Sociedade Brasileira de Educação Matemática

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA em *Revista*
ISSN 2317-904X

UMA PROPOSTA DE ENSINO-APRENDIZAGEM DAS OPERAÇÕES ARITMÉTICAS COM FRAÇÕES VIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A TEACHING-LEARNING PROPOSAL OF ARITHMETIC OPERATIONS WITH FRACTIONS THROUGH PROBLEM SOLVING

Marcelo Carlos de Proença[1]

Resumo

O objetivo do presente artigo é apresentar uma proposta de ensino-aprendizagem para abordar o conteúdo das operações aritméticas com frações via resolução de problemas. Utilizou-se quatro situações de Matemática, envolvendo as ideias de adição, subtração, multiplicação e divisão, como possíveis problemas a serem introduzidos no ensino desses conteúdos. A base teórica adotada para a condução de aulas foram as ações no ensino, elencadas por Proença (2018), e que configuram o ensino-aprendizagem de Matemática via resolução de problemas. Pretende-se, assim, elucidar possibilidades de problemas, estratégias, articulação de estratégias de resolução ao conteúdo a ser trabalhado, de modo que professores, futuros professores e demais interessados possam fundamentar suas aulas.

Palavras-chave: Resolução de Problemas. Frações. Operações Aritméticas.

Abstract

The purpose of this article is to present a teaching-learning proposal to address the content of arithmetic operations with fractions through problem solving. We use four Mathematical situations, involving the ideas of addition, subtraction, multiplication and division, as possible problems to be introduced in the teaching of these contents. The theoretical basis adopted for the conduction of classes was the actions in teaching, listed by Proença (2018), and that configure the teaching-learning of Mathematics through problem solving. It is intended, therefore, to elucidate problem possibilities, strategies, articulation of resolution strategies to the content to be worked, so that teachers, future teachers and other interested parties can base their classes.

Keywords: Problem Solving. Fractions. Arithmetic Operations.

Introdução

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática do Ensino Fundamental – PCN (BRASIL, 1998), a resolução de problemas deveria ser abordada em sala

[1] Doutor na área de Ensino de Ciências e Matemática pela UNESP, Bauru-SP; Professor do Departamento de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática da Universidade Estadual de Maringá/UEM, Maringá, PR. Brasil. E-mail: mcproenca@uem.br

de aula. De modo específico, incentiva-se que os conteúdos matemáticos sejam ensinados a partir do uso do problema como ponto de partida e não de suas definições matemáticas.

Já na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (2017), temos uma reorganização dos conteúdos – denominados de objeto do conhecimento – com foco em várias habilidades que implicam na aprendizagem de resolver problemas. Apesar do incentivo a desenvolver habilidades de resolução de problemas, nesse documento não se apontou o uso do problema como ponto de partida. No entanto, entende-se que, no ensino, deve-se utilizar uma fundamentação da prática para desenvolver essas habilidades.

Desse modo, o presente artigo tem como objetivo apresentar uma proposta de ensino-aprendizagem para abordar o conteúdo das operações aritméticas com frações via resolução de problemas. Como fundamentação da prática, baseamo-nos nas ações no ensino, propostas por Proença (2018), o que permitiria levar os alunos a estabelecerem relação de suas estratégias às operações aritméticas. Também apresentamos essa proposta com base em nossa experiência na formação inicial e continuada de professores, bem como em pesquisa já realizada sobre o tema frações (PROENÇA, 2015).

Ensino-aprendizagem de Matemática via resolução de problemas

Sobre o que é um problema, Echeverría (1998, p. 48, grifo nosso) destacou que "para que possamos falar da existência de um *problema*, a pessoa que está resolvendo essa tarefa precisa encontrar alguma dificuldade que a obrigue a questionar-se sobre qual seria o caminho que precisaria seguir para alcançar a meta". Nesse sentido, essa tarefa, na visão de Schoenfeld (1985), não poderia ser prontamente considerada como problema, uma vez que isso depende da relação entre o indivíduo e a situação. "Para dizer formalmente, se uma pessoa acessa um esquema de solução para uma tarefa matemática, essa tarefa é um exercício e não um problema" (SCHOENFELD, 1985, p. 74, tradução nossa).

Desse modo, para Proença (2018), a resolução de problemas, nas aulas de Matemática, implica na busca/uso de uma estratégia de resolução, pelo aluno, para encontrar uma solução para uma dada situação de Matemática que lhe é proposta. Essa situação poderá ou não se configurar como um problema. Nesse sentido, caso configure-se como um problema, o aluno, ao buscar resolvê-lo, desenvolverá um processo de pensamento baseado em etapas de resolução.

