Algunos hallazgos y dificultades sobre los resultados de la evaluación de competencias en matemáticas en el Examen de Estado

PARTICIA PEDRAZA DAZA
NIDIA RODRIGUEZ
YULY MARSELA VANEGAS[1]
ICFES

La evaluación es tema fundamental en la discusión sobre la educación matemática y sus referentes incorporan aspectos conceptuales, sino metodológicos, didácticos de la matemática escolar acorde con los lineamientos vigentes. Tal es el caso de la evaluación por competencias en el Examen de Estado, que ha sido objeto de análisis y críticas sobre la manera como ha interpretado y diseñado el instrumento de evaluación, en particular las preguntas que dan cuenta de las competencias interpretativa, argumentativa y propositiva en matemáticas. Sabemos que su análisis permite conceptualizar cada vez mejor la evaluación y así mismo ofrecer a la comunidad de matemática educativa otros elementos de reflexión sobre lo que nos ocupa: cualificar la educación básica y media.

1 Profesionales del Grupo de Medición y Evaluación. Subdirección de Aseguramiento de la Calidad. ICFES. profh400@acuario.icfes.gov.co. Teléfono: 3410464. Fax: 3362740

Como producto de las aplicaciones realizadas en el examen de estado del año 2000, se produjo un documento que contiene análisis específicos de las preguntas que componen la prueba de matemáticas en las aplicaciones de marzo y agosto, con el propósito de identificar, a partir de los resultados psicométricos de las pruebas, algunos hallazgos, fundamentalmente problemáticas e inferir posibles explicaciones de sus resultados. Si bien la conceptualización de las competencias evaluadas en el examen de estado aún es tema de discusión sobre su legitimidad, coherencia y pertinencia con la realidad educativa, consideramos que el analizar los resultados de esta evaluación contribuye a esta discusión y a puntualizar algunos de los requerimiento que el examen hace a los estudiantes y por ende, a lo que se espera de la educación básica y media.

Esta *comunicación breve* pretende, entonces, mostrar cuáles fueron los resultados más relevantes, en términos de tendencias encontradas tanto en las competencias interpretativa, argumentativa y propositiva en matemáticas, así como en los ejes conceptuales.

Referencias

LA FORMACIÓN MATEMÁTICA DE LOS ESTUDIANTES EN LA EDUCACIÓN BÁSICA Y MEDIA: UNA LECTURA DESDE LA EVALUACIÓN. Documento de Trabajo. Grupo de Medición y Evaluación Educativa. Subdirección de Aseguramiento de la Calidad. ICFES. Bogotá, 2001.

Introducción a la Recta con Infinitesimales

KEMEL GEORGE
UNIVERSIDAD DEL MAGDALENA

Desde la publicación del principal libro de Robinson,[1] el análisis matemático no es el mismo. Según el eminente historiador y su principal biógrafo, J. W. Dauben,[2] Robinson descubrió y desarrolló el análisis no estándar como una teoría rigurosa de los infinitesimales que une la lógica matemática con el gran cuerpo de la historia y la matemática moderna.

La denominación de *no estándar* a la teoría de Robinson, parte del reconocimiento de que ya se ha impuesto un análisis oficial, convencional ó estándar. Robinson le otorga crédito a las ideas germinales del renombrado lógico Thoralf Skolem, quien en 1934 demostró que el sistema de los números naturales no podía ser caracterizado por ningún conjunto que tuviese sus mismas propiedades aritméticas, que fuesen formuladas en el cálculo de predicados de primer orden[3]. La teoría de

Robinson va mucho más allá de los infinitesimales, pues su construcción utiliza lo que se conoce en *lógica matemática* como Teoría de Modelos. Por ejemplo, el campo de los *hiperreales* es un modelo en el que se cumplen ciertas fórmulas que definen a los infinitesimales. Este enfoque lógico constituye -por ahora- un área sólo para especialistas en la materia, aunque puede ser didácticamente expuesta, como nosotros lo haremos.

El cálculo infinitesimal, o sea, el cálculo con *infinitamente grandes e infinitamente pequeños*, después de Robinson, se despliega en varias tendencias en el área de la Educación Matemática, de las cuales nuestra línea de investigación es una de tantas. A partir de la construcción teórica de Robinson, se insinúan varias direcciones de investigación, que de una u otra forma repercuten en el aula de clase. Destacamos, en primer lugar, la que se ha delineado desde Nelson[4], que consiste en insertar tres nuevos axiomas en la teoría axiomática de los conjuntos de Zermelo-Fraenkel cuyas siglas son ZFC. Surge así la *Teoría Interna de Conjuntos* IST. Esta construcción tiene varios seguidores, como Robert[5] y varios otros exponentes en Francia quienes han editado textos escolares que sirven de base a cursos de cálculo.

