ISSN 1983-3156
A2
http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2020v22i1p348-370

# Construcción y lectura de la tabla de doble entrada por profesores de Educación Primaria en formación

## Prospective primary school teachers' reading and building of a two-way tables

MARÍA M. GEA [1]
ANNALISA GOSSA [2]
CARMEN BATANERO [3]
JOCELYN PALLAUTA [4]

**Resumen**

*El lenguaje tabular es fundamental en la matemática, en especial en la estadística, al permitir organizar los datos de un estudio y facilitar su interpretación. Su enseñanza se inicia en la mayoría de países en la Educación Primaria, mediante diversidad de tareas tales como completar, leer, construir, inventar, etc. En este trabajo presentamos el análisis de las respuestas de una muestra de 69 futuros profesores de Educación Primaria a una tarea en que se pide construir una tabla de doble entrada a partir de información verbal y numérica, que es una tarea de traducción según la investigación previa; así como interpretar la información representada en dicha tabla. Los participantes construyen la tabla de doble entrada, en su mayoría correctamente, y las principales dificultades se observan al interpretar las representaciones que construyen.*

***Palabras clave:*** *tabla de doble entrada, conocimiento del profesor, traducción entre representaciones.*

**Abstract**

*Tabular language is fundamental in mathematics, especially in statistics, since it allows to organize the data of a study, and facilitate its interpretation. Its teaching begins in most countries in primary education, through a variety of tasks such as completing, reading, building, inventing, etc. In this paper, we analyse the responses of a sample of 69 prospective primary teachers to a task in which a two-way table is built from verbal and numerical information, which is a type of task identified as translation in previous research; as well as interpreting the information represented in the table built. Most participants construct the two-way table correctly, and the main difficulties are shown when interpreting the representations they built.*

[1] María M. Gea, Doctora en Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática, mmgea@ugr.es
[2] Annalisa Gossa, Grado en Matemáticas: Universidad de Torino, Departamento de Matemática "Giuseppe Peano", annalisa.gossa@gmail.com
[3] Carmen Batanero, Doctora en Matemáticas, Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática, batanero@ugr.es
[4] Jocelyn Díaz-Pallatua, Máster en Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática, jocelyndiaz@correo.ugr.es

**Keywords**: *two-way table, teacher's knowledge, translation among representations.*

## Introducción

Gran parte de la información que recibimos a través de los medios de comunicación y que precisamos para tomar decisiones y comprender la realidad en la que vivimos, viene expresada en forma de tablas y gráficos estadísticos que es necesario leer e interpretar correctamente (ALVEAL; RUBILAR, 2012; ARTEAGA; BATANERO; CAÑADAS; CONTRERAS, 2011). Se presenta, por tanto, la necesidad de una cultura estadística en el ciudadano, que le permita, por ejemplo, una mayor participación en decisiones políticas a distintos niveles, puesto que la contribución de los ciudadanos cobra especial interés en un mundo cada vez más complejo como en el que vivimos (ENGEL, 2019). Esta situación ha favorecido la introducción de la estadística en la Educación Primaria en diferentes países en las últimas décadas (MECD, 2014; MINEDUC, 2012; MIUR, 2012; NCTM, 2000), generalmente incluyendo ideas elementales de tratamiento de datos, tablas y gráficos, resúmenes sencillos y probabilidad.

En este trabajo nos interesamos por la construcción y lectura de la tabla de doble entrada, cuyo estudio se inicia en España en segundo ciclo de la Educación Primaria (MECD, 2014) de manera informal (por ejemplo, en FRAILE, 2015). A pesar de su relevancia, Gabucio, Martí, Enfedaque, Gilabert y Konstantinidou (2010) nos advierten de que su lectura no es fácil para el estudiante, en especial porque se requiere la comprensión de la estructura de la tabla. Más concretamente, nos centramos en los futuros profesores pues, como indican Estrella, Olfos y Mena (2015, p. 489): "los profesores son determinantes en el logro de los alumnos", luego es necesario asegurar una correcta comprensión de los profesores de las tablas de doble entrada y los diferentes tipos de frecuencias y probabilidades que se pueden deducir de ellas.

La investigación previa en cuanto al conocimiento del profesor en el tema es escasa, y en España se ha centrado principalmente en el uso de la tabla de doble entrada para el cálculo de probabilidades por parte de futuros profesores, quienes muestran dificultad en diferenciar algunas de estas probabilidades. Nuestra investigación trata de completar la anterior, con el objetivo de estudiar tanto la construcción de la tabla de doble entrada, como la obtención de las diferentes frecuencias absolutas que de ella se derivan, por parte de los futuros profesores de Educación Primaria. En lo que sigue se detallan los fundamentos, método y resultados de nuestro estudio.

## Fundamentos

## Marco teórico

El marco teórico del enfoque ontosemiótico (GODINO, 2017; GODINO; BATANERO; FONT, 2019) ofrece herramientas de análisis de la actividad matemática y presta especial atención al lenguaje, en el que se incluye las tablas, en su doble función representacional (comunicativa) e instrumental (operativa) (GODINO, 2017).

En este marco teórico se asume que los objetos matemáticos pueden ser de varios tipos (conceptos, propiedades, procedimientos, argumentos, lenguaje y situación problema) y debido a la necesidad de representarlos mediante el lenguaje en la práctica realizada en la resolución de problemas, que son las que dotan de sentido a dichos objetos matemáticos, se realizan muchos procesos interpretativos, por el carácter no ostensivo de los mismos. Así es que en ocasiones, el estudiante interpreta incorrectamente el sentido de una expresión matemática o puede conceder un significado diferente al pretendido por el profesor a uno de los objetos que utiliza. En dicho caso, se habla de conflicto semiótico.

Según Ortiz (2002), una tabla estadística no sólo muestra datos estadísticos, sino que permite establecer relaciones entre ellos. Así, en una tabla se representan valores (categorías o modalidades) de una o más variables junto a sus respectivas frecuencias (absolutas, relativas, etc.), y nos permite organizar y visualizar la información en un estudio. La comprensión de dicha disposición de los datos constituye en sí misma una componente de razonamiento estadístico, puesto que podemos traducir en diferentes representaciones los datos del estudio (tabla, estadístico, gráfica, etc.) y mediante un proceso de transnumeración obtener nueva información sobre los mismos datos del problema, según la representación que se interprete (WILD; PFANNKUCH, 1999).