Segundo Brito (2006), esse processo envolve quatro etapas de resolução, concernentes à: representação, planejamento, execução, monitoramento. De acordo com Proença (2018), ao realizar uma síntese dessas etapas, indicou como essência que: a “representação” do problema implica na compreensão dele pelo aluno que o tenta resolvê-lo, o que está relacionado aos conhecimentos prévios desse aluno para identificar e utilizar conceitos e procedimentos matemáticos. O “planejamento” é o momento de propor uma estratégia de resolução. A “execução” é o ato de executar/operar de forma correta os cálculos e os desenhos que foram considerados na estratégia. Por fim, o “monitoramento” é uma atitude de o aluno realizar a verificação da resposta encontrada e/ou análise de toda a resolução que desenvolveu na busca da resposta.

Nesse sentido, para tratar a resolução de problemas em sala de aula, Proença (2018) apresentou uma sequência de ações no ensino que estrutura uma abordagem didática que denominou de *Ensino-aprendizagem de Matemática via resolução de problemas*. O autor elencou cinco ações, a saber: escolha do problema; introdução do problema; auxílio aos alunos durante a resolução; discussão das estratégias dos alunos; articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo.

A escolha do problema corresponde à seleção de uma situação de Matemática que poderá se configurar como um problema aos alunos. Essa escolha visa favorecer o uso, pelos alunos, de seus conhecimentos prévios, a serem utilizados na busca de uma estratégia de resolução. Nesse sentido, uma tarefa do professor é o de prever possíveis estratégias, as quais podem ser incentivadas em sala de aula, buscando proporcionar, assim, a articulação entre esses conhecimentos prévios e o novo conteúdo a ser ensinado.

> Consideramos essa ação inicial de escolha do problema de extrema importância no trabalho com a resolução de problemas. Sem essa ação preliminar relacionada à elaboração de uma situação para abordar um determinado conteúdo, fica comprometido todo o trabalho posterior que visa favorecer a aprendizagem significativa da Matemática [...]. (PROENÇA, 2018, p. 49)

Já em sala de aula, a introdução do problema seria a de apresentar a situação de Matemática aos alunos. Sugere-se que eles sejam distribuídos em grupos e que tentem resolver como quiserem, valorizando, assim, seus conhecimentos prévios.

Na sequência, o auxílio aos alunos durante a resolução implica na ajuda pelo professor das dificuldades dos grupos enquanto se empenham para resolver a situação, a qual pode ter se configurado como problema. Desse modo, pode-se verificar dificuldades dos alunos, por exemplo, na compreensão do problema. Assim, o papel do professor deve ser o de observador das dificuldades e facilidades, de incentivador à busca de estratégias e diálogos entre os colegas, e o de direcionador da aprendizagem dos alunos, sugerindo outros caminhos ou ideias matemáticas que poderiam auxiliar na resolução.

Posteriormente, a discussão das estratégias dos alunos compreende a ação de direcionar os grupos a apresentarem em lousa suas formas de resolução do problema. Nesse momento, cria-se um ambiente de socialização de ideias, permitindo refletir sobre os conhecimentos utilizados e a validade do que propuseram. É neste momento que também fica propícia a análise do processo de resolução de problemas, ou seja, uma análise das dificuldades dos alunos nas etapas de resolução de problemas.

Finalmente, a articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo é a ação de estabelecer uma articulação de pontos importantes de uma ou mais estratégias dos alunos para o novo conteúdo que se queria abordar. Assim, é possível apresentar uma nova resolução aos alunos, envolvendo o conteúdo, o que teria como base uma justificativa permeada por essa articulação.

A proposta de ensino das operações aritméticas com frações

Na Base Nacional Comum Curricular - BNCC (2017, p. 298), indica-se o 6.º ano do ensino fundamental como o momento de o professor abordar operações aritméticas com frações, o que se observa no seguinte objeto de conhecimento proposto: "Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números racionais."

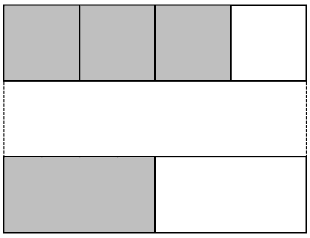
De acordo com as cinco ações no ensino, sugeridas por Proença (2018), buscamos, apresentar uma proposta de ensino-aprendizagem das operações aritméticas com frações via resolução de problemas com foco na apresentação de: a) uma situação de Matemática (possível problema) para cada operação aritmética; b) uma possível estratégia dos alunos para resolver cada situação de Matemática; c) a articulação da estratégia à operação aritmética correspondente, evidenciando, assim, a forma de resolução por meio da respectiva operação aritmética, o que permitirá introduzir o conteúdo.

