

A tecnologia digital como estruturadora do pensamento geométrico

Digital Technology structuring of geometric thinking

MARGARETE FARIAS MEDEIROS¹

MARCUS VINICIUS DE AZEVEDO BASSO²

Resumo

O presente artigo trata de uma análise do ambiente de geometria dinâmica (GDE) como um possível recurso estruturador do pensamento geométrico a partir da construção de applets dos pontos notáveis da figura triângulo. A atividade foi realizada com estudantes do curso de licenciatura em matemática. De forma qualitativa e exploratória, fundamentada na teoria da gênese instrumental e em autores que tratam do tema da incorporação da tecnologia digital³, buscam-se evidências das mudanças ocorridas neste pensamento impulsionadas por esta tecnologia. A pesquisa sugere que existem fortes indícios de que a forma de pensar é alterada pelo uso, e que a partir deste uso melhora-se a capacidade em tarefas nas quais não se utiliza esta tecnologia.

Palavras-chave: Tecnologia Digital, Pensamento Geométrico, Geometria Dinâmica.

Abstract

This article deals with an analysis of the dynamic Geometry Environment (GDE) as a possible resource structuring of geometric thinking from the construction of applets of the notable points of the triangle figure. The activity was performed with students of the undergraduate course in mathematics. In an exploratory manner, based on the theory of instrumental genesis and in authors dealing with the theme of the incorporation of digital technology, there is evidence of the changes that occurred in this thought driven by such technology. The research suggests that there are strong indications that the way of thinking is altered by use, and that from that use improves the capacity in tasks in which this technology is not used.

Keywords: Digital Technology, Geometric Thinking, Dynamic Geometry.

¹ Mestra em Ensino de Matemática pela UFRGS, Doutoranda em Informática na Educação – PPGIE/UFRGS, Professora do Instituto Federal Catarinense – Campus Avançado Sombrio, e-mail: margarete.medeiros@ifc.edu.br.

² Doutor em Informática na Educação pela UFRGS, Professor do PPGIE/UFRGS, e-mail: mbasso@ufrgs.br.

³ Aqui utilizamos como “tecnologia digital para o ensino”.

Introdução

O impacto das Tecnologias Digitais (TD) é amplo, atinge a sociedade atual e introduz reordenamentos na vida das pessoas, “contribui para o desenvolvimento de ‘formas sociais virtuais’, e novas práticas a elas associadas” (COLL e MONEREO, 2010, p. 17). Vivemos numa “cultura do virtual” (BASSO e GRAVINA, 2012) com rápidas mudanças, aumento de interdependência e complexidade, conseqüentemente causando “mudança radical na forma de comunicar, agir, pensar e expressar (GOMES, 2015, p.14). Podemos afirmar que as mudanças na evolução do ser humano estão relacionadas com o avanço das tecnologias: “a hominização (...) vários milhões de anos; a pré-história nômade, quase um milhão de anos; a época agrícola e pecuária, (...) cerca de sete mil anos; a era industrial não chega a 300 anos; e da era digital, ainda temos apenas quatro décadas” (GOMES, 2015, p. 15).

Castells (apud GOMES, 2015) afirma que estamos diante de uma “mudança de época”; “a globalização mudou a maneira como trabalhamos, comunicamo-nos, e definitivamente, como vivemos (...)” (GOMES, 2015, p. 16). E se mudamos nossa forma de viver, nossa forma de pensar também muda?

A tecnologia é produto da cognição e sua produção é um processo cíclico, que se autoperpetua. A cognição inventa a tecnologia, a tecnologia inventada amplifica a habilidade da cognição para inventar tecnologia adicional, a qual amplifica, assim, a cognição... (NICKERSON, 2005, apud COLL e MONEREO, p. 49).

Assim, este artigo busca respostas sobre as possíveis mudanças que ocorrem no pensamento matemático [especificamente geométrico] quando utilizamos o ambiente de geometria dinâmica (GDE). Consideramos a TD não apenas como ferramenta de acesso ao conhecimento, mas como estruturadora do pensamento matemático, motivados em Papert (1993) o qual se refere a essas ferramentas como “ferramentas para o pensamento”, e em Basso e Gravina (2012, p. 13), os quais afirmam que “o artefato também tem o poder de agir sobre o sujeito”.

Para fundamentar nosso estudo, buscamos apoio em autores que tratam das mudanças impulsionadas pela utilização da TD. Analisamos as construções dos pontos notáveis do triângulo a partir das propriedades dos objetos matemáticos e apresentamos as potencialidades do *software*, as habilidades amplificadas nos sujeitos e as possíveis

mudanças no pensamento matemático, impulsionadas pelo uso da TD, fundamentadas nas referidas teorias.

Habilidades amplificadas no sujeito e as possíveis mudanças no pensamento geométrico

Consideramos que a TD influencia as nossas vidas, que existe um novo paradigma tecnológico em torno das TIC (Tecnologia da Informação e Comunicação) associado às transformações sociais, econômicas e culturais; que as “sociedades virtuais” e suas práticas expandiram devido a diversos fatores, sendo que um deles são as TIC, que afetam todos os âmbitos de atividades (COLL e MONEREO, 2010). A tecnologia configura a nossa vida (GOMEZ, 2015, p. 18):

Uma vez que a informação é produzida, consumida, atualizada e alterada constantemente, novas práticas de leitura, escrita, aprendizagem e pensamento, por exemplo, evoluem com ela. Os seres humanos desenvolvem o *software*, as plataformas e as redes que eventualmente programam e configuram as suas próprias vidas.