La tabla de doble entrada es un formato utilizado para resumir información sobre dos variables estadísticas $X$, con valores $x_1, x_2, \ldots, x_r$ e $Y$, con valores $y_1, y_2, \ldots, y_c$. y toma la forma representada en la Tabla 1. Por ejemplo, ante la variable, $X$: color de ojos (azules, castaños, grises) e $Y$ intensidad de color de pelo (claro y oscuro), la principal utilidad de la tabla de doble entrada es registrar la distribución de frecuencias de la variable estadística bidimensional mediante tantas filas y columnas, como modalidades presenten las variables que la conforman ($X$, $Y$). Dicha tabla es un objeto semiótico complejo, pues a partir de ellas se deducen diferentes tipos de frecuencias absolutas:

- Frecuencias dobles $f_{ij}$ o número de elementos que corresponden a la vez al valor para $x_i$ (en $X$) y al valor para $y_j$ (en $Y$). Por ejemplo, número de sujetos de ojos azules y pelo oscuro.
- Frecuencias marginales, que pueden ser por filas, $f_{i.}$ (en el ejemplo, número de personas con ojos azules) o por columnas $f_{.j}$ (en el ejemplo, número de personas con pelo oscuro).
- Frecuencias condicionales, cuando se pide el número de sujetos para un valor de la variable, fijando previamente un valor de la otra; por ejemplo, número de sujetos de ojos azules sabiendo que tienen el pelo es oscuro. Matemáticamente, esta frecuencia absoluta condicional es equivalente a la doble ($f_{ij}$), pero psicológicamente no se percibe de la misma forma, ya que su lectura atiende a la condición indicada (el total del que forma parte no es el mismo), por lo que resulta más difícil de identificar e interpretar (CAÑADAS, 2012).

Tabla 1: Tabla de doble entrada

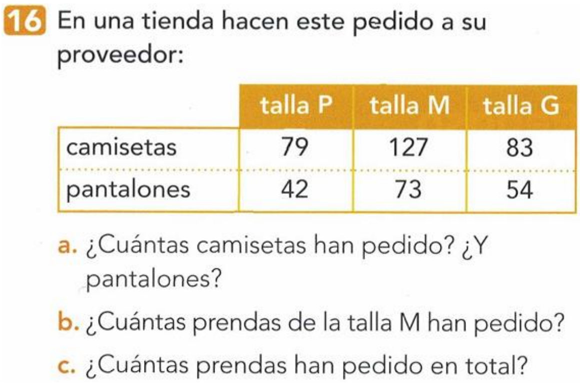
| | $y_1$ | … | $y_j$ | … | $y_c$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | | | | | | $f_{1.}$ |
| … | | | | | | |
| $x_i$ | | | $f_{ij}$ | | | $f_{i.}$ |
| … | | | | | | |
| $x_r$ | | | | | | $f_{r.}$ |
| | $f_{.1}$ | | $f_{.j}$ | | $f_{.c}$ | $N$ |

Fuente: Elaboración de las autoras

Además de estas frecuencias absolutas, se pueden deducir de la tabla diferentes tipos de frecuencias relativas (dobles, marginales y condicionales), así como calcular probabilidades a partir de ella, no coincidiendo en este caso las frecuencias relativas dobles y relativas condicionales. La identificación de las variables unidimensionales en la tabla de doble entrada es sencilla, pues basta con identificar las categorías que se presentan en la primera fila o columna de la misma, pero las frecuencias correspondientes a dichas variables no se presentan directamente, sino que, en cada cruce de modalidades de las respectivas variables, se representa la frecuencia conjunta (absoluta o relativa) de los datos. Por ello, el estudiante debe deducir las frecuencias marginales (de las variables unidimensionales) y a veces también las condicionales (frecuencias en una sola fila o columna). Mayor complejidad tiene el cálculo de frecuencias relativas o probabilidades de diferente tipo (CAÑADAS, 2012).

Un ejemplo de tabla de doble entrada se muestra en la Figura 1, que se presenta en un libro de texto español para tercer curso de Educación Primaria (8 años). En la tarea se pide identificar y calcular frecuencias absolutas marginales (preguntas a y b) y calcular el total (pregunta c), lo que implica leer e identificar cada una de las frecuencias absolutas representadas en la tabla. Otros tipos de ejercicios piden al estudiante construir la tabla a partir de la descripción de algunos de sus elementos. En consecuencia, nos hemos interesado por analizar si los futuros profesores llegan construir una tabla de doble entrada, a partir de información textual y numérica, y si pueden deducir de la tabla construida algunas frecuencias dobles, marginales y condicionales.

Figura 1 - Ejemplo de tablas de doble entrada en un texto de 3º curso de Educación Primaria



**16** En una tienda hacen este pedido a su proveedor:

| | talla P | talla M | talla G |
|---|---|---|---|
| camisetas | 79 | 127 | 83 |
| pantalones | 42 | 73 | 54 |

a. ¿Cuántas camisetas han pedido? ¿Y pantalones?

b. ¿Cuántas prendas de la talla M han pedido?

c. ¿Cuántas prendas han pedido en total?

Fuente: Fraile, 2015, p. 37

En el modelo del conocimiento didáctico-matemático del profesor propuesto en el marco teórico del enfoque ontosemiótico (GODINO, 2009; GODINO; GIACOMONE; BATANERO; FONT, 2017; PINO-FAN; GODINO, 2015), estos conocimientos forman parte de la faceta epistémica del conocimiento especializado del profesor, que es interpretado de modo multidimensional. Más concretamente, en nuestro trabajo nos interesamos por el conocimiento común y avanzado del profesor, puesto que la tarea de construcción de la tabla que se propone es semejante a la que se plantea a los niños en los últimos cursos de Educación Primaria, incluyendo en la tarea la lectura de frecuencias condicionales, que sería un tema propio de la etapa de educación secundaria obligatoria (15 años) y nos permiten evaluar su conocimiento avanzado.

## Antecedentes

A pesar de su relevancia, la investigación sobre la tabla de doble entrada es escasa y se centra especialmente en estudiantes de educación secundaria, bachillerato o estudios universitarios, que interpretan esta representación gráfica para estudiar la asociación estadística entre variables o realizar cálculos de probabilidad.

Estepa (1994) plantea la lectura de tablas de doble entrada a 213 estudiantes preuniversitarios, centrándose en la asociación entre las dos variables que forman la tabla. Concluye que los estudiantes no siempre usan toda la información para juzgar la asociación, y tienen ideas preconcebidas incorrectas sobre dicha asociación. Este estudio es retomado por Cañadas (2012), quien analiza las estrategias utilizadas por una muestra de 414 estudiantes universitarios de psicología al analizar la asociación entre una variable dicotómica y otra ordinal en una tabla de doble entrada. En nuestra investigación hacemos uso de una adaptación de dicha tarea, para analizar la lectura e interpretación de la tabla por parte de los futuros profesores. A pesar de que la mayoría de los estudiantes indican de manera correcta que se presenta asociación entre las variables, sólo el 6,5% de estudiantes utiliza estrategias correctas y el 72,7% parcialmente correctas, donde aproximadamente el 50% de estudiantes utilizaron toda la información de la tabla. El autor advierte del riesgo de que los estudiantes no adquieran un aprendizaje significativo de las tablas, porque además de ser un recurso fundamental en el razonamiento estadístico, son necesarias para el trabajo profesional, por ejemplo, en la medicina.

