Sociedade Brasileira de Educação Matemática

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA em *Revista*
ISSN 2317-904X

Relato de Experiência: probabilidade no Ensino Médio

Experience Report: probability in High School

Leandro da Silva Machado[1]

Leonardo Maricato Musmanno[2]

Moisés Ceni de Almeida[3]

Sérgio Gonçalves de Sousa[4]

Resumo

Este artigo relata uma experiência prática, relacionada ao estudo das Probabilidades, realizada com alunos do 3° ano do Ensino Médio. A experiência consistiu em utilizar um jogo baseado no lançamento de dados para trabalhar conceitos de probabilidade em espaços amostrais não equiprováveis. O objetivo principal da experiência é verificar como esta atividade lúdica pode contribuir no processo de aprendizagem real, significativa e criativa no ensino de probabilidade e estatística. Para verificação da efetividade da atividade quanto ao seu objetivo, foi feita uma estratégia metodológica de pré e pós-teste, para que os discentes pudessem deixar suas impressões sobre o assunto, assim como uma discussão sobre os resultados esperados e obtidos. Os alunos se mostraram envolvidos com a experiência realizada e demonstraram um aumento na compreensão e no entendimento dos conceitos fundamentais de Probabilidade.

Palavras-chave: Probabilidade. Espaços não equiprováveis. Matemática Lúdica.

Abstract

The article reports a practical experience related to the study of Probabilities, performed with students of the 12th year of high school. The experience consisted of using a ludic activity based on the throwing of dice, to reinforce concepts of probability in the context of sample spaces with not equally-likely outcomes. The main goal of the experiment is to verify how this ludic activity can contribute to the process of mathematical learning in the context of probability and statistics. To verify the effectiveness of the activity regarding its goal, the students were inquired about their impressions on the subject and also participated in a discussion that compared the results that were expected and the results obtained. The students demonstrated a lot of involvement with the experience and an increase in the understanding of the fundamental concepts of Probability.

Keywords: Probability. Not equally-likely outcomes. Mathematical games.

Introdução

[1] Mestre em Matemática pelo Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada; Universidade do Estado do Rio de Janeiro/UERJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil. E-mail: leandro3machado@gmail.com.
[2] Doutor em Ciência da Computação pela Universidade Federal Fluminense; Universidade do Estado do Rio de Janeiro/UERJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil. E-mail: leonardo.musmanno@gmail.com.
[3] Doutor em Engenharia Mecânica pela Universidade do Estado do Rio de Janeiro; Instituto Federal do Rio de Janeiro/IFRJ, Paracambi, RJ, Brasil. E-mail: moises.almeida@ifrj.edu.br.
[4] Mestre em Matemática pela Universidade Federal do Rio de Janeiro; Universidade do Estado do Rio de Janeiro/UERJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil. E-mail: profsergio.mat@gmail.com.

Este trabalho aborda o estudo de conceitos de Probabilidade, aplicados sob a proposta de uma atividade lúdica para alunos do 3° ano do Ensino Médio, em idade de 16 a 17 anos, em uma escola pública do Estado do Rio de Janeiro. A motivação para um estudo desta natureza se baseia no entendimento de que o estudo das Probabilidades contribui para o desenvolvimento do raciocínio lógico do aluno e está amparado na Base Nacional Comum Curricular (BNCC):

> [...] o início da proposta de trabalho com probabilidade está centrado no desenvolvimento da noção de aleatoriedade, de modo que os alunos compreendam que há eventos certos, eventos impossíveis e eventos prováveis. (BRASIL, 2017, p.230).

A BNCC explica que:

> A incerteza e o tratamento de dados são estudados na unidade temática **Probabilidade e Estatística**. Ela propõe a abordagem de conceitos, fatos e procedimentos presentes em muitas situações-problema da vida cotidiana, das ciências e da tecnologia. Assim, todos os cidadãos precisam desenvolver habilidades para coletar, organizar, representar, interpretar e analisar dados em uma variedade de contextos, de maneira a fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões adequadas. Isso inclui raciocinar e utilizar conceitos, representações e índices estatísticos para descrever, explicar e predizer fenômenos. (BRASIL, 2017, p.230 – destaque do texto original).