Nas palavras de Coll e Monereo (2010), as tecnologias “ampliam nossas habilidades do mesmo modo que os óculos, o microscópio ampliam nossa visão”. Leung e Bolite-frant (2015) salientam que o uso de ferramentas influencia a cognição e que o “Desenvolvimento de ideias matemáticas e conceitos tem sido estreitamente associado ao desenvolvimento da tecnologia” (p. 191).

Kaput e Hegedus (2007) colocam a TD como “infraestrutura” substancial para o desenvolvimento de soluções para problemas na Educação Matemática do século XXI. Os autores consideram impactante o aparecimento da geometria dinâmica nos anos oitenta, mas que atualmente ainda impactam professores e alunos, permitindo que construam e descubram a sua própria matemática. Laborde et al (2006) afirmam que a tecnologia contribui para a construção de outras visões sobre os conceitos geométricos (ângulos, quadriláteros, transformações). Os autores apontam que o ensino de geometria foi objeto de discussão nos últimos quarenta anos, no que diz respeito à dualidade empírica/teórica, e que foi apenas no final dos anos oitenta e início dos anos noventa que várias abordagens se fundiram, como veremos a seguir.

Duval (2000) distinguiu três processos cognitivos envolvidos em uma atividade geométrica: visualização, construção de ferramentas e argumentação dedutiva; sendo que

eles estão intimamente conectados e sua sinergia é necessária para aprendizagem em geometria. Além disso, o autor também analisou os processos de solução de um problema em geometria que depende da tomada de consciência da distinção das formas de apreensão: uma abordagem perceptiva, sequencial, discursiva e operatória. Nesse viés, o GeoGebra [um GDE] supre com os registros dinâmicos de representação semiótica (GRAVINA, 2015) no processo de ensino e aprendizagem da Geometria, impulsionando estas formas de apreensão.

Segundo Laborde et al (2006), os primeiros GDE vieram com a ideia subjacente de fornecer uma família de diagramas representando um conjunto de objetos e relações geométricas, em vez de apenas um diagrama estático. De acordo com Mariotti (2009), o movimento constitui-se como a principal característica de um GDE, e, para Laborde et al (2006), o modo de arrastar é um “elemento-chave”. Nas palavras de Borba, Scucuglia e Gladanis (2016, p. 30), as:

Distinções entre desenho e construção não faziam sentido quando construíamos objetos geométricos com lápis, papel e outras tecnologias, como régua e compasso, mas esta distinção começou a ser significativa com o uso de softwares de geometria dinâmica.

Enfatizam, ainda, que uma forma de verificar essa distinção seria a utilização do modo de arrastar, ou seja, se arrastarmos uma figura e ela se deformar, ela é apenas um desenho. Basso e Notare (2015), por sua vez, contribuem afirmando que “a possibilidade de representação e manipulação de objetos matemáticos abrem novas possibilidades para o pensamento matemático.”

Sob a perspectiva da gênese instrumental de Rabardel (1995), uma ferramenta afeta a maneira como o usuário resolve as tarefas e pensa. Nesta perspectiva, o instrumento não existe em si mesmo, torna-se um instrumento quando o sujeito foi capaz de apropriar-se dele e integrá-lo à sua atividade. O sujeito desenvolve procedimentos e regras de ações ao usar o artefato, que pode ser material ou simbólico, e, diante disso, constrói esquemas de ação instrumentada. “Um instrumento é um transformador (...) é invenção, na medida em que se move além e renova. Liberta reações e construções previamente treinadas criando novas respostas, (...)” (RABARDEL, 1995, p. 41). Laborde et al (2006) afirmam que o conhecimento matemático está intrinsecamente ligado ao conhecimento sobre como utilizar a ferramenta. Segundo os autores (ARTIGUE, 2002; LAGRANGE, 1999;

LABORDE 2003; apud LABORDE et al, 2006), “o desenvolvimento do conhecimento instrumental pode envolver o desenvolvimento do conhecimento matemático”.

De acordo com Coll e Monereo (2010), utilizar uma ferramenta não só permite que nossas habilidades melhorem, quando a utilizamos é como se ela deixasse uma marca, a qual designam como “rastros”, ou seja, uma vez que nos apropriamos de seu uso, nossas capacidades são potencializadas. Afirmam também que uma tecnologia aparece em um contexto histórico como amplificadora das habilidades humanas e capacidades cognitivas, existindo uma reorganização do próprio sistema cognitivo.

Mudamos nossa forma de pensar quando utilizamos o GDE? A movimentação que o *software* proporciona faz alguma diferença no sentido de potencializar a aprendizagem quando comparada a uma situação com uma figura estática? A imagem mental produzida do objeto matemático é alterada pelas representações dinâmicas oferecidas pelo *software*? Contribui na formulação de conjecturas sobre os objetos construídos?

Laborde et al (2006) nos afirmam que os alunos passam da ação e da visualização para uma análise teórica de figuras e, possivelmente, para a expressão de conjecturas e raciocínios. Diversos estudos, dentre os quais (GRAVINA, 2015; BASSO e NOTARE, 2015; SILVA, 2015), tratam da utilização destes ambientes, destacando o seu potencial. Gravina (2015, p. 251) afirma que “a utilização de figuras dinâmicas pode ser uma fonte de explorações e de atitudes que concorrem para o desenvolvimento do pensamento geométrico de natureza dedutiva”; Basso e Notare (2015, p. 3) tratam de utilizar a tecnologia de modo a desencadear o pensamento matemático, além de “proporcionar aos alunos possibilidades para acessar e manipular objetos matemáticos até então não acessíveis”; e Silva (2015, p. 143) apresenta que ao utilizar estas tecnologias tem-se a “criação e a manutenção de uma nova forma de pensamento: hipotético-contínuo”.