En los antecedentes de investigación orientados a evaluar el conocimiento del profesor de la tabla de doble entrada en torno al análisis del cálculo de probabilidades destacamos la investigación de Estrada y Díaz (2006), quienes evalúan las dificultades de 65 futuros profesores de Educación Primaria en problemas sencillos de la vida cotidiana, haciendo uso del problema planteado previamente en Díaz y de la Fuente (2005), en el que se incluye el cálculo de una probabilidad simple, otra compuesta y otra condicional a partir de datos de una tabla de doble entrada. El porcentaje de respuestas correctas superó el 50%, siendo el 75% en el caso de la probabilidad simple. Entre las dificultades que encuentran las autoras, se destaca la confusión entre probabilidades simples, compuestas y condicionales, así como la confusión entre un suceso y su complementario, o suponer independencia en los datos.

Una continuación a este trabajo fue desarrollada por Contreras, Estrada, Díaz y Batanero (2010), que analizan las respuestas de 69 futuros profesores de Educación Primaria a una tarea de cálculo de la probabilidad simple, compuesta y condicionada a partir de una tabla de doble entrada obteniendo resultados muy similares a los de Estrada y Díaz (2006).

En torno a la lectura de la tabla de doble entrada en sí misma, Gabucio et al (2010) realizan un estudio para analizar los niveles de lectura alcanzados por 153 niños de 5º y 6º de

Educación Primaria y primeros cursos de secundaria para analizar los niveles de lectura de Curcio (1989). Proponen 12 preguntas que piden la lectura de los títulos y categorías, lectura directa de frecuencias dobles, comprensión de la estructura de la tabla y lectura crítica. Sus resultados indican que la tarea no es sencilla y las preguntas que requieren la comprensión de la estructura tabular son más difíciles que aquellas que piden una lectura directa, mejorando la respuesta con la edad.

En las investigaciones que se centran en el conocimiento del profesor, un trabajo relacionado es el de Díaz-Levicoy, Sepúlveda, Vásquez y Opazo (2016), quienes proponen a 121 futuras profesores de Educación Infantil en Chile la lectura de una tabla de doble entrada, una de cuyas variables es el tiempo, con la finalidad de analizar los niveles de lectura, siguiendo la clasificación de Curcio (1989). Una de sus preguntas consiste en la lectura de una frecuencia doble de la tabla, y fue resuelta por el 93% de la muestra. La tarea es sin embargo, más sencilla que las planteadas en nuestro estudio, porque se trata de una lectura literal, sin necesidad de unir varias categorías. Una tarea similar a la anterior se plantea en la investigación de Estrella, Olfos y Mena (2015). Los autores observan que solo el 51% de los 85 profesores de Educación Primaria que participaron en el estudio fueron capaces de identificar la tabla de doble entrada que se correspondía a un listado datos. A los profesores no se les pedía construir ni interpretar la tabla, ni buscar asociaciones, sino tan solo el conteo de cada categoría de la variable y así evaluar la opción correcta de entre las cuatro que se mostraban en el ítem (tres tablas construidas más una opción denominada "otra" por si ninguna de las anteriores se consideraba correcta).

Alveal y Rubilar (2012) analizan las habilidades en codificar y decodificar información representada en tablas y gráficas estadísticas en una muestra de 47 profesores en ejercicio y 44 futuros profesores (en Formación Inicial Docente). Los autores no observan diferencias significativas en cuanto a la competencia de descodificación de representaciones gráficas (79% realizan análisis correctos de la información), siendo mejor esta descodificación cuanto menor es la información y complejidad de la representación (por ejemplo, representaciones con datos agrupados en torno a una o más variables); en cuanto a la codificación de la información que corresponde a dos o más variables, el logro difiere entre los futuros profesores (64% no aportan representaciones alternativas a la información que se representa en el ítem) y profesores en ejercicio (40,4% no aportan representaciones alternativas a la información que se presenta en el ítem).

Nuestro trabajo completa los anteriores, al pedir a los futuros profesores no solo que construyan la tabla, sino que sean capaces de leer diferentes frecuencias en la misma.

## Metodología

La muestra se compuso de 69 estudiantes para profesor de Educación Primaria, que cursaban el segundo año de la titulación en la Universidad de Granada (curso 2017/18). Todos cursaron el año anterior una asignatura de matemáticas, con un índice de aprobados de aproximadamente el 58,8%, en la que estudiaron contenidos estadísticos relativos al tratamiento de la información, el azar y la probabilidad. Además, sus calificaciones de nota de acceso a la universidad fueron, en su mayoría, superiores al aprobado, con lo que podemos decir que sus conocimientos matemáticos adquiridos en la etapa secundaria eran suficientes como para afrontar la tarea propuesta en nuestra investigación.

La tarea (Figura 2) es una adaptación de otra utilizada por Cañadas (2012) y Estepa (1994), para estudiar cómo interpretan la asociación entre las variables estadísticas los estudiantes universitarios, aunque los autores no piden la construcción de la tabla, ni la interpretación de las diferentes frecuencias que se obtienen a partir de la información que representan sus celdas.

Figura 2 - Tarea propuesta a los futuros profesores

**Tarea**. El profesor de matemáticas de quinto de primaria hizo una entrevista a sus 100 alumnos para conocer cuántas horas de estudio dedicaron para preparar el examen. Quiso investigar si estudiaron menos de 5 horas, entre 5 y 10 horas o más de 10 horas. De entre los 53 alumnos que estudiaron más de 10 horas, 2 suspendieron; de entre los que estudiaron entre 5 y 10 horas, 15 aprobaron; mientras que, de los 25 alumnos que estudiaron menos de 5 horas, sólo 5 aprobaron.

Construye la tabla de doble entrada con la información del problema y responde, de manera razonada, a las siguientes preguntas indicando las operaciones que realizas para responder a cada una de ellas.

1. ¿Cuántos alumnos aprobaron, habiendo estudiado menos de 10 horas?
2. ¿Cuántos alumnos y alumnas estudiaron para el examen más de 5 horas?
3. ¿Cuántos alumnos suspendieron, habiendo estudiado entre 5 y 10 horas?
4. ¿Cuál es el porcentaje de suspensos?
5. ¿Qué porcentaje de alumnos estudia más de 10 horas para preparar el examen?
6. Considerando sólo los alumnos que suspendieron el examen, ¿qué porcentaje estudió menos de 5 horas para preparar el examen?
7. ¿Qué porcentaje de alumnos estudió entre 5 y 10 horas y aprobó el examen?
8. De entre los alumnos que estudiaron más de 10 horas, ¿qué porcentaje de ellos aprobó el examen?

Fuente: Elaboración de las autoras

Podemos representar los datos del enunciado de la tarea en una tabla de doble entrada que relaciona la variable *A*: tiempo de estudio y la variable *B*: resultado del examen (Tabla 2), donde se pueden incluir los datos proporcionados en el enunciado. Para construirla tabla, los participantes deben identificar previamente cuántas filas y columnas necesitan para su construcción. A partir de esta tabla, se puede deducir fácilmente el total de alumnos que estudian entre 5 y 10 horas (22) y las frecuencias de las celdas correspondientes a alumnos que suspenden y estudian menos de 5 horas (20), aquellos que estudian entre 5 y 10 horas (22), suspenden y estudian entre 5 y 10 horas (7) y aprueban y estudian más de 110 horas (51). Se espera que los futuros profesores sean capaces de identificar en la tarea los datos que deben colocar en la tabla, considerando las diversas relaciones entre ellos. Con dichos datos se pueden resolver todas las preguntas planteadas.