Hay métodos de construcción de la recta no estándar, como los de Hurd-Loeb[6] y Lindstrom,[7] quienes obtienen el campo de los *hiperreales* –con tres tipos de cantidades, reales ordinarios, reales infinitos e infinitesimales- utilizando sucesiones numerables de reales ordinarios, identificadas entre sí mediante *ultrafiltros.* Algunas construcciones del cálculo infinitesimal las une el *Principio de* T*ransferencia*, que significa que toda fórmula válida en los reales ordinarios se acepta válida en el nuevo modelo no estándar. Desde el punto de vista cognitivo, no es nada claro que estos métodos sean más atractivos en el aula de clase que los tradicionales; por el contrario, por su alto nivel de abstracción lógica, son inaccesibles para los físicos, los ingenieros y la gran mayoría de los estudiantes de licenciaturas, aunque varios autores hacen un esfuerzo de popularización en el pregrado y en ciertas instituciones de enseñanza básica, como se nota en Henle y Kleinberg[8].

Un debate que se dio en la Rusia de 1930, seguramente arrojará más luz sobre el problema de la enseñanza del cálculo moderno y el uso de infinitesimales. Recientemente, se conocieron las *Cartas*[9] que escribió el gran matemático ruso Luzín a Vygodskii –no el psicólogo, sino el matemático - a propósito de su libro sobre los *Fundamentos del Cálculo Infinitesimal*. Luzin –hace siete décadas!- le apoya su idea de enseñar el cálculo con infinitesimales, los que considera científicamente sustentables, contra la inclusión del concepto de límite, al que reconoce le produjo siempre una aversión, desde el punto de vista cognitivo.

Esta es precisamente la tendencia que nos interesa relievar, la que se orienta hacia la *educación matemática*, o sea que basa su énfasis en el proceso de enseñanza-aprendizaje, en el que se usa el análisis no estándar como *herramienta*. La idea es que, sin dejar de lado las construcciones lógicas o conjuntistas antes mencionadas, el renacimiento de los infinitesimales en la educación matemática combine varias metodologías con un objetivo cognitivo y didáctico. Este esfuerzo puede percibirse en cierta medida en Keisler[10] y en el mismo Henle y Kleinberg. Esta labor se encuentra reforzada por los grupos de investigación en México, con Imaz[11] y en Colombia con Takeuchi,[12] entre otros. La propia denominación de la actividad, el *Cálculo Infinitesimal*, o como nosotros preferimos llamar, el cálculo con infinitesimales, que retoma las ideas originales de Leibniz y Newton, reafirman la inclinación de esta metodología.

1 A. Robinson, *Non-Standard Analysis*, North-Holland Pub. Co., Amsterdam, 1966, Revised edition, 1974.

2 J.W. Dauben, *Abraham Robinson: The Creation of Nonstandard Analysis, A personal and Mathematical Odyssey,* Princeton University Press, 1995.

3 W. A. J. Luxemburg, Prólogo al libro de Robinson.

4 E.Nelson, «Internal set theory: a new approach to nonstandard analysis», *Bol. of the American Mathematical Soc*., Vol.83, Nov.6, 1977.

5 A.Robert, *Analyse non standard (1985), Nonstandard Analysis,* John Wiley & Sons, 1988.

6 A.E.Hurd, P.A.Loeb, *An Introduction to Nonstandard Real Analysis,* Academic Press, Inc. 1985.

7 T.Lindstrom, *An Invitation to Nonstandard Analysis -Nonstandard Analysis and its Applications-,* Edited by N.Cutland, Cambridge University Press, 1988.

8 J.M.Henle, E.M.Kleinberg, *Infinitesimal Calculus,* The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, and London, England, 1979.

9 N. N. Luzín, *Cartas,* "The evolution of ...", *The Mathematical association of America*, Monthly 107, january 2000

10 H.J.Keisler, *Elementary Calculus,* Prindle, Weber & Schmidt, Inc., 1976.

11 C.Imaz, «Infinitesimal models for Calculus», *Bol.Sociedad Matemática Mexicana, Vol.29, 2,1984.*

12 Y.Takeuchi, *Teoría de funciones no estandar*, Depto. de Matemática y Estadística, Universidad Nacional de Colombia, 1983.