A importância do tema também é enfatizada nos Parâmetros Curriculares Nacionais:

> [...] Um olhar mais atento para nossa sociedade mostra a necessidade de acrescentar a esses conteúdos aqueles que permitam ao cidadão "tratar" as informações que recebe cotidianamente, aprendendo a lidar com dados estatísticos, tabelas e gráficos, a raciocinar utilizando ideias relativas à probabilidade e à combinatória. (BRASIL, 1997, p.38).

O objeto central da experiência é composto por uma atividade prática de Matemática (jogo), na qual os alunos poderão construir/exercitar, de forma lúdica, o seu entendimento sobre conceitos de Probabilidade. O jogo foi aplicado em três turmas do 3° ano do Ensino Médio, com o objetivo de observar, comparar e analisar o grau de entendimento que cada turma obteve, levando em conta suas previsões e intuições relativas aos prováveis resultados do jogo.

Pretende-se confirmar, neste trabalho, que esta atividade lúdica pode ser de grande valia na fixação de conceitos probabilísticos, além de auxiliar o aluno a aprimorar o seu entendimento e as suas previsões sobre resultados de experimentos aleatórios. Esse aprimoramento será verificado a partir do relato dos próprios alunos e por meio da comparação, realizada pelos docentes, das respostas dadas pelos alunos, nesta atividade, com outras avaliações anteriores. Esse pressuposto se encontra embasado numa perspectiva que põe o aluno como principal ator no processo de aprendizagem e dá ao professor um lugar de orientador do processo, que se opõe à perspectiva bancária de transmissão de conhecimentos.

Azevedo afirma que: “[…] Nada deve ser dado ao estudante, no campo da matemática, sem primeiro apresentar-se a ele uma situação concreta que o leve a agir, a pensar, a experimentar, a descobrir, e, daí, mergulhar na abstração” (AZEVEDO, 1979, p. 27).

Outra vantagem de uma metodologia lúdica em sala de aula é que ela pode encantar novamente os alunos. D’Ambrósio diz que:

> […] Os professores, em geral, mostram a Matemática como um corpo de conhecimentos acabado e polido, restringindo a oportunidade do estudante de propor estratégias diferentes das apresentadas. O estudante, assim, passa a acreditar que, na aula de Matemática, o seu papel é passivo e desinteressante. (D’AMBRÓSIO, 1989).

História da Probabilidade

Antes do início do jogo propriamente dito, iniciamos apresentando um pouco da História da Probabilidade, a qual tem origem vinculada aos jogos de azar. Segundo Tomaz (2011), acredita-se que os primeiros cálculos de probabilidade tenham se originado na Idade Média, com as primeiras tentativas de matematizar os jogos de azar, muito comuns nessa época. Um dos primeiros matemáticos a utilizar cálculos probabilísticos foi o italiano Girolamo Cardano (1501-1576). Em seu livro, “O Livro dos Jogos de Azar”, composto de 32 capítulos, Cardano inicia um estudo da Teoria das Probabilidades, ainda que de modo rudimentar.

Nesse livro, Cardano estudou a aleatoriedade de alguns jogos, como, por exemplo, dados, gamão e cartas. No capítulo catorze, “Dos pontos combinados”, Cardano define a regra geral para o cálculo dos prováveis resultados de alguns eventos aleatórios como sendo a razão entre a quantidade de possibilidades favoráveis e a quantidade total de possibilidades associadas ao evento. Atualmente, esta é a regra utilizada para o cálculo de Probabilidades em Espaços Amostrais Equiprováveis, na Teoria da Probabilidade contemporânea.

No capítulo quinze, pela primeira vez, Cardano faz uso da palavra Probabilidade. Essa foi a primeira aplicação da palavra na forma escrita (OYSTEIN, 1965 apud TOMAZ, 2011). Além de trazer os primeiros estudos sistematizados sobre a Teoria probabilística, “O Livro dos Jogos de Azar” também pode ser lido como manual para apostadores de jogos de azar, pois ele não trata apenas de questões matemáticas, mas também de assuntos com perfil psicológico, como a personalidade dos jogadores. Outros matemáticos, como Luca Pacioli (1445-1517) e Niccolo Tartaglia (1500-1557) também realizaram estudos sobre o comportamento aleatório de certos eventos. Galileu Galilei (1564-1642), por exemplo, escreveu o livro “Pensamentos sobre jogos de dados”, em que analisava questões como: “quando três dados são jogados, por que o número 10 aparece com mais frequência do que o número 9?” (MLODINOW, 2009, p. 62, tradução nossa). Entretanto, assim como Cardano, todos se limitaram a resolver problemas concretos, estritamente numéricos (TOMAZ, 2011).