Tabla 2: Frecuencia (%) de respuestas de futuros profesores en la construcción de la tabla según corrección

| | B: Resultado del examen | | |
|---|---|---|---|
| A: Tiempo de estudio | $B_1$: Aprobado | $B_2$: Suspenso | Total |
| $A_1$: Menos de 5 horas | 5 | | 25 |
| $A_2$: Entre 5 y 10 horas | 15 | | |
| $A_3$: Más de 10 horas | | 2 | 53 |
| Total | 71 | 29 | 100 |

Fuente: Elaboración de las autoras

Hacemos notar que las preguntas 1, 3, 6 y 8 piden la obtención de frecuencias condicionales, las 2, 4 y 5 a marginales y la 7 a frecuencia conjunta. Hemos preferido dar los datos en forma de frecuencia absoluta pues, como indican Lonjedo y Huerta (2005), la naturaleza de las cantidades presentes en un problema influye en su proceso de resolución, y la información en términos de frecuencia es más fácil de comprender que la dada en forma de probabilidades, puesto que la resolución se puede realizar con un razonamiento numérico.

Cada futuro profesor resolvió individuamente por escrito la tarea, en tiempo de clase de un seminario de la parte práctica de la asignatura. Previamente, se motivó a los futuros profesores, hablándoles de la importancia de la cultura estadística y de la correcta comprensión de las tablas como parte de dicha cultura.

El análisis de los datos fue eminentemente cualitativo y descriptivo, basado en la técnica de análisis de contenido (COOK; REICHARDT, 2000). Para cada pregunta se compararon las diversas respuestas, y con un proceso cíclico e inductivo se llegó a las categorías que presentamos al describir los resultados. Se obtuvo la frecuencia de respuestas en cada categoría identificada y se presenta, a modo de tabla de frecuencias y porcentajes, los resultados obtenidos de nuestro análisis.

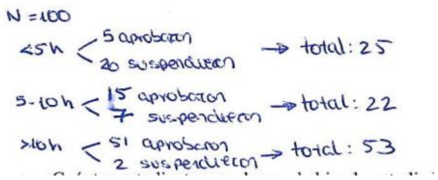
## Resultados y discusión

A continuación se exponen, en primer lugar, los resultados obtenidos en la construcción de la tabla, y seguidamente los que corresponden a la interpretación de los diferentes tipos de frecuencias que se piden en la tarea (Figura 2).

## Construcción de la tabla de doble entrada

Hubo cinco futuros profesores que respondieron incorrectamente a la tarea de construcción de la tabla. Dos de ellos tuvieron dificultad para organizar las variables de modo tabular, con sus correspondientes categorías, en una tabla de doble entrada: uno de ellos solo construye una tabla de frecuencias de la variable horas de estudio y el otro reconoce los datos de la tarea, pero construye un diagrama de árbol (Figura 3). Con esta representación no es capaz de cruzar las categorías de filas y columnas y disponer de toda la información de la situación (por ejemplo, de la distribución de frecuencias marginal de la variable calificación en la prueba: aprobados y suspensos, independientemente del tiempo de estudio, para poder responder a la pregunta número 4).

Figura 3 - Respuesta de AGM a la construcción de la tabla de doble entrada




Fuente: Respuesta de un futuro profesor

Otros tres futuros profesores respondieron incorrectamente, debido a la colocación equivocada de los valores en la tabla. Uno de estos participantes (Figura 4) no identifica la variable cualitativa (suspensos, aprobados) y construye una tabla simple del número de las horas de estudio. Los otros dos futuros profesores no fueron capaces de deducir las celdas con valores faltantes a partir de los datos del enunciado.

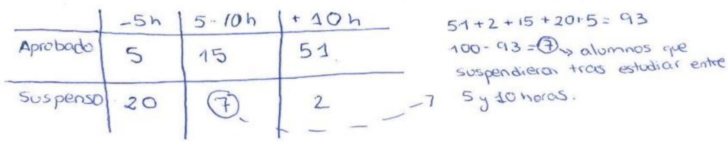
Figura 4 - Construcción incorrecta de la tabla de doble entrada por MO

| | Aprobaron | Suspendieron | Alumnos |
|---|---|---|---|
| - 5 h | 5 | | |
| 5 y 10 h | 15 | | |
| + 10 h | 53 | 2 | 55 |
| total | 75 | 25 | 100 |

Fuente: Respuesta de un futuro profesor

En las respuestas parcialmente correctas los futuros profesores representan correctamente los datos de la tarea pero, o bien no completan los totales en la tabla (Figura 5), o se cometen errores al calcular las frecuencias de las celdas faltantes (Figura 6). Por otro lado, el estudiante CP utiliza posteriormente estrategias aditivas para resolver las preguntas planteadas, como se observa en la figura, ya que resta al total de alumnos (100) la frecuencia doble de estudiantes aprobados habiendo estudiado entre 5 y 10 horas. En realidad, está calculando el complementario de dicha frecuencia doble, con lo cual no es capaz de obtener la frecuencia condicional.

Figura 5 - Construcción de la tabla de doble entrada por CP

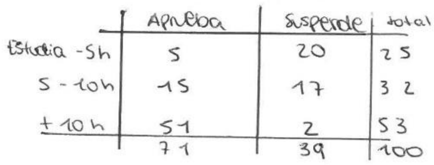


| | -5 h | 5 - 10 h | + 10 h |
|---|---|---|---|
| Aprobado | 5 | 15 | 51 |
| Suspenso | 20 | 7 | 2 |



Fuente: Respuesta de un futuro profesor

Figura 6 - Construcción de la tabla de doble entrada por TP



| | Aprueba | Suspende | total |
|---|---|---|---|
| Estudia -5 h | 5 | 20 | 25 |
| 5 - 10 h | 15 | 17 | 32 |
| + 10 h | 51 | 2 | 53 |
| | 71 | 39 | 100 |

Fuente: Respuesta de un futuro profesor

En la Tabla 3 se muestran los resultados obtenidos en la tarea de construcción de la tabla de doble entrada, la cual requiere que previamente se identifiquen los datos de las diferentes celdas que la conforman. Observamos un buen desempeño de la muestra de futuros profesores de nuestro estudio pues, en general, el 58% de los participantes consiguen construir la tabla de doble entrada de manera correcta. Pero hay muchos que no completan totalmente la construcción de la misma (31,9%), la mayoría por no añadir los totales. Son pocos los que cometen errores de cálculo de las frecuencias en las celdas o que realizan una construcción incorrecta.