Adição

Para a introdução da operação de adição de frações, utilizamos a seguinte **situação de Matemática:** Sílvio e Lúcio estão participando de uma corrida de bicicleta. Sílvio já percorreu $\frac{3}{4}$ do trajeto e Lúcio percorreu $\frac{1}{2}$ do trajeto. Qual o total percorrido pelos dois juntos?

Dentre as estratégias que os alunos, em grupos, podem apresentar, sugerimos, como **possível estratégia**, o uso de desenhos no formato de retângulos. Assim, primeiramente, deve-se verificar ou levar os alunos a identificarem que as duas frações precisam ser representadas em termos do mesmo *todo* (trajeto), conforme representação do desenho abaixo. A partir do desenho feito pelos alunos, perguntar, assim, qual parte é maior, o que implica em saber deles quem andou mais do trajeto.

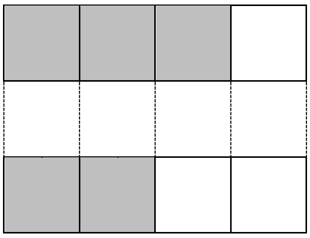
Figura 1 – Trajeto percorrido por Silvio e por Lúcio



Fonte: elaborado pelos autores.

Como mostra a Figura 1, acima, é possível perceber que a parte pintada que representa o que Sílvio percorreu tem tamanho maior que a parte pintada que representa o que Lúcio percorreu. Se isso for compreendido pelos alunos, então, é possível que algum grupo consiga revolver a situação por meio do conhecimento sobre frações equivalentes. Caso isso tenha ocorrido, o professor deve solicitar que esse grupo apresente em lousa sua resolução. Caso contrário, o professor deve direcionar os alunos a fazerem uma subdivisão dos desenhos ou de apenas um deles, o que implica em subdividir os dois retângulos em partes iguais de modo que as partes pintadas sejam subdivididas também nas mesmas partes iguais. Uma escolha seria subdividir o segundo retângulo (percurso de Lúcio) nas mesmas partes em que foi dividido o primeiro. A Figura 2, abaixo, mostra como ficaria essa representação.

Figura 2 – Trajeto percorrido por Lúcio



Fonte: elaborado pelos autores.

Como os dois retângulos representam o mesmo todo (trajeto) e eles, agora, estão divididos igualmente em quatro partes iguais, tem-se que a solução que pode ser obtida pelos alunos ao problema implica no seguinte caminho: a) somar as partes pintadas, que são cinco no total, e escrever a resposta: Sílvio e Lúcio percorreram juntos o total de $\frac{5}{4}$ do trajeto. Assim, o professor pode representar esse modo de operar com adição de frações, tendo por base a ideia de frações equivalentes, mas com mesmo denominador, conforme o seguinte caminho: b) somar as frações resultantes da adição: tínhamos $\frac{3}{4}+\frac{1}{2}$ que passou a ser $\frac{3}{4}+\frac{2}{4}$ e que, dessa forma, tem-se como resolução e resposta: $\frac{3}{4}+\frac{1}{2}=\frac{3}{4}+\frac{2}{4}=\frac{3+2}{4}=\frac{5}{4}$.

Diante dessa resolução, a ação seguinte é realizar a **articulação** da estratégia (item b), por exemplo) à forma matemática (operação de adição). Neste momento, o professor deve relembrar aos alunos que o que queríamos saber desde o começo é quanto resultava $\frac{3}{4}+\frac{1}{2}$. Assim, deve-se realizar o cálculo do mínimo múltiplo comum (m.m.c.) para obter os denominadores iguais e resolver a adição, seguindo a ideia do “divide pelo de baixo e multiplica o resultado pelo de cima”, conforme se observa na resolução da Figura 3.

Figura 3 – Resolução da Adição por meio do cálculo do m.m.c.

4, **2** | 2 2 1 | 2 1 1 | 2x2=4 $m.m.c.(4, 2) = 4$	$\times \quad \frac{3}{4}+\frac{1}{2}=\frac{3}{4}+\frac{2}{4}=\frac{3+2}{4}=\frac{5}{4}$ $\div$
	Resposta: Sílvio e Lúcio percorreram juntos o total de $\frac{5}{4}$ do trajeto.