Os primeiros matemáticos a resolverem problemas não numéricos de Probabilidade foram Blaise Pascal (1623-1662) e Pierre de Fermat (1601-1665). Em 1654, enquanto Pascal trabalhava em sua obra “As Cônicas”, seu amigo Chevalier de Meré o consulta para lhe expor algumas dúvidas em relação a um jogo de dados. A pergunta de Chevalier de Meré basicamente consistia em resolver a distribuição de valores apostados quando um jogo é interrompido: duas pessoas estão participando de um jogo em que um dado é lançado e o vencedor é aquele que primeiro obtiver três vezes, seguidas ou não, o número em que apostou. O jogo é interrompido quando um dos jogadores já tinha obtido seu número duas vezes e outro jogador, apenas uma. Qual é a maneira mais justa de dividir o dinheiro apostado? (BOYER, 1996). Na busca pela solução desse problema, Pascal começou a se corresponder com Fermat para que os dois chegassem a uma resolução.

Alguns matemáticos consideram que essa correspondência entre os dois matemáticos foi o início da Teoria da Probabilidade (PERERO, 1994; BOYER, 1996). Das correspondências, fica claro que tanto Fermat quanto Pascal resolveram corretamente as questões, mas chegaram aos seus resultados por meios diferentes. Fermat aperfeiçoou a regra geral de Cardano, baseando o cálculo de Probabilidades no cálculo combinatório, e Pascal ligou o estudo das probabilidades ao triângulo aritmético, que hoje é conhecido como o triângulo de Pascal. Fermat e Pascal foram os primeiros matemáticos a resolver problemas não numéricos de probabilidade, porém nenhum dos dois chegou a desenvolver teoremas sobre o assunto (TOMAZ, 2011).

Os primeiros teoremas sobre Probabilidade surgiram somente em 1713, com a publicação póstuma do livro “Ars Conjectandi”, de Jakob Bernoulli (COUTINHO, 2007). Nesse livro, Bernoulli desenvolve conceitos de análise combinatória e os utiliza em problemas de probabilidade, ligados a jogos de cartas e dados, desenvolvendo métodos para resolver instâncias particulares do problema e, em seguida, resolvendo-os em sua forma generalizada. O livro é considerado o primeiro marco histórico em probabilidade após os trabalhos de Cardano (DUNHAM, 1994). Cabe aqui observar que “Ars Conjectandi” surge quase um século e meio após a morte de Cardano, o que mostra que os avanços na Teoria das Probabilidades ocorreram de forma lenta (TOMAZ, 2011).

A Teoria da Probabilidade continuou a se desenvolver com a publicação, em 1718, do livro "Doctrine of Chances", de Abraham de Moivre (1667-1754). Em 1812, Pierre-Simon Laplace (1749-1827) publicou sua obra "Teoria Analítica das Probabilidades", em que organizou tudo que era conhecido sobre a Teoria da Probabilidade e estabeleceu muitos resultados fundamentais da teoria, tais como: Função Geradora de Momentos, Método dos Mínimos Quadrados e Testes de Hipóteses. Laplace deu início ao período clássico da Teoria Probabilística e a introduziu definitivamente no mundo matemático, sendo considerado por alguns historiadores como o matemático que mais deu contribuições ao desenvolvimento desta teoria (LIGHTNER, 1991 apud SILVA; COUTINHO, 2005).

Após a publicação de Laplace, os estudos sobre a Teoria da Probabilidade se expandiram e notáveis matemáticos, como Carl Friedrich Gauss (1777-1855) e Henri Poincaré (1854-1912), contribuíram para o desenvolvimento do assunto. No final do Século XIX, a Teoria das Probabilidades obteve grande destaque ao ser utilizada com sucesso na Mecânica Estatística de Ludwig Boltzmann (1844-1906) e J. Willard Gibbs (1839-1903), que explicava propriedades dos gases (tais como a temperatura) por meio do movimento aleatório de um grande número de partículas.