Tabla 3: Frecuencia (%) de respuestas de futuros profesores en la construcción de la tabla

| Tipo de construcción | | *Total* | *%* |
|---|---|---|---|
| Correcta | | 40 | 58,0 |
| Parcialmente correcta | Error en los cálculos | 2 | 2,9 |
| | No calcula totales | 22 | 31,9 |
| Construcción incorrecta o no construye | | 5 | 7,2 |

Fuente: Elaboración de las autoras

Nuestros resultados son un tanto mejores que los obtenidos en investigaciones previas. Por ejemplo, Estrella, Olfos y Mena (2015) proponen una tarea donde se pide identificar la tabla de doble entrada que se corresponde a un listado datos. Los autores observaron que solo el 51% de los profesores de Educación Primaria responden correctamente, mientras que en nuestro estudio, el 58% de participantes construye correctamente la tabla y, considerando que no se pide explícitamente que calculen los totales en la misma, las respuestas correctas junto a aquellas en que los futuros profesores no calculan los totales (parcialmente correctas) se aproximan al 90% de respuestas. Además, en nuestra investigación la tarea es más compleja que la propuesta en aquella, puesto que los profesores no debían construir ni interpretar la tabla, tan solo con el conteo de cada categoría de la variable era suficiente para evaluar la opción correcta.

## Lectura de la tabla de doble entrada

Para analizar las respuestas de los futuros profesores a las preguntas sobre la interpretación de diferentes tipos de frecuencia de la tabla que han construido, distinguimos sus respuestas en correctas, parcialmente correctas e incorrectas. Los principales errores en las respuestas incorrectas son debidos a conflictos al identificar el valor de la variable que condiciona o confundir tipos de frecuencias en la tabla, también encontramos errores de cálculo, especialmente en el cálculo de porcentajes, que generalmente se acompañan de una inadecuada notación simbólica al representar el resultado. A continuación, se analizan en primer lugar las preguntas correspondientes a frecuencias marginales, luego las que piden obtener frecuencias conjuntas y finalmente las que se refieren a frecuencias condicionales.

## Obtención de frecuencias marginales

Como se ha indicado, se plantearon tres preguntas correspondientes a frecuencias marginales, es decir, donde los estudiantes deben hallar el número de casos que corresponden a un valor o conjunto de valores de una sola variable.

En la *pregunta 2* (¿Cuántos alumnos y alumnas estudiaron para el examen más de 5 horas?), los futuros profesores han de sumar los valores de los totales de dos filas (o columnas de la tabla según la han construido) que se corresponden a los alumnos que estudian entre 5 y 10 horas y los que estudian más de 10 horas. Han de interpretar también la expresión “entre 5 y 10 horas” como mayor que 5 y menor que 10. En algunos casos, la respuesta es parcialmente correcta, al expresar el resultado como probabilidad y no como frecuencia absoluta que es lo que se pide, lo que puede encubrir una confusión entre estos dos conceptos, como se muestra en el siguiente ejemplo:

> MG: 22+53=75; 75/100 estudiaron más de 5 horas.

En el siguiente ejemplo observamos que MAA, elegidas las frecuencias correctas (marginales), divide cada una por sí misma. Tiene errores de cálculo y conflictos al utilizar conceptos pues, aunque identifica las celdas y la acción que debe emplear (sumar sus resultados), divide cada valor por sí mismo; además, según las operaciones que indica, el resultado debiera ser 2, ya que cada cociente tiene un valor unitario:

> MAA: >5 h=22/22+53/53=75/75.

En las respuestas a esta pregunta encontramos un conflicto consistente en no llegar a unir las dos categorías pedidas, usando sólo una de ellas. Por ejemplo, se responde 22, considerando únicamente los que estudian entre 5 y 10 horas, o bien 15, considerando solo los aprobados. Este último caso es mucho más preocupante, porque se muestra un doble conflicto al confundir, además, la frecuencia marginal (22) con la frecuencia conjunta (15), que ha sido un conflicto identificado en la literatura previa en el estudio de la probabilidad a partir de la tabla de doble entrada (CONTRERAS et al., 2010, ESTRADA; DÍAZ, 2006).

Otro participante responde 20+5=25 (CP), al considerar los alumnos que justamente estudian menos de 5 horas, confundiendo en este caso un suceso con su complementario. Finalmente, RO interpreta incorrectamente la desigualdad:

> RO: 28, porque el total que estudia menos de 5 h es 25 y los que estudian más de 10 son 53; restando estos valores obtengo 28.

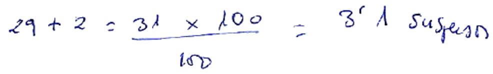
Otros errores se deben a lectura incorrecta de la tabla al identificar otras celdas, como por ejemplo JAL, que suma los estudiantes aprobados (15 + 51=66) al considerar los estudiantes que estudian más de 5 horas y aprueban, es decir, confunde frecuencia conjunta y marginal, conflicto similar a la confusión entre probabilidad simple y conjunta identificado por Contreras et al. (2010) y Estrada y Díaz (2006). Encontramos finalmente algunos participantes con dificultad para expresar las operaciones realizadas para obtener la solución.

La *pregunta 4* (¿Cuál es el porcentaje de suspensos?) y la *pregunta 5* (¿Qué porcentaje de alumnos estudia más de 10 horas para preparar el examen?) piden frecuencias marginales porcentuales de un valor de la variable que, según las respuestas de los futuros profesores, observamos que tuvieron una dificultad similar.

Encontramos mayor número de respuestas parcialmente correctas en estas preguntas debido, principalmente, a que los futuros profesores emplean la notación simbólica del porcentaje con errores, por ejemplo, al combinar el símbolo del porcentaje con los números decimales, como se muestra en la respuesta de MC a la pregunta 5: "53/100=0,53% de los alumnos".

Las respuestas incorrectas a estas dos preguntas se deben a conflictos en la lectura de la tabla, como se muestra en la Figura 7, donde DL suma a 29 el valor 2. Además, no nota que al ser el total de la muestra 100, el porcentaje de 31 es exactamente 31%. Estos alumnos también muestran un escaso razonamiento proporcional. Otros errores son debidos a la construcción de la tabla, lo que conlleva a responder de modo incorrecto.

Figura 7 - Respuesta incorrecta a la pregunta 4 de DL




Fuente: Respuesta de un futuro profesor

En la Tabla 4 se muestran los resultados correspondientes a las preguntas en que se pide la identificación de frecuencias marginales, que son en general buenos, siendo más difícil la primera pregunta, donde los estudiantes han de identificar dos categorías de una de las variables y sumar sus valores. La mayor parte de los errores en la pregunta 2 son debidos a confusión entre conceptos; por ejemplo, diferenciar entre los tipos de frecuencia y, en algunos casos, encontramos estudiantes que confunden un suceso y su complementario. Otros estudiantes interpretan incorrectamente la desigualdad. Se arrastran errores debidos a la construcción de la tabla y otros de cálculo, siendo muy pocos los que dejan la pregunta sin responder.

