professores aos Casos de Ensino, aqui apresentada, nos permitiu vislumbrar conhecimentos iniciais que os participantes detinham acerca de média, bem como a ênfase que a maioria dos professores atribuía aos procedimentos técnicos de cálculo da medida e a limitação no domínio de suas propriedades. Com base nisso, traçamos um projeto inicial das sessões formativas, as quais foram se moldando à medida que os encontros ocorriam e verificávamos outras necessidades de discussão entre os professores investigados como a discussão e a reflexão acerca de outras propriedades da média e sobre a relação entre as medidas média, moda e mediana.

Diante desse contexto, verificou-se a importância de, durante o processo de formação continuada, abordar a temática reforçando as diversas categorias de Conhecimento do Conteúdo, propostas por Ball, Thames e Phelps (2008), bem como os elementos de desenvolvimento do Letramento Estatístico, discutidos por Gal (2004), a fim de aprimorar os conhecimentos profissionais docentes e, conseqüentemente, favorecer o processo de ensino e aprendizagem das MTC.

Por fim, ressaltamos que os resultados apresentados foram obtidos no início do nosso estudo e que, ao final do processo formativo, já se observava uma superação, por parte dos professores, de algumas das limitações aqui identificadas, o que pode ser observado na íntegra em Alves (2016).

### **Referências**



ALVES, T. A. S. **Conhecimentos de professores de matemática da educação básica sobre o ensino de medidas de tendência central**. 2016. 112f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, Universidade Anhanguera de São Paulo/ UNIAN, SP, 2016. (dissertação orientada por Angélica da Fontoura Garcia Silva)

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: What makes it special?. **Journal of teacher education**, v. 59, n. 5, p. 389-407. 2008.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora. 1994.

BATANERO, C.; DÍAZ, C.; CONTRERAS, J. M.; ROA, R. El sentido estadístico y su desarrollo. **Números: Revista de didáctica de las Matemáticas**, v.83, p. 7-18. 2013.

BRASIL. Lei n. 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional. **Diário Oficial da União**. Brasília, DF. 1996. Disponível em: [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/leis/19394.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/19394.htm). Acesso em: 10 de mai. 2019.

BRASIL. Lei n. 13.005, de 25 de junho de 2014. Aprova o Plano Nacional de Educação - PNE e dá outras providências. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF. 2014. Disponível em: [http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/\\_ato2011-2014/2014/lei/113005.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2011-2014/2014/lei/113005.htm). Acesso em: 15 de mai. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC): Educação é a Base**. Brasília, DF, 2018. Disponível em: [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf). Acesso em: 09 de abr. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília, DF, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 09 de abr. 2019.

BUITRAGO, J. O.; RAMÍREZ, J. S. de. Conocimiento de contenido estadístico de los maestros. Probabilidad Condicionada: **Revista de didáctica de la Estadística**, n. 2, p.157-164. 2013.

COSTA, A. **A Educação Estatística na Formação do Professor de Matemática**. 2007. Dissertação (Mestrado)- Universidade São Francisco, Itatiba, SP, Brasil. 2007.

GAL, I. Statistical literacy. **In The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking**. Springer, Dordrecht. 2004. p. 47-78.

SHULMAN, L. S. Those who understand: Knowledge growth in teaching. **Educational researcher**, v. 15, n. 2, p. 4-14. 1986.

STRAUSS, S.; BICHLER, E.. The development of children's concepts of the arithmetic average. **Journal for Research in Mathematics Education**, p. 64-80. 1988.

SZTAJN, P. O que precisa saber um professor de matemática? Uma revisão da literatura americana dos anos 90. **Educação matemática em revista**, v. 9, n. 11A, p. 17-28. 2002.

Recebido em: 29 de maio de 2019.

Aprovado em: 09 de fevereiro de 2020.