Coll e Monereo (2010) afirmam que a ferramenta transforma nossa forma de entender uma tarefa; gera novas metas; melhora nossas capacidades em tarefas nas quais não utilizamos essa ferramenta. Afirmam também que “as formas de pensamento científico, tal como nós as conhecemos, não teriam sido possíveis sem as tecnologias do conhecimento”. Para Borba, Scucuglia e Gladanis (2016, p. 31):

(...) a Matemática baseada no uso de lápis e papel é qualitativamente diferente da matemática baseada no uso de softwares; há uma moldagem recíproca entre pensamento e tecnologia; a produção de conhecimento matemático é

condicionada pela tecnologia utilizada; as tecnologias não são neutras ao pensamento matemático; as tecnologias transformam a Matemática; (...).

Neste sentido, Artigue (2000) afirma que os valores associados ao conhecimento matemático dificilmente podem permanecer invariantes à transformação tecnológica.

A partir das ideias tratadas neste quadro teórico, construímos *applets* dos quatro pontos notáveis do triângulo, a saber, baricentro, incentro, circuncentro e ortocentro, buscando estabelecer quais conjecturas os estudantes poderiam fazer com a utilização do *software*. Conjecturas as quais não seriam possíveis sem sua utilização, isto é, o GDE atuando como um possível estruturador do pensamento geométrico.

Um contexto: os pontos notáveis do triângulo

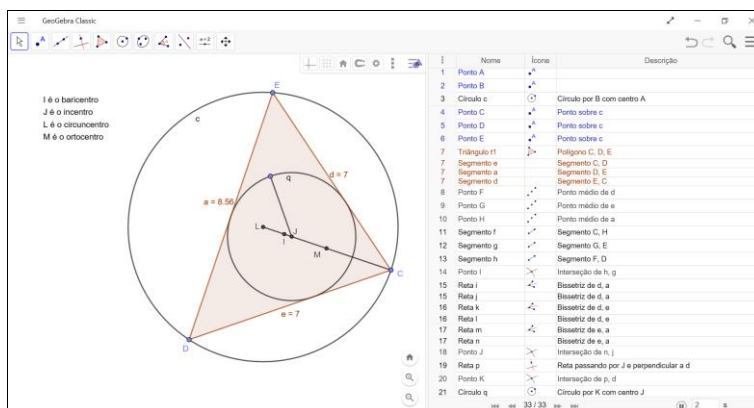
Se observarmos os conceitos matemáticos tratados na escola, consideramos, por meio de nossa experiência no ensino de Matemática, que o triângulo e suas propriedades, constituem-se um dos tópicos frequentemente abordados no ensino básico. Por exemplo, na geometria plana temos a formação do plano pelo postulado da determinação: “três pontos distintos e não colineares determinam um plano”; temos também a congruência de triângulos, a semelhança e a própria trigonometria.

Propusemos os pontos notáveis do triângulo como um tema para desenvolver nosso estudo com a utilização do GeoGebra, visto que no nosso entendimento este tema poderia contribuir para esclarecer a ocorrência de mudanças no pensamento geométrico quando se utilizam ambientes de geometria dinâmica, ou, ainda, um contexto no qual a TD atua como uma possível estruturadora deste pensamento.

Para a construção de *applets*, os quais devem manter as propriedades iniciais da construção, o sujeito deverá se utilizar das ferramentas de acordo com o conceito do ponto notável escolhido, ou seja, para construir o baricentro, ele deverá se utilizar das medianas do triângulo. Nas construções dos pontos notáveis, o “modo de arrasto” é um dos elementos principais (LABORDE et al, 2006) para que os estudantes possam fazer suas conjecturas e ir além do que está proposto na atividade. Seguindo essa ideia, buscamos, então, a construção dos pontos notáveis baricentro, incentro, circuncentro e ortocentro. Na figura 1, apresentamos os quatro pontos num só *applet*.

Os pontos notáveis dependem do tipo de triângulo e de outros conceitos matemáticos, tais como bissetrizes, mediatrizes, alturas e medianas. Eles não são pontos “estáticos”, podem mudar de lugar em função do triângulo utilizado.

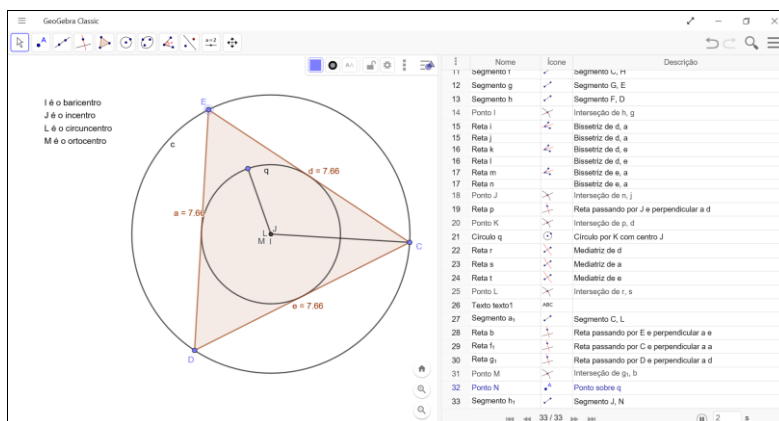
Figura 1: Applet – representação triângulo isósceles



Fonte: Os autores.