Tabla 4: Frecuencia (%) de respuestas de futuros profesores al interpretar una frecuencia marginal

| | | Pregunta | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | *2* | | *4* | | 5 | |
| Tipo de respuesta | | *N* | *%* | *N* | *%* | *N* | *%* |
| Correcta | | 47 | 68,1 | 56 | 81,2 | 56 | 81,2 |
| Parcialmente correcta | | 3 | 4,3 | 6 | 8,7 | 7 | 10,1 |
| Incorrecta | Confunde conceptos | 16 | 23,1 | | | 1 | 1,4 |
| | Construcción de la tabla | 2 | 2,9 | 3 | 4,3 | 2 | 2,9 |
| | Error de cálculo | | | 3 | 4,3 | 2 | 2,9 |
| No responde | | 1 | 1,4 | 1 | 1,4 | 1 | 1,4 |

Fuente: Elaboración de las autoras

## Obtención de frecuencias condicionales

Se plantearon cuatro preguntas diferentes correspondientes a frecuencias condicionales. En la *pregunta 1* (¿Cuántos estudiantes aprobaron, habiendo estudiado menos de 10 horas?), se debe comenzar identificando dos categorías de la variable tiempo de estudio, para sumar sus valores, según la condición.

Entre las respuestas incorrectas encontramos a MAA, que usa la suma de fracciones al considerar las condicionales según el tiempo de estudio. Aunque los numeradores los ha identificado bien (estudiar 5 horas o estudiar entre 5 y 10), ha considerado los totales en dicha variable y en lugar de sumar solo estos dos numeradores, divide cada uno de ellos por el total de estudiantes que cumplen dicha condición (información que añade de manera equivocada). Por tanto, está calculando y sumando dos probabilidades condicionales (aunque sólo se pedía la frecuencia) y el cálculo de la probabilidad condicional (probabilidad de aprobar habiendo estudiado menos de 10 horas) es incorrecto, pues dicha probabilidad sería 20/47, es decir, la suma de los numeradores, dividida por la suma de los denominadores, como responde otro estudiante (CU), dando en la probabilidad condicional de aprobar, habiendo estudiado menos de 10 horas.

> MAA: Aprobaron <10h =5/25+15/22=20/47
>
> CU: 20/47, Hay que tomar las personas que aprobaron, estudiando menos de 5 horas y las que estudiaron entre 5 y 10 horas entre las personas que estudiaron menos de 10 horas (5+15)÷(25+22).

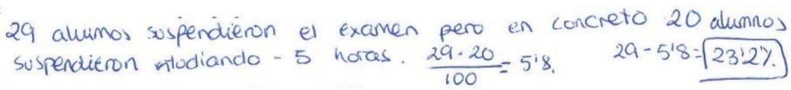
Encontramos de nuevo errores debidos a confusión entre diferentes tipos de frecuencia; por ejemplo, MG identifica la condición pero no las celdas correctas para responder a la pregunta; este alumno confunde la frecuencia marginal con la condicional, que se trata de un conflicto comentado anteriormente relativo a la confusión entre probabilidad simple, compuesta y condicional descrito en la literatura previa sobre el estudio de la probabilidad a partir de la tabla de doble entrada (CONTRERAS et al. 2010; ESTRADA; DÍAZ, 2006). Otros estudiantes, al no considerar las condiciones de la pregunta, responden solo indicando los datos 5 o 15, o usan una condición incorrecta, al considerar sólo los alumnos que estudian menos de 5 horas o entre 5 y 10 horas, sin unir (sumar) los dos valores.

MG: 25+22=47; 47/100 alumnos

La *pregunta 3* (¿Cuántos alumnos suspendieron, habiendo estudiado entre 5 y 10 horas?) es la que tiene mayor número de respuestas correctas. Aunque con la lectura literal de la tabla se puede responder a la pregunta, seguimos encontrando estudiantes que usan celdas incorrectas y las combinan con cálculos.

En la *pregunta 6* (Considerando sólo los alumnos que suspendieron el examen, ¿qué porcentaje estudió menos de 5 horas para preparar el examen?) encontramos mayor número de respuestas incorrectas, destacando aquellas en que los futuros profesores leen mal la tabla o calculan mal el porcentaje. Un ejemplo se muestra en la Figura 8, donde AM identifica correctamente la condición pedida (suspender el examen) y su frecuencia (29), así como el número de alumnos que estudiaron menos de 5 horas bajo esta condición (20), pero al calcular el porcentaje comete error.

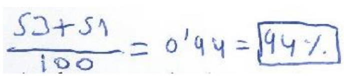
Figura 8 - Respuesta incorrecta a la pregunta 6 del estudiante AM




Fuente: Respuesta de un futuro profesor

En la *pregunta 8* (De entre los que alumnos que estudiaron más de 10 horas, ¿qué porcentaje aprobó el examen?) el índice de respuestas correctas es bajo y similar al de la pregunta 6. Los estudiantes principalmente indican el total de estudiantes que estudiaron más de 10 horas (53 estudiantes) y olvidan la condición; en otras ocasiones, calculan el porcentaje respecto al total de estudiantes del estudio (100 estudiantes) y responden incorrectamente 51%, por lo que confunden frecuencia condicional y conjunta. En otros casos se cometen errores de cálculo en el porcentaje, como se muestra en la Figura 9, donde se identifican las celdas correctamente, pero se combinan mal y se opera con error.

Figura 9 - Respuesta incorrecta a la pregunta 8 del estudiante AR




Fuente: Respuesta de un futuro profesor

Tabla 5: Frecuencia (%) de respuestas de futuros profesores al obtener una frecuencia condicional

| | | Pregunta | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 | | 3 | | 6 | | 8 | |
| | | N | % | N | % | N | % | N | % |
| Correcta | | 51 | 73,9 | 59 | 85,5 | 20 | 29 | 26 | 37,7 |
| Parcialmente correcta | | 2 | 2,9 | 3 | 4,3 | 12 | 17,4 | 12 | 17,4 |
| | Confunden conceptos | 4 | 5,8 | 2 | 2,9 | 13 | 18,8 | 20 | 29 |
| | Error al condicionar | 11 | 15,9 | 1 | 1,4 | 5 | 7,2 | 3 | 4,3 |
| | Construcción de la tabla | | | 2 | 2,9 | 4 | 5,8 | | |
| | Error de cálculo | | | 1 | 1,4 | 10 | 14,5 | 3 | 4,3 |
| No responde | | 1 | 1,4 | 1 | 1,4 | 5 | 7,2 | 5 | 7,2 |

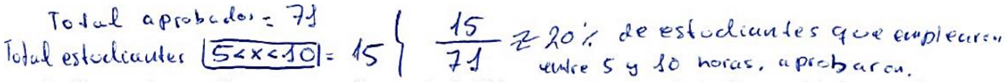
Fuente: Elaboración de las autoras

En la Tabla 5 se presentan los resultados de los futuros profesores al obtener una frecuencia condicional, que son buenos en las preguntas 1 y 3 pero un tanto peores en las preguntas 6 y 8. Aparentemente estas dos preguntas debieran tener la misma dificultad que las anteriores, e incluso menos que la primera, donde se debía identificar dos categorías de la variable horas de estudio para sumar sus valores, según la condición. La explicación que podemos ofrecer a esta mayor dificultad es el escaso razonamiento proporcional de los futuros profesores, que confunden diferentes tipos de conceptos o cometen errores en el cálculo del porcentaje. Además, en la pregunta 6 se invierte el orden temporal de los sucesos, pues se da como condición suspender el examen, hecho que ocurre después de haber estudiado, lo que posiblemente produzca confusión, que es lo que se conoce como falacia en el eje temporal, descrita en el cálculo de una probabilidad condicional por Falk (1986). Dicha falacia consiste en suponer que, cuando se calcula una probabilidad condicional, el suceso condicionante ha de ocurrir antes que el suceso condicionado y en nuestro caso, podría darse en el cálculo de una frecuencia condicional.