No Século XX, Probabilidade e Estatística se tornaram áreas altamente relacionadas por meio do trabalho de Ronald Fischer (1890-1962) e Jerzy Neyman (1894-1981) sobre Testes de Hipóteses. Esse foi também o século em que surgiram disputas sobre as diferentes interpretações da Probabilidade: a interpretação frequentista, que considera que a probabilidade de um evento está relacionada à frequência relativa, obtida em um grande número de tentativas, e a interpretação bayesiana, segundo a qual a probabilidade de um evento pode ser obtida considerando-se o quanto as evidências disponíveis dão suporte a esse evento. Em 1933, no livro "Foundations of the Theory of Probability", Andrei Kolmogorov deu início à Teoria Moderna das Probabilidades ao fazer uma formalização matemática completa e abstrata da Teoria da Probabilidade baseada na Teoria dos Conjuntos, unindo a Teoria das Probabilidades à Teoria da Medida e Integração (TOMAZ, 2011).

Atualmente, a Teoria da Probabilidade é aplicada em inúmeras situações, como, por exemplo, na área de Avaliação de Riscos e em Modelagem Estocástica. Em Estatística, a Teoria das Probabilidades é uma ferramenta essencial da Estatística Inferencial, área da Estatística que se propõe a coletar e analisar amostras da população e calcular probabilidades de acontecimentos futuros, inferindo, induzindo ou estimando as leis de comportamento da população da qual a amostra foi retirada (TOMAZ, 2011).

Metodologia, Público e Aplicação

A atividade utilizada para a realização da experiência foi o jogo denominado “Corrida de Cavalos e Probabilidade”. Esse jogo consiste em um tabuleiro com 11 colunas numeradas de 2 a 12, cada coluna correspondendo a um cavalo (ver Figura 1). A cada rodada, dois dados não viciados são lançados e somam-se os valores obtidos na face de cima dos dados. O cavalo que possui a numeração correspondente à soma obtida avança uma casa. O cavalo vencedor é aquele que primeiro chegar à quinta casa (faixa verde do tabuleiro, linha de chegada). Vence o jogo o participante que escolheu o cavalo vencedor.

Figura 1 – Tabuleiro utilizado para uma partida do “Jogo dos Cavalos”

Fonte: acervo dos pesquisadores.

Os alunos de três turmas do 3º ano do Ensino Médio separaram-se livremente em sete grupos de cinco a seis integrantes para a realização da atividade, sob a supervisão dos professores orientadores. Cada grupo recebeu do professor orientador o seu material, composto por um tabuleiro com 11 colunas numeradas de 2 a 12, 11 cavalos e 2 dados, além de uma apostila com orientações gerais e questões para discussões e aprofundamento.

Saliente-se que, ao iniciar a atividade, foi necessário que cada grupo elegesse um integrante (identificado pelo termo “*banca”*) para ser o responsável em manter o cumprimento das regras, lançar os dados e fazer as observações e anotações solicitadas. A ordem de escolha dos cavalos ocorre no início de cada partida e é estabelecida entre cada grupo e a sua respectiva *“banca”*. Em cada grupo, os integrantes escolheram um dos números disponíveis no tabuleiro – do 2 ao 12 – para apostar no cavalo. Os cavalos cujos números não foram escolhidos eram, automaticamente, gerenciados pela *“banca”*. Cada grupo realizou, no mínimo, 10 partidas.

A atividade é dividida em duas etapas. A primeira etapa refere-se ao momento no qual os alunos conhecem o material físico do jogo e leem as instruções normativas, tais como: i) as regras a serem cumpridas; ii) como o jogo deve ser executado; e iii) os registros importantes em cada rodada. É nessa etapa que o lúdico se faz presente, com a realização das várias partidas do jogo. Ainda nessa etapa, ao final das dez partidas do jogo, os alunos apresentam suas impressões sobre os resultados observados a cada partida (questões 2 a 16 da apostila).

A segunda etapa consiste no aprofundamento dos conceitos de Probabilidade e Estatística. Para isso, os alunos preenchem duas tabelas: a primeira ilustra todas as possíveis somas obtidas no lançamento de dois dados e, através dela, preenchem uma segunda tabela, indicando a probabilidade de cada cavalo andar em uma rodada. Ao final dessa etapa, são mostrados aos alunos gráficos estatísticos, obtidos a partir da simulação do jogo com cem mil partidas e com um milhão de partidas, para que tais resultados lhes ajudem a inferir algumas respostas que surgem durante a execução da atividade, comparando sempre com as observações e registros da primeira etapa.