Por exemplo: se o triângulo for isósceles mas não equilátero, eles estarão alinhados (figura 1); se o triângulo for equilátero os pontos notáveis serão coincidentes (figura 2); ou seja, suas posições dependerão do tipo de triângulo utilizado.

Figura 2: Applet – representação triângulo equilátero

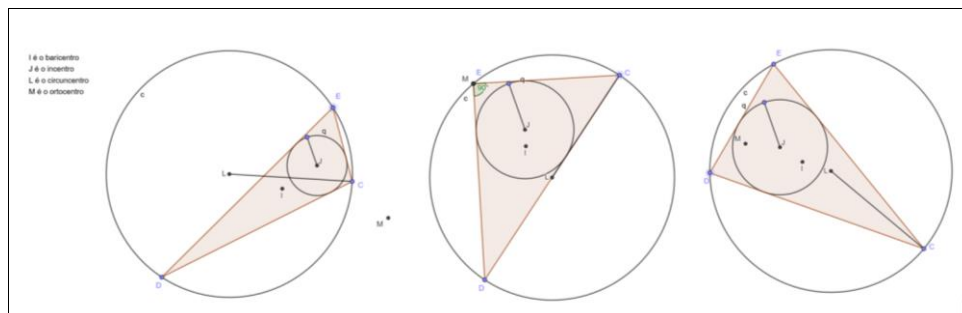


Fonte: Os autores.

Nas figuras 1 e 2 temos apresentado o protocolo de construção, o qual possibilita tanto ao estudante quanto ao professor analisar as etapas de construção. Na figura 1, temos o *applet* com o protocolo à mostra com o nome, ícone e a descrição da ferramenta utilizada

até o passo 21, e na figura 2 temos o mesmo *applet* com restante dos passos, indo até o passo 33.

Figura 3: Applet – registro dinâmico

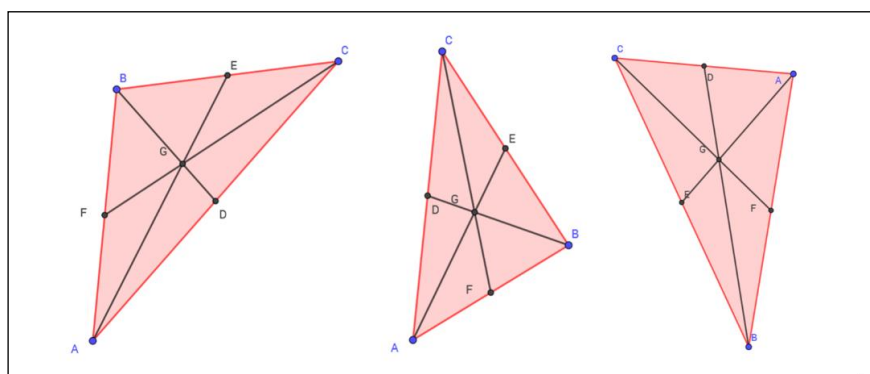


Fonte: Os autores.

Consideramos que o dinamismo dos GDE pode contribuir para o estudo dos pontos notáveis e abrir possibilidades de se estudar a mudança ocorrida no pensamento do estudante (figura 3).

Neste presente estudo, realizamos a construção de um *applet* para cada ponto notável e no que segue mostramos como realizamos as construções. Para a construção do baricentro utilizamos a seguinte definição: *O ponto de interseção das três medianas de um triângulo é o baricentro do triângulo.* A partir da definição o estudante deveria construir um triângulo qualquer e traçar suas três medianas. O GeoGebra não disponibiliza a ferramenta “mediana”, o estudante necessitaria saber que a mediana de um triângulo é o segmento de reta que liga um vértice deste triângulo ao ponto médio do lado oposto a este vértice.

Figura 4: Representações de três triângulos – registro dinâmico



Fonte: Os autores.

Poder-se-ia, a partir do conceito, construir uma ferramenta no GeoGebra que executasse tal função. Nesta direção ele precisaria utilizar-se do ponto médio de cada lado do triângulo e construir um segmento de reta que ligasse o vértice, ao lado oposto ao vértice em questão. Na figura 4 apresentamos três representações, dentre as possíveis representações de triângulos com seus respectivos baricentros, a partir da movimentação dos vértices [registro dinâmico] (GRAVINA, 2015).

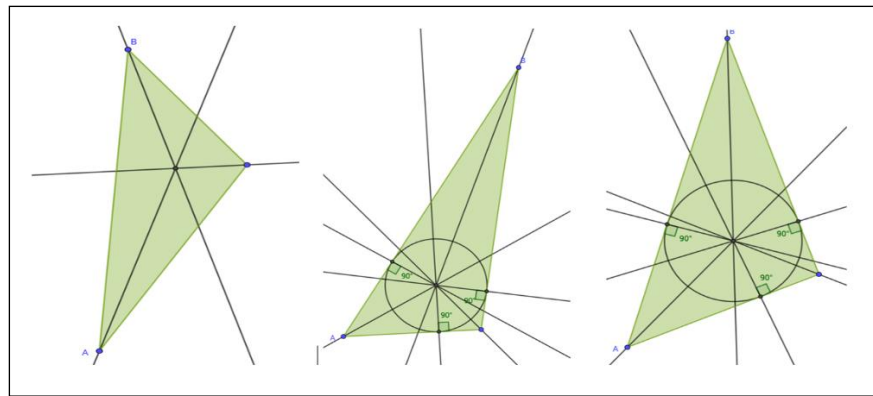
A partir da construção e, conseqüentemente, da movimentação de qualquer um dos vértices do triângulo (A, B, ou C, representados pelos pontos azuis), esperava-se que o estudante pudesse estabelecer conjecturas e chegar a conclusões tais como: as propriedades da construção são mantidas, pois as medianas foram construídas utilizando-se do ponto médio (F,D,E) do lado do triângulo; um triângulo qualquer possui três medianas; as três medianas de um triângulo interceptam-se num mesmo ponto que divide cada mediana em duas partes tais que a parte que contém o vértice é o dobro da outra; o baricentro (G) sempre será um ponto interno ao triângulo.