## Obtención de frecuencias conjuntas

Se planteó únicamente una cuestión sobre obtención de frecuencias conjuntas, la *pregunta 7* (¿Qué porcentaje de estudiantes estudió entre 5 y 10 horas y aprobó el examen?), que implica, en primer lugar, identificar la correspondiente celda de la tabla y realizar una lectura directa de la misma para, seguidamente, calcular el porcentaje respecto al total de estudiantes (100). Las respuestas se consideran parcialmente correctas si encontramos dificultades al expresar la solución. Entre las respuestas incorrectas, encontramos futuros profesores que confunde diferentes tipos de frecuencia, como el ejemplo mostrado en la Figura 10, donde se localiza la frecuencia doble pero en lugar de calcular el porcentaje respecto al total de estudiantes lo calcula respecto al número de aprobados, es decir, confunde la frecuencia conjunta con la condicional. En otros casos (Figura 11), se calcula la frecuencia condicional respecto al número de estudiantes que han estudiado entre 5 y 10 horas, confundiendo también esta frecuencia con la conjunta.

Figura 10 - Respuesta incorrecta a la pregunta 7 del estudiante AB




Fuente: Respuesta de un futuro profesor

Figura 11 - Respuesta incorrecta a la pregunta 7 del estudiante MG


Fuente: Respuesta de un futuro profesor

Sólo el 33,3% de los futuros profesores realizó correctamente la tarea, como observamos en la Tabla 6, siendo muy numerosos los conflictos debidos a la confusión entre diferentes tipos de frecuencias.

Tabla 6: Frecuencia (%) de respuestas de futuros profesores al obtener una frecuencia conjunta

| | | Pregunta 7 | |
|---|---|---|---|
| | | N | % |
| Correcta | | 23 | 33,3 |
| Parcialmente correcta | | 1 | 1,4 |
| Incorrecta | Confusión de frecuencias | 33 | 47,8 |
| | Construcción de la tabla | 6 | 8,7 |
| | Error de cálculo | 2 | 2,9 |
| No responde | | 4 | 5,8 |

Fuente: Elaboración de las autoras

Nuestros resultados a esta pregunta son un tanto peores que los obtenidos en otras investigaciones relacionadas, por ejemplo, Díaz-Levicoy et a. (2016), donde se pide la lectura literal de una frecuencias doble en la tabla, que fue resuelta correctamente por el 93% de futuros profesores. La tarea, sin embargo, es más sencilla que la que planteamos en nuestro estudio, porque en aquella se trata de una lectura literal, sin necesidad de relacionar datos en los cálculos.

## Síntesis de resultados en el cálculo de frecuencias

Para comparar mejor los resultados del análisis de las respuestas de los futuros profesores a las diferentes preguntas planteadas sobre la lectura de la tabla, que los mismos participantes han construido, presentamos en la Tabla 7 el porcentaje de respuestas correctas, donde se han marcado las características de las mismas, según los contenidos estadísticos que se pidan interpretar: frecuencia condicional, marginal o conjunta, eje temporal en la condicional, o bien desigualdades y frecuencia porcentual.

No se observa gran diferencia de dificultad en las preguntas relativas a la lectura en la tabla de la frecuencia marginal o la frecuencia condicional cuando se pide en forma absoluta. Por el contrario, se obtuvieron peores resultados en la identificación de la frecuencia conjunta y en las últimas preguntas referidas a la identificación de frecuencias condicionales que implican cálculos de porcentajes. En este sentido, la necesidad de calcular porcentajes en el caso de frecuencias condicionales ha sido un factor de gran dificultad para los futuros profesores.

Tabla 7: Porcentaje de respuestas correctas y características de las diferentes tareas

| Pregunta | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| % correctas | 73,9 | 68,1 | 85,5 | 81,2 | 81,2 | 29 | 33,3 | 37,7 |
| Frecuencia condicional | x | | x | | | x | | x |
| Frecuencia marginal | | x | | x | x | | | |
| Frecuencia conjunta | | | | | | | x | |
| Eje temporal | | | | | | x | | |
| Desigualdades | x | x | | | | | | |
| Porcentaje | | | | x | x | x | x | x |

Fuente: Elaboración de las autoras

Respecto a la necesidad de manejar desigualdades (dos primeras preguntas), tampoco ha sido fuente especial de dificultad. Un elemento que ha causado dificultad ha sido la inversión del eje temporal en el condicionamiento, en la pregunta 6 (Considerando sólo los alumnos que suspendieron el examen, ¿qué porcentaje estudió menos de 5 horas para preparar el examen?), que ha sido mucho más difícil de resolver que el resto de preguntas de cálculo de frecuencias condicionales.

## Conclusiones

El conocimiento común que muestran los 69 futuros profesores de Educación Primaria al construir la tabla de doble entrada fue generalmente bueno e incluso se mostró adecuado en parte de las preguntas sobre conocimiento avanzado que se plantean en la tarea de investigación, donde deben identificar diferentes tipos de frecuencias de la tabla (marginales, condicionadas y conjuntas). Este conocimiento se mostró mucho más adecuado en aquellas preguntas donde no se tiene que calcular porcentajes, manejar desigualdades o tener en cuenta el eje temporal invertido, factores que han incrementado bastante la dificultad de las tareas. En estos casos, observamos la limitada capacidad en la lectura e interpretación de la tabla de doble entrada, que los mismos participantes han construido. Por ejemplo, hay futuros profesores que realizan cálculos para responder a preguntas que con un simple vistazo a la tabla podrían responder.

Nuestra investigación aporta gran información en torno a los conflictos que se muestran en las respuestas dadas por los participantes al interpretar la tabla de doble entrada. Por ejemplo, en la investigación de Alveal y Rubilar (2012) se evidencia la baja habilidad de los profesores y futuros profesores al codificar y decodificar información representada en tablas y gráficas estadísticas en una muestra de 47 profesores en ejercicio y 44 futuros profesores (en Formación Inicial Docente), obteniendo en cuanto a la codificación de la información que corresponde a dos o más variables que, el logro difiere entre los futuros profesores (64% no aportan representaciones alternativas a la información que se representa en el ítem) y profesores en ejercicio (40,4% no aportan representaciones alternativas a la información que se presenta en el ítem), pero no observan cuáles son los conflictos que mayormente ocurren en sus respuestas.