Fonte: elaborado pelos autores.

Diante disso, enfatizar aos alunos que, na adição de frações, primeiro as frações precisam estar com denominadores iguais, o que poderia ser feito com uso de qualquer múltiplo comum dos denominadores 4 e 2, mas, para tal, é melhor recorrer ao uso do m.m.c.

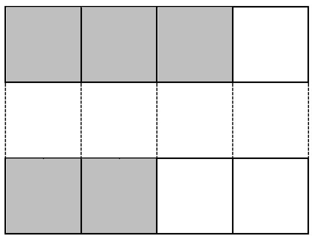
Dessa forma, esclarecer que somente depois se pode adicionar os numeradores, mantendo-se o mesmo denominador. Tem-se, assim, a introdução da operação de adição de frações, o que implica em discussão posterior sobre o algoritmo da adição.

Subtração

Para a introdução da operação de subtração de frações, utilizamos o mesmo contexto da de adição, porém, com pergunta própria à obtenção da diferença das duas frações. A **situação de Matemática** é a seguinte: Sílvio e Lúcio estão participando de uma corrida de bicicleta. Sílvio já percorreu $\frac{3}{4}$ do trajeto e Lúcio percorreu $\frac{1}{2}$ do trajeto. Qual a diferença entre o que cada um percorreu?

A **possível estratégia** corresponde, de forma inicial, a mesma representação por meio de desenho, feito para a Adição. Na Figura 4, abaixo, temos a subdivisão do segundo retângulo, também, em quatro partes iguais.

Figura 4 – Representação de uma possível estratégia



Fonte: elaborado pelos autores.

Desse modo, como os dois retângulos representam o mesmo todo (trajeto) e estão ambos divididos em quatro partes iguais, tem-se que a solução que pode ser obtida pelos alunos para resolver o problema implica no seguinte caminho: a) subtrair as partes pintadas do primeiro retângulo das do segundo retângulo e escrever a resposta: A diferença entre o que Sílvio e Lúcio percorreram foi de $\frac{1}{4}$. Dessa forma, o professor pode representar esse modo de operar com a subtração de frações, de mesmo denominador, por meio do seguinte caminho: b) tínhamos $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$ que passou a ser $\frac{3}{4} - \frac{2}{4}$ e que, dessa forma, tem-se como resolução e resposta: $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{3-2}{4} = \frac{1}{4}$.

Resolvida a situação de Matemática, a **articulação** pode se dar entre a resolução do item b), por exemplo, e a resolução por meio da operação de subtração. Neste momento, o professor deve relembrar aos alunos que o que queríamos saber desde o início é quanto resultava $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$. Assim, realizar o cálculo do mínimo múltiplo comum (m.m.c.) para obter denominadores iguais e resolver a subtração, conforme se observa na Figura 5, abaixo.

Figura 5 – Resolução da Subtração por meio do cálculo do m.m.c.

$\begin{array}{cc\|l} \mathbf{4,} & \mathbf{2} & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ \hline 1 & 1 & 2x2=4 \end{array}$ $m.m.c.(4,2) = 4$	x $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{3-2}{4} = \frac{1}{4}$ ÷
	Resposta: A diferença entre o que Sílvio e Lúcio percorreram foi de $\frac{1}{4}$.

Fonte: elaborado pelos autores.

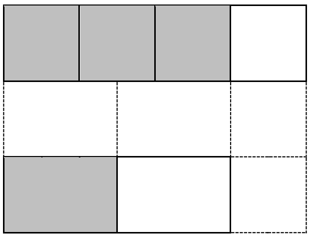
Assim, introduziu-se a operação de subtração de frações, o que permitirá abordar, nas próximas aulas, o algoritmo da subtração de frações.

Multiplicação

Para a introdução da operação de multiplicação de frações, também mantivemos o mesmo contexto das situações de adição e subtração, porém, inserimos nova redação à parte percorrida por Lúcio e redigimos uma pergunta. A **situação de Matemática** é a seguinte: Sílvio e Lúcio estão participando de uma corrida de bicicleta. Sílvio já percorreu $\frac{3}{4}$ do trajeto e Lúcio, $\frac{1}{2}$ do que Sílvio percorreu. Qual parte do trajeto Lúcio percorreu?