No *applet* do incentro utilizamos a definição: *O ponto de interseção das três bissetrizes internas de um triângulo é o incentro de um triângulo*. Para fazer o *applet*, o estudante necessitaria construir um triângulo qualquer e se utilizar da ferramenta *bissetriz*, que o GeoGebra oferece, para traçar a bissetriz de cada um dos três ângulos do triângulo em questão. Em seguida, o estudante poderia movimentar qualquer um dos vértices, A, B ou C, e verificar que o incentro é um ponto “móvel”, mas que permanece na região interna ao triângulo, isto é, será sempre um ponto interno ao triângulo (Figura 5).

Neste sentido, observamos que o estudante, a partir do dinamismo, constataria que ele é “móvel”, sendo que esta situação é possível de ser realizada neste ambiente. Diante desta situação nos questionamos: como o estudante chegaria a esta conclusão utilizando apenas lápis e papel?

Além disso, o estudante poderia verificar que o incentro está a igual distância dos lados do triângulo, e isso poderia ser obtido por meio de uma reta *perpendicular* [ferramenta do *software*] ao lado do triângulo, passando pelo incentro. Essa construção permitiria verificar que o incentro também é o centro da circunferência inscrita neste triângulo.

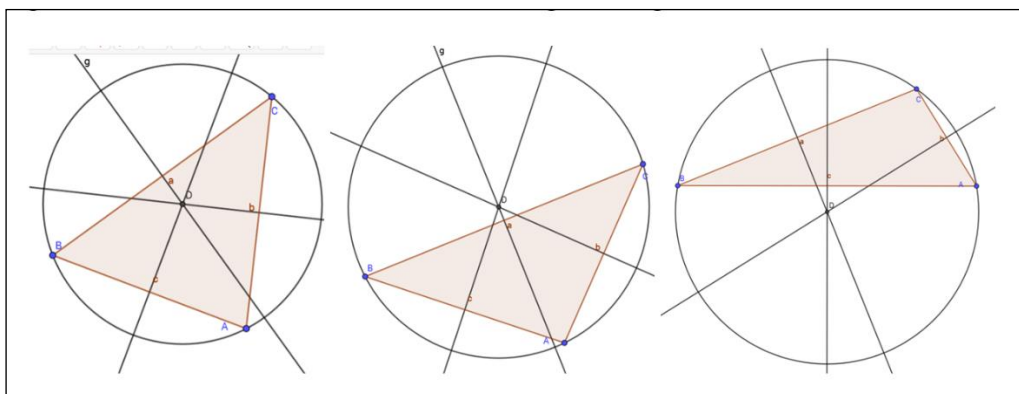
Figura 5: Possíveis representações do incentro – registro dinâmico



Fonte: Os autores.

A partir da definição do circuncentro: *ponto de interseção das mediatrizes dos lados de um triângulo*, o estudante deveria construir o *applet* utilizando-se da ferramenta *mediatriz* disponibilizada no *software*. Traçar a mediatriz em relação a cada lado do triângulo e verificar o ponto de interseção das três mediatrizes. Neste *applet* o estudante poderia movimentar um dos vértices do triângulo e observar os registros dinâmicos apresentados no *software*. Na figura 6 apresentam-se três possíveis imagens da construção, na qual o circuncentro aparece como o centro da circunferência que passa pelos três vértices do triângulo [circunscrita ao triângulo]; além de apresentar que o circuncentro também se movimenta em função dos movimentos efetuados nos vértices A, B ou C; que ele poderia ser um ponto “móvel”, ou seja, depende da posição dos vértices do triângulo; e que poderia ser interno ou externo ao triângulo, ou ainda encontrar-se como ponto sobre um lado do triângulo.

Figura 6: Movimentação dos vértices do triângulo – registro dinâmico

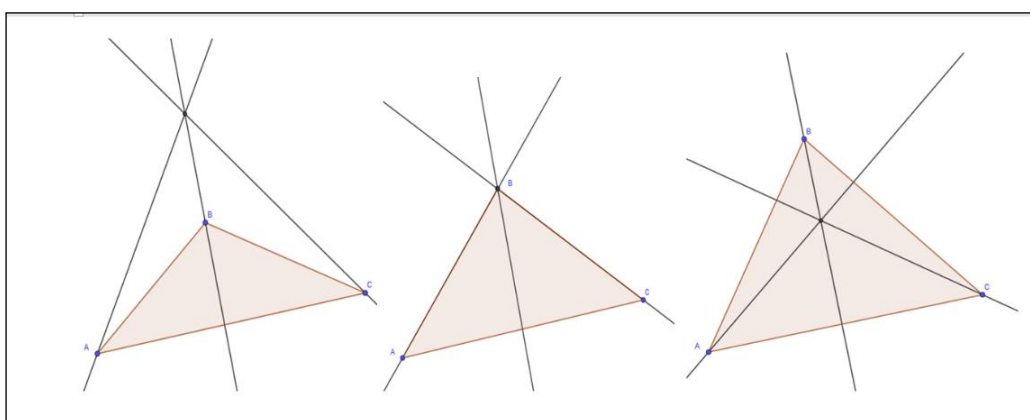


Fonte: Os autores.