En el análisis de las respuestas se ha observado que los estudiantes no siempre atribuyen a las expresiones matemáticas los significados considerados correctos institucionalmente, es decir, presentan conflictos semióticos al confundir conceptos y utilizar el lenguaje simbólico. En particular, hemos detectado muchos casos de confusión de frecuencia absoluta y porcentaje o probabilidad, o confusión entre frecuencia absoluta y relativa, e igualmente de confusión entre frecuencias dobles, condicionales y marginales. Estos resultados confirman otros similares referidos al cálculo de probabilidades en las tablas de doble entrada, puesto que en el estudio de Estrada y Díaz (2006) el 50% de participantes responde correctamente a preguntas sobre probabilidad compuesta (el porcentaje supera al 75% en el caso de la probabilidad simple), y las dificultades más destacadas son la confusión entre probabilidades simples, compuestas y condicionales. En Contreras et al. (2010) los resultados son un tanto peores que los anteriores.

En consecuencia, los futuros profesores de la muestra no han adquirido un significado adecuado de los distintos tipos de frecuencia que se pueden obtener a través de una tabla de doble entrada (condicional, marginada y conjunta), por lo que sería necesario extender la investigación para analizar la profundidad de los conflictos que hemos detectado.

Como indican Arteaga, Batanero, Cañadas y Contreras (2011), se espera que un ciudadano sea capaz de leer críticamente tablas y gráficos estadísticos, más allá de su mera lectura literal. En este sentido, nuestra mirada está puesta en el futuro profesor, quien requiere dominar el tema para poder planificar y diseñar su enseñanza. Los resultados de este trabajo muestran la necesidad de reforzar la formación de los futuros profesores, donde se diseñen propuestas de enseñanza específicas para su formación, como, por ejemplo, la descrita por Saire (2019) para estudiantes de secundaria pueden contribuir en este propósito.

## Agradecimientos

Proyecto EDU2016-74848-P (AEI, FEDER) y Grupo FQM-126 (Junta de Andalucía).

## Referencias

ALVEAL, F. R.; RUBILAR, P. R. S. Habilidades de codificación y descodificación de tablas y gráficos estadísticos: un estudio comparativo en profesores y alumnos de pedagogía en enseñanza básica. *Avaliação: Revista da Avaliação da Educação Superior*, vol. 17, no 1, P. 207-235, 2012.

ARTEAGA, P.; BATANERO, C.; CAÑADAS, G.; CONTRERAS, J. M. Las tablas y gráficos estadísticos como objetos culturales. *Números*, v. 76, n. 1, p. 55-67. 2011.

CAÑADAS, G. *Comprensión intuitiva y aprendizaje formal de las tablas de contingencia en alumnos de psicología.* Tesis doctoral. Universidad de Granada. 2012.

CONTRERAS, J. M.; ESTRADA, A.; DÍAZ, C.; BATANERO, C. Dificultades de futuros profesores en la lectura y cálculo de probabilidades en tablas de doble entrada. En MORENO, M.; CARRILLO, J.; ESTRADA, A. (Eds.), Investigación en Educación Matemática, XIV. (pp. 271-280). Léroda: SIEM. 2010.

COOK, T. D.; REICHARDT, C. S. *Métodos cualitativos y cuantitativos en investigación evaluativa*. Barcelona: Paideia. 2000.

CURCIO, F. R. *Developing graph comprehension*. Reston, VA: NCTM. 1989.

DÍAZ, C.; DE LA FUENTE, E.I. Conflictos semióticos en el cálculo de probabilidades a partir de tablas de doble entrada. *Biaix*, v. 24, n.1, p. 85-91. 2005.

DÍAZ-LEVICOY, D.; SEPÚLVEDA, A.; VÁSQUEZ, C.; OPAZO, M. Lectura de tablas estadísticas por futuras maestras de educación infantil. *Educação Matemática Pesquisa*, v. 18, n. 3, p. 1099-1115. 2016.

ENGEL, J. (2019). Cultura estadística y sociedad. En Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística. Actas… Granada. Disponible en www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html

ESTEPA, A. *Concepciones iniciales sobre la asociación estadística y su evolución como consecuencia de una enseñanza basada en el uso de ordenadores.* Tesis doctoral. Universidad de Granada. 1994.

ESTRADA, A.; DÍAZ, C. Computing probabilities from two-way tables. An exploratory study with future teachers. En ROSSMAN, A.; CHANCE, B. (Eds.), Seventh International Conference on Teaching of Statistics. Proceedings Salvador de Bahia. 2006.

ESTRELLA, S.; OLFOS, R.; MENA, A. El conocimiento pedagógico del contenido de estadística en profesores de primaria. Educação e Pesquisa, vol. 41, no 02, p. 477-493. 2015.

FALK, R. Conditional probabilities: insights and difficulties. In: Second International Conference On Teaching Statistics. Proceedings 1986.

FRAILE, J. *Matemáticas 3*. Barcelona: Vicens Vives. 2015.

GABUCIO, F., MARTÍ, E., ENFEDAQUE, J., GILABERT, S., KONSTANTINIDOU, A. (2010). Niveles de comprensión de las tablas en alumnos de primaria y secundaria. *Cultura y Educación*, v. 22, n. 2, p. 183-197. 2010.

GODINO, J. D. Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *UNIÓN. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, v. 20, p.13-31. 2009

GODINO, J. D. Construyendo un sistema modular e inclusivo de herramientas teóricas para la educación matemática. En Segundo Congreso International Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos. Actas… 2017. Disponible en, http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/civeos/godino.pdf

GODINO, J. D.; BATANERO, C.; FONT, V. The onto-semiotic approach: implications for the prescriptive character of didactics. *For the Learning of Mathematics*, v. 39, n.1, p. 37- 42. 2019.

GODINO, J. D.; GIACOMONE, B.; BATANERO, C.; FONT, V. Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema*, v. 31, n. 57, p. 90-113. 2017.

LONJEDO, M. A.; HUERTA, M. P. La naturaleza de las cantidades presentes en el problema de probabilidad condicional. Su influencia en el proceso de resolución del problema. En Investigación en Educación Matemática IX. Noveno Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. 2005. p. 203-212.

MECD. *Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria.* Madrid: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte. 2014.

MINEDUC. Matemática Educación Básica. Bases curriculares. Santiago: Autor. 2012.

MIUR. Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione. 2012.

NCTM. *Principles and standards for school mathematics.* Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics. 2000.

Ortiz, J. J. *La probabilidad en los libros de texto.* Granada: Universidad de Granada. 2002.

PINO-FAN, L.; GODINO, J. D. Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. *Paradigma,* v. 36, n.1, p. 87-109. 2015.

SAIRE, J. Secuencia de actividades para la enseñanza de la tabla de frecuencias para estudiantes de primer año de secundaria. En Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística. Actas. Disponible en www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html, 2019.

WILD, C. J.; PFANNKUCH, M. Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, v. 67, n.2, p. 223-265. 1999.

Recebido: 15/05/2019

Aprovado: 24/07/2019