Diversas questões probabilísticas podem ser trabalhadas com esse jogo. Por exemplo:

- Qual a probabilidade de o cavalo X ganhar?
- Qual a probabilidade de o cavalo X ser o vencedor na rodada Y?
- Qual cavalo possui maior probabilidade de ser o vencedor do jogo?
- Em qual rodada é mais provável que o jogo termine?

Fornecer uma resposta exata a qualquer uma dessas perguntas não é tarefa simples, devido ao grande número de possibilidades envolvidas em cada questão. O intuito da atividade, portanto, não é resolver o problema com os alunos de forma exata, e sim, por meio da realização de um grande número de partidas, exercitar a intuição dos alunos em relação aos resultados esperados, e, com isso, levá-los a refletir sobre algumas possíveis respostas para as questões levantadas durante a realização do jogo.

Anteriormente ao início das partidas, algumas questões simples, que podem rapidamente ser resolvidas de forma exata, podem ser apresentadas. Por exemplo:

- Qual o número mínimo de rodadas até obtermos um vencedor?
- Qual o número máximo de rodadas de uma partida?

Da mesma forma, é instrutivo explicar à turma por que uma questão como: “Qual a probabilidade de o cavalo X ser o vencedor?” não pode ser respondida com a mesma facilidade que as anteriores. Nesse sentido, através da ludicidade deste jogo, temos uma forma dinâmica de explorar o pensamento probabilístico a fim de conduzir os alunos a raciocinar sobre questões complexas e inferir respostas com base na repetição sucessiva de partidas.

Análise e interpretação dos dados

Com o andamento das rodadas, os alunos começaram a perceber que os cavalos que ocupam as posições extremas do tabuleiro, como, por exemplo, as posições 2 e 12, têm menor probabilidade de avançar nas casas, já que existe, para cada posição mencionada, apenas um resultado possível no lançamento dos dois dados (as somas 1+1 ou 6+6, respectivamente). Por outro lado, escolhendo os cavalos das posições centrais, eles perceberam uma maior chance de alcançar a linha de chegada.

Após o fim das partidas, cada grupo respondeu às perguntas presentes no roteiro de atividades. Dentre as respostas obtidas, podemos destacar:

- *Pergunta 16: "Depois de jogar esse jogo, quais são suas impressões sobre a probabilidade?''*
  Resposta do Grupo A: "É uma razão entre os casos favoráveis e os totais, conforme ocorre um aumento do número amostral, mais o empirismo se aproxima da razão."
  Resposta do Grupo B: "Quanto mais partidas você joga, mais a frequência se aproxima da probabilidade."

Nas respostas à pergunta 16, podemos perceber que os alunos foram capazes de perceber o princípio de que as frequências relativas, obtidas no experimento, devem se estabilizar em torno de um certo valor, à medida que o número de partidas aumenta. O Jogo da Corrida de Cavalos e Probabilidade permite que o professor apresente, de forma prática, uma situação que não apresenta um espaço amostral equiprovável e esclareça ao aluno como proceder nesse tipo de situação.

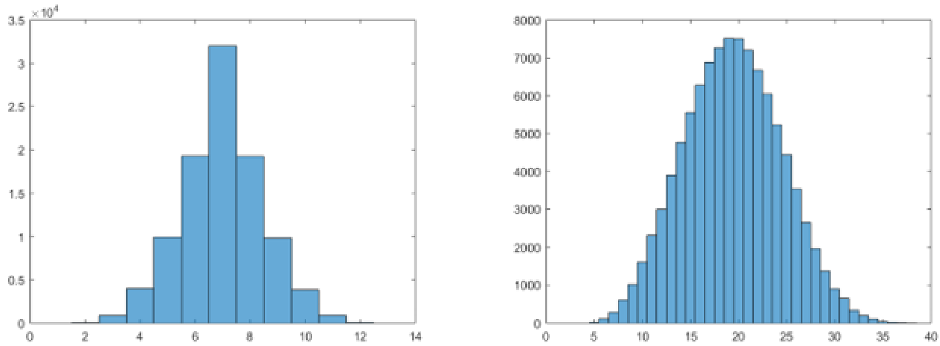
- *Pergunta 9: "Se o jogo fosse jogado 10.000 vezes, qual cavalo você acha que ganharia mais vezes? Explique."*
  Resposta do Grupo C: "O cavalo 7. Para ele, existem mais combinações compatíveis. Quanto maior o número de partidas, maior é a chance do cavalo 7 se sobressair em relação aos outros."