Para a construção do *applet* do ortocentro, o ponto de interseção das retas suportes das alturas do triângulo, o estudante precisaria observar que o triângulo possui três alturas, sendo que cada uma delas deveria ser traçada perpendicularmente à base escolhida.

Outra observação que o estudante necessitaria fazer se refere às retas suportes das alturas, ou seja, não bastaria traçar as alturas, mas as retas suportes às alturas, pois o ortocentro é o ponto de encontro destas retas suportes. Se o estudante não construísse estas retas, não poderia obter o ortocentro, se acaso este ponto de encontro estivesse fora do triângulo.

Figura 7: Possíveis posições do ortocentro – registro dinâmico



Fonte: Os autores.

Ao movimentar um dos vértices do triângulo, o estudante poderia observar que o ortocentro, também é um ponto que depende da posição dos vértices, A, B e C, ou seja, está ligado por relações geométricas e pode ser visto como objetos dependentes. Além disso, ele poderia ser um ponto interno ou externo ao triângulo, ou ainda, ser um dos vértices do próprio triângulo, como acontece no triângulo retângulo.

A movimentação permitiria que o estudante fizesse conjecturas, criasse a imagem mental, executasse a sua ideia e a visualizasse neste ambiente; verificasse se o que estivesse pensando se materializaria na tela do computador.

O estudante poderia fazer testes, experiências e, a partir das propriedades que são mantidas na construção, estabelecer a prova matemática necessária para validar sua hipótese.

Cenário de Investigação

O cenário desta investigação ocorreu em uma turma de Geometria Plana da primeira fase de Curso de Licenciatura em Matemática composta por 42 alunos. De forma qualitativa e exploratória, para esta investigação foram realizadas: observações não estruturadas dos comportamentos dos sujeitos envolvidos; análise das respostas oriundas do questionário *on-line* [Google forms]; e analisadas os protocolos⁴ das suas construções geométricas.

Dos 42 alunos, 18 frequentaram a disciplina até o final e destes, 11 alunos responderam ao questionário *on-line*. Dos 11, observamos 5 (Guilherme, Ana, Paulo, Hugo e Rosa)⁵, sendo que o critério para escolha foi a presença nas aulas que tratavam do estudo dos pontos notáveis do triângulo e que concluíram com êxito a disciplina. Portanto, nossa análise detalhada dos comportamentos, respostas ao questionário e construções foi realizada desses cinco sujeitos. O questionário *on-line* foi enviado para os 42 alunos na mesma época em que estávamos tratando da construção dos *applets* dos pontos notáveis.

Ao iniciar o estudo de triângulos, verificamos que a maioria dos 42 alunos possuía a imagem mental da figura prototípica (GRAVINA, 1996) triângulo equilátero. Esta verificação ocorreu quando questionados sobre qual o conceito de triângulo que eles possuíam e qual a sua representação. Dentre os alunos, somente dois apresentaram uma representação de um triângulo qualquer; os demais apresentaram do triângulo equilátero.

Como nossa análise foi realizada em relação aos cinco alunos, Guilherme, Ana, Paulo, Hugo e Rosa, a partir de agora trataremos da observação de seus comportamentos. Durante as aulas, os cinco alunos participaram ativamente das atividades utilizando o GeoGebra, mostrando disposição para aprender. Observando seus comportamentos, verificamos que Guilherme, Paulo e Ana possuíam habilidade para lidar com o *software*; Rosa apresentou certa dificuldade no início, mas sempre esteve disposta a prosseguir, realizando as construções e estabelecendo conjecturas adequadas; Hugo apresentou mais dificuldades em relação ao uso do *software*, mas manteve-se persistente na sua utilização; em alguns momentos sua fala mostra que não consegue utilizar o *software* para aprender, pois possui dificuldades com uso de TD. Nesse sentido, Laborde et al (2006), conforme mencionamos anteriormente, afirma que o conhecimento matemático está

⁴ O software oportuniza a análise das construções por meio de um protocolo, o qual mostra em detalhes, as etapas utilizadas para a realização da tarefa solicitada.

⁵ Nomes fictícios.

intrinsecamente ligado ao conhecimento sobre como utilizar a ferramenta, neste caso, o *software* GeoGebra.

Em outra atividade, na qual poderia ser utilizada a ferramenta *polígono regular*, o teclado do computador da aluna Ana estava avariado e, com isso, ela não conseguia utilizar a ferramenta automática; neste momento Ana⁶ disse:

Ana: “Vou fazer o triângulo equilátero pelas propriedades”.

E assim o fez, completando corretamente a atividade. Observamos a restrição dada pelo equipamento [artefato material], e Ana se utilizou de esquemas anteriores [construção do triângulo equilátero pelas propriedades]. Observamos que provavelmente iniciou-se uma das dimensões tratadas por Rabardel (1995), a instrumentação [orientada para o sujeito], ou seja, as restrições que o computador apresentou para a construção da figura em questão, e Ana buscou a construção da figura. Na perspectiva de Rabardel (1995), uma ferramenta afeta a maneira como o usuário pensa e resolve as tarefas. Portanto, o *software* tornou-se um instrumento quando Ana foi capaz de apropriar-se e integrá-lo à sua atividade utilizando-se de esquemas anteriores, mesmo com as restrições dadas pelo *hardware*.

Partimos, então, para a construção dos *applets* dos pontos notáveis do triângulo, conforme descrito na seção 3 deste artigo, sendo que os cinco alunos pesquisados conseguiram realizar as construções seguindo os princípios da geometria dinâmica. Dos cinco alunos, apenas Hugo necessitou de ajuda para realizar suas construções.

A partir da construção dos pontos notáveis, apresentamos perguntas do questionário *online* e as suas respectivas respostas. A primeira pergunta questionava se a construção da figura triângulo equilátero por meio das suas propriedades facilitava o entendimento do conceito da figura, sendo que os cinco alunos responderam que sim.

Na segunda pergunta, questionamos sobre a movimentação que o GeoGebra proporciona e se este movimento faz alguma diferença, quando comparado com uma figura estática. Guilherme respondeu que é uma forma melhor de “gravar” o que a professora está explicando. Ana respondeu que facilita a compreensão das propriedades da figura e que

⁶ As falas dos estudantes não foram corrigidas.

o movimento “*desmistifica*” a imagem que ela tem sobre a figura. Paulo também concorda:

Paulo: “Faz toda a diferença para mim, pois desconstrói alguns modelos fixos pré-formulados na minha cabeça”.

Consideramos que ele está se referindo à imagem mental da figura prototípica, ou seja, o movimento interfere na imagem mental produzida. Também encontramos indícios dessa interferência na fala de Rosa, quando afirma que esta movimentação facilita a identificação da figura geométrica.

Rosa: “Pois conseguimos ter a real certeza sobre as diferenças das figuras geométricas”.

Hugo não soube responder.

Na questão: Você se considera integrado à tecnologia digital? Em que ambientes você utiliza e como utiliza? Quais tecnologias digitais você utiliza? Obtivemos sim para todos os alunos, os quais listaram atividades:

Guilherme: “(...) utilizo na escola, em casa, para trabalhos e lazer. Celular e notebook”.

Ana: “(...) na faculdade e em casa. Notebook e celular”.

Paulo: “(...) um exemplo disso é a utilização do leitor digital Kindle, que adquiri há alguns anos por conta da praticidade e ele me fez praticamente dobrar o número de livros lidos por ano”.

Hugo: “(...) uso tecnologias digitais em redes sociais, no estudo”.

Rosa: “(...) no meu trabalho que utilizo planilhas para controle de produção”.

Vemos que todos os alunos estão integrados tecnologicamente, representando indícios de uma gênese pessoal em relação ao uso dos *softwares*.

Uma das questões às quais atribuímos mais importância é a que se refere à diferença de se realizar uma construção num ambiente estático de lápis e papel em relação à construção dinâmica no GeoGebra: Qual a diferença que você sente quando utiliza o GeoGebra para construir figuras, em relação ao lápis e papel? Nessa questão, buscamos evidências da afirmação de Borba, Scucuglia e Gladanis (2016, p. 31), apontando que a matemática com

o uso de lápis e papel é “qualitativamente diferente da matemática baseada no uso de softwares”.

Nessa questão os alunos destacaram que as figuras ficam exatas no GeoGebra; que no papel é mais difícil de fazer com precisão; destacaram também o papel da movimentação para mostrar as propriedades da figura; e completaram referindo-se à perfeição das construções e do próprio movimento proporcionado pelo uso do *software*. Um dos alunos escreveu sobre a mudança no pensamento geométrico.

Paulo: “Acredito que no papel eu utilizaria os supracitados modelos pré-fixados na minha cabeça para construir as figuras. Por exemplo: ao construir um triângulo qualquer, eu o faria na forma de um triângulo supostamente equilátero, enquanto minha ideia de quadrilátero é um quadrado. No GeoGebra tenho a ciência e a oportunidade de fazê-los de forma aleatória, o que ajuda na desconstrução de alguns conceitos.”

Questionados se o GeoGebra alteraria sua forma de pensar ou modificaria como eles imaginariam um objeto matemático, como, por exemplo, uma mediatriz; os alunos responderam que sim. Um deles afirmou que:

“Modifica o meu conceito acerca de um objeto e a ideia que eu tinha sobre sua imagem também”.

Aqui, novamente notamos a função de estruturação do pensamento geométrico propiciada pelo uso do *software*.

Como as construções dos pontos notáveis foram feitas com o auxílio do GeoGebra, perguntamos se eles conseguiriam construir com o lápis e papel. Também foram questionados se a imagem mental que eles tinham do baricentro era similar àquela obtida com a utilização do GeoGebra. No caso de existirem diferenças entre a imagem mental prévia à utilização do *software* e a imagem obtida com o GeoGebra, perguntamos se eles teriam condições de descrevê-las. As respostas dadas foram diversas:

Guilherme: “Consigo, porém com o GeoGebra a figura fica certinha e o entendimento é melhor, no papel é mais demorado de fazer e não fica como o esperado, ou como no GeoGebra”.

Ana: “Depende do triângulo. Possivelmente teria uma imagem mental diferente da imagem fornecida pelo software”.

Paulo: “Acredito que eu até conseguiria com lápis e papel, mas é muito mais fácil e dinâmico no GeoGebra. A imagem mental que tenho (e desenharia no papel) de

um baricentro, por exemplo, vem de um triângulo equilátero, que é o triângulo pré-definido na minha cabeça. No GeoGebra tenho a oportunidade de ver como o baricentro se comporta de acordo com o triângulo que construo”.

Hugo e Rosa afirmaram que a diferença é enorme, do papel para o GeoGebra, porém não entraram em detalhes.