Resposta do Grupo D: "O 6, 7 e 8, pois apresentam maior probabilidade de soma."

As respostas obtidas para a pergunta 9 mostram que os alunos foram capazes de observar que os valores 6, 7 e 8 teriam maiores chances de sair vencedores, uma vez que podem ser obtidos por meio de um maior número de resultados. Essa pergunta levanta a interessante questão de como avaliar a probabilidade de um cavalo ser o vencedor, usando como base a probabilidade de ele sair em uma rodada. Um aluno raciocinou da seguinte forma: "se o cavalo 7 possui probabilidade igual a 6/36 de sair em qualquer rodada, e ele precisa vencer 5 rodadas, basta multiplicar esse valor por ele mesmo 5 vezes para obtermos a probabilidade de o cavalo 7 vencer. As probabilidades dos outros cavalos serem vencedores podem ser calculadas analogamente".

Esse questionamento permitiu que os professores explorassem em mais detalhes o espaço amostral do problema. Explicou-se que o cavalo 7 precisa sair cinco vezes para ser vencedor, mas que existem diversas formas para isso ocorrer, como, por exemplo: o cavalo 7 é sorteado nas 3 primeiras rodadas, o cavalo 6 é sorteado nas duas seguintes e nas próximas duas o cavalo 7 é sorteado e ganha a partida. Os alunos compreenderam, então, que o princípio multiplicativo deve, sim, ser aplicado, mas devem observar que o princípio aditivo também deve ser considerado, uma vez que a probabilidade de o cavalo 7 ser o vencedor é dada pela soma das probabilidades de cada caso em que o cavalo 7 é o vencedor, uma vez que estes eventos são mutuamente excludentes. A resposta dada pelo aluno comtempla o caso do Cavalo 7 vencer sendo sorteado cinco vezes na sequência de cinco únicos lançamentos em uma partida.

- *Pergunta 20: "Veja os gráficos a seguir. Neles, o computador simulou o jogo cem mil vezes. O primeiro diz quantas vezes cada cavalo venceu e o segundo mostra quantas vezes que cada rodada teve um vencedor. Quais conclusões você pode tirar?"*



- *Resposta do Grupo B: "Podemos concluir que os cavalos mais próximos da metade ou do centro do gráfico possuem mais chances de ganhar, sendo que o cavalo 7 é o que possui mais chances. O jogo tende a acabar na vigésima rodada, ou próximo dela, e essa probabilidade diminui quando nos aproximamos do extremo do gráfico."*

A pergunta 20 trabalhava a interpretação de gráficos relacionados aos resultados obtidos por simulação. Essa pergunta estava relacionada à pergunta seguinte, que mostrava os resultados das simulações para 1 milhão de partidas. Os alunos foram capazes de observar as faixas em que as frequências se concentraram e perceberam que as características dos resultados, isto é, os vencedores mais frequentes e as rodadas mais prováveis de ocorrer o término do jogo, praticamente, não sofreram alterações.

A análise desses gráficos levantou a discussão sobre a estabilização dos resultados e sobre como esses valores, em torno dos quais a frequência se estabiliza, são frequentemente tomados como as probabilidades de determinados eventos. Essa abordagem computacional permite ao aluno perceber o potencial ganho do uso de uma tecnologia digital para resolver um problema experimental.

- *Pergunta 22: "Como esta atividade elevou seus conhecimentos acerca do tema Probabilidade e Estatística? "*

  Resposta do Grupo C: "A atividade abriu nossos olhos para o uso da Probabilidade na vida real, em jogos em que um valor tem mais chance de se repetir do que os outros."

  Resposta do Grupo B: "Deu-nos uma percepção mais abrangente sobre a frequência dos resultados e a probabilidade, tendo resultados que aparecem mais do que outros."

Conclusões

Este artigo se propôs a relatar uma experiência prática, relacionada ao estudo das Probabilidades, realizada com alunos do 3° ano do Ensino Médio. A experiência consistiu em utilizar o "Jogo da Corrida de Cavalos e Probabilidade", atividade lúdica baseada no lançamento de dados, para trabalhar conceitos de probabilidade em espaços amostrais não equiprováveis.

A atividade desenvolvida nos permitiu verificar que, nas três turmas testadas, os alunos, de forma prática e lúdica, fixaram e expandiram a sua compreensão de conceitos centrais do tema, como: espaços amostrais, equiprobabilidade, frequência relativa x probabilidade, entre outros. Assim, os alunos vivenciaram uma situação real, na qual foram utilizados os conceitos da Teoria das Probabilidades e da Estatística, observando a força desses conceitos na previsão de resultados, numa relação simbiótica entre estabelecer conceitos a partir de um problema dado e, abstratamente, a partir de argumentos lógicos, inferir sobre a situação real.

Importa destacar que foi discutida, com os alunos, a utilização de recursos computacionais, buscando demostrar a necessidade de realizar o experimento o maior número possível de vezes, haja vista que, quando se trata de eventos aleatórios, somente a ocorrência em repetição das experiências, nas mesmas condições, é capaz de oferecer um intervalo de respostas confiáveis. As análises dos gráficos, obtidos a partir das simulações computacionais, auxiliaram os alunos a concluir os intervalos de posições com maior probabilidade de vitória em uma determinada partida. Da mesma forma, os gráficos também auxiliaram na análise probabilística acerca do número de rodadas em que ocorreria o fim de cada partida.

As questões levantadas pelos alunos, durante a execução da atividade, serviram como um aprofundamento do conteúdo ensinado anteriormente. Como exemplo, a discussão acerca do cálculo da probabilidade de um cavalo ganhar a partida auxiliou no entendimento dos princípios multiplicativos e aditivos, tópicos essenciais na aprendizagem de probabilidades.

Desse modo, a atividade proposta põe-se como ferramenta lúdico-pedagógica para o ensino da Teoria das Probabilidades e é passível de ser utilizada por professores, estudantes de graduação e alunos em exposições, feiras e salas de aula, sendo produzida com materiais de custo acessível. Ela traz valiosa contribuição como estratégia de ensino, com resultados efetivos sem perder a essência matemática do conteúdo a ser ministrado.

Referências

AZEVEDO, E. D. M. Apresentação do trabalho Montessoriano. **Ver. de Educação & Matemática**, n. 3, p. 26 - 27, 1979.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC, 1997.

BRASIL. **Lei 9.394**, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil. Brasília, DF, 20 dez. 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Curricular Comum**: versão final. Secretaria da Educação Fundamental. Brasília, 2017.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. São Paulo: Editora Edgar Blucher Ltda, 1996.

COUTINHO, C. Conceitos probabilísticos: quais contextos a história nos aponta? **Revista Eletrônica de Educação Matemática**. v. 2.3, p. 50-67, 2007.

D'AMBROSIO, B. S. **Como ensinar matemática hoje?** Temas e Debates. SBEM. Ano II. nº 2. Brasília. 1989.

DUNHAM, W. **Journey Through Genius**: The Great Theorems of Mathematics. Nova York: Wiley, 1990.

LIGHTNER, J. A Brief Look at the History of Probability and Statistics. **The Mathematics Teacher**, v.84, n°8, 1991, p. 623-630. JSTOR. Disponível em: www.jstor.org/stable/27967334. Acesso em 20 fev. de 2020.

MLODINOW, Leonard. **The drunkard's walk:** how randomness rules our lives. Nova Iorque: Vintage Books, 2009.

PERERO, M. **História e histórias da matemática.** México: Grupo editorial Iberoamericano, 1994.

SILVA, C.; COUTINHO, C. O nascimento da Estastísticas e sua relação com o surgimento da Teoria da Probabilidade. **Revista Integração**. v. ano XI, n. 41, p. 191-196, 2005.

TOMAZ, P. S. Gerolamo Cardano: Pai da Teoria da Probabilidade ou um bom apostador de jogos de azar? *In:* SEMINÁRIO DE NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 9. 2011, Aracaju. **Anais** [...]. Aracaju, 2011.

Recebido em: 07 de junho de 2019.

Aprovado em: 09 de fevereiro de 2020.