Foram questionados sobre a inserção do GeoGebra para ensinar matemática na sala de aula. Se eles o utilizariam para tal, somente Hugo disse que não, pois não “*dominava o software*”. Porém, todos afirmaram que suas concepções sobre a utilização de TD para o ensino e aprendizagem da matemática escolar, inclusive Hugo, era muito boa. Sendo que uns destacaram:

Guilherme: “Considero muito importante utilizar-se de tecnologia no ensino e aprendizagem, pois a educação deve acompanhar a evolução da sociedade e suas tecnologias”.

Ana: “Acho extremamente válida e até essencial a utilização de qualquer ferramenta que auxilie na aprendizagem e/ou no engajamento do aluno na disciplina”.

Paulo: “Acho uma inovação, pois matemática é uma matéria não muito querida e com estas tecnologias fazem com que os alunos gostem de participar das aulas de uma forma mais digital”.

Para finalizar, foram questionados quanto ao tipo de aula que poderia contribuir na sua aprendizagem e modificaria a sua forma de pensar. Nesta questão foram apresentadas quatro alternativas: a) o professor utiliza juntamente aos alunos o quadro branco, pincel, esquadro, transferidor, régua; b) o professor utiliza um software de GDE apenas apresentando as construções; c) o professor, juntamente aos alunos, utiliza um *software* GDE para elaborar as construções no *software*; d) aula expositiva e dialogada em que os conceitos das figuras somente são apresentados pelo professor no quadro branco. Os cinco alunos responderam a terceira alternativa, a qual trata de construções conjuntas entre professor e alunos utilizando um GDE.

Considerações finais

A movimentação oferecida pelo GDE propicia a formação de diversas figuras semelhantes à original, e tal dinamismo faz com que o estudante confronte a sua imagem mental com a imagem oferecida pelo *software*. Por exemplo, na construção do ortocentro, se for no ambiente lápis e papel, o estudante poderá pensar que este ponto será sempre

interno; no entanto, no GeoGebra, ao movimentar os pontos de um triângulo, ele poderá observar que o ortocentro, ponto de encontro das três alturas do triângulo, poderá ser interno, externo, ou até mesmo ser um dos vértices do triângulo, como ocorre no triângulo retângulo.

Em relação ao grupo de sujeitos investigados, a concepção da maioria é de que o uso de TD pode influenciar a imagem mental que se tem de uma figura, ou seja, há uma desconstrução da figura prototípica. Desta forma, o sujeito fica livre para construir sua imagem mental da figura tratada na atividade.

Referências

- ARTIGUE, Michèle. Learning Mathematics in a CAS Environment: The Genesis of a Reflection about Instrumentation and the Dialectics between Technical and Conceptual Work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, [s.l.], v. 7, n. 3, p.245-274, 2002.
- BASSO, Marcus; GRAVINA, Maria Alice. Mídias Digitais na Educação Matemática. In: GRAVINA, Maria Alice et al (Org.). *Matemática, Mídias Digitais e Didática: Tripé para a Formação do Professor de Matemática*. Porto Alegre: Evangraf, 2012. Cap. 1. p. 11-35.
- BASSO, Marcus V. A. e NOTARE, Marcia. Tecnologia na Educação Matemática: Trilhando o Caminho do Fazer ao Aprender. In: *RENOTE*. v. 10. n.3. CINTED-UFRGS, 2012.
- BORBA, Marcelo C.; SCUCUGLIA, Ricardo; GADANIDIS, G.. *Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática: Sala de aula e internet em movimento*. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2014. v. 1. 149p.
- COLL, César; MONEREO, Carles (Org.). *Psicologia da Educação Virtual: Aprender e Ensinar com as Tecnologias da Informação e da Comunicação*. Porto Alegre: Artmed, 2010.
- DUVAL, Raymond. Basic Issues for Research in Mathematics Education. In: *Proceedings of the Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME) 24th*, Hiroshima, v.1, 2000.
- GRAVINA, Maria Alice. O Potencial Semiótico do GeoGebra na Aprendizagem da Geometria: Uma Experiência Ilustrativa. In: *Vidya*, p. 237-256, 2015.
- GÓMEZ, Angel I. Perez. *Educação na Era Digital: A Escola Educativa*. Porto Alegre: Artmed, 2015.
- KAPUT, J; HEGEDUS, S.; LESH, R. Technology Becoming Infrastructural in Mathematics Education. *Foundations for the Future in Mathematics Education*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Capítulo 8, p. 173-191, 2007.

LABORDE, et. al. Teaching and learning geometry with technology. In: *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, present and future*. p.275-304, 2006.

LEUNG, Allen; BOLITE-FRANT, Janete. Designing Mathematics Tasks: The Role of Tools. *Task Design In Mathematics Education*, [s.l.], p.191-225, Springer International Publishing, 2015.

MARIOTTI, Maria Alessandra. Introduction to Proof: the mediation of a dynamic software environment. *Educational Studies In Mathematics*, [s.l.], v. 44, n. 1/2, p.2553, 2000.

PAPERT, Seymour. *A Máquina das Crianças: Repensando a Escola na Era da Informática*. Porto Alegre, Artes Médicas, 1994.

RABARDEL, P.. *Les hommes et les technologies: une approche cognitive des instruments contemporains*. Paris: Armand Colin, 1995.

SILVA, Rodrigo Sychocki. *Cadeias de Markov e Modelagem Matemática: da Abstração Pseudo-empírica à Abstração Refletida com Uso de Objetos Virtuais*. Tese de Doutorado, Porto Alegre: UFRGS, 2015.

Recebido: 19/07/2019

Aprovado: 14/10/2019