A **possível estratégia** compreende, em primeiro lugar, realizar a representação do que cada um percorreu. No caso da representação do que Lúcio percorreu, alguns alunos podem equivocar-se e realizar a representação da metade do trajeto, o que corresponderia a uma dificuldade na etapa de compreensão do problema. O correto é tomar como referência o que Sílvio percorreu e, assim, fazer a representação da metade disso. A Figura 6, abaixo, ilustra essa forma adequada.

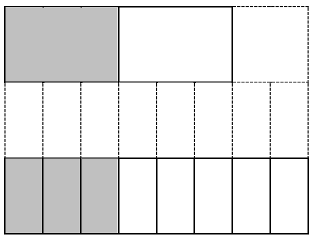
Figura 6 – Representação do que cada um percorreu



Fonte: elaborado pelos autores.

Em seguida, deve-se subdividir o trajeto (retângulo), buscando encontrar em quantas partes iguais poderia ser dividido, de modo que possamos apontar a fração que representa a parte pintada que Lúcio percorreu em relação ao trajeto. A Figura 7, abaixo, mostra que foi possível dividir o trajeto em oito partes iguais, obtendo-se um novo retângulo que passa a evidenciar que foram tomadas três partes que representam o que Lúcio percorreu do trajeto.

Figura 7 – Representação do que Lúcio percorreu



Resposta: Lúcio percorreu $\frac{3}{8}$ do trajeto.

Fonte: elaborado pelos autores.

A partir dessa resolução, a **articulação** a ser realizada para apresentar a operação de multiplicação não é direta como ocorreu para as operações de adição e subtração. Assim, neste momento, busca-se destacar aos alunos que a resposta para “que parte do trajeto Lúcio percorreu?” corresponde a encontrar uma solução para a ideia de “quanto é a metade de três quartos”: $\frac{1}{2}.\frac{3}{4}=?$

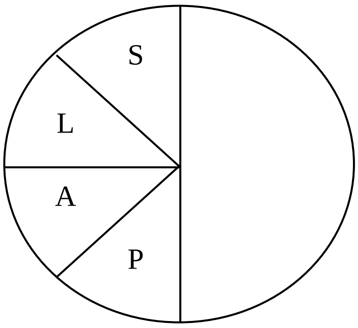
Diante disso, o professor deve apresentar diretamente a resolução por meio da operação de multiplicação pela explicação de que se deve multiplicar os numeradores e multiplicar os denominadores: $\frac{1}{2}.\frac{3}{4}=\frac{1.3}{2.4}=\frac{3}{8}$. Assim, tem-se a introdução da operação de multiplicação de frações, o que ajudará a abordar o algoritmo da multiplicação de frações.

Divisão

Para a introdução da operação de divisão de frações, propomos uma situação com contexto diferente das demais. A **situação de Matemática** foi a seguinte: Sílvio e Lúcio estavam estudando Matemática na casa de suas amigas, Ana e Paula, na sexta-feira à noite. Como estavam com fome, decidiram ligar em uma pizzaria e pediram uma pizza grande do tipo portuguesa. Quando a pizza chegou, decidiram comer apenas metade da pizza. Tendo em vista essa decisão, que parte da pizza comeu cada um dos quatro amigos?

A **possível estratégia** a ser utilizada pode ser a realização do desenho de um círculo ou circunferência e, tomando-se metade da pizza, dividir essa metade em quatro partes iguais, associando-as à primeira letra do nome de cada um dos quatro amigos, conforme mostra a Figura 8, abaixo:

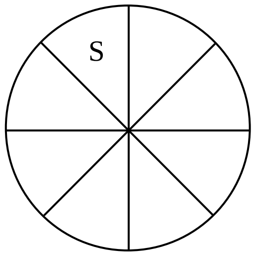
Figura 8 – Representação de uma possível estratégia por meio de circunferência



Fonte: elaborado pelos autores.

Baseados nesse desenho, alguns alunos podem apresentar como resposta que cada amigo comeu $\frac{1}{4}$ da pizza, o que não corresponde à resposta correta. Esse equívoco estaria relacionado à dificuldade de compreensão do problema, no caso, sobre a que a pergunta se referia. Para descobrir a resposta correta, é importante rever a pergunta feita no enunciado da situação de Matemática, a qual se refere à pizza e não à sua metade. Assim, o desenho do círculo, que representa a pizza, deve ser feito, dividindo-o em oito partes iguais. Marcando a letra S do nome do Sílvio, por exemplo, em uma das partes da pizza, pode-se verificar que representa a fração $\frac{1}{8}$. A Figura 9 ilustra a resolução e a resposta correta.

Figura 9 –Representação da parte que Silvio comeu da pizza

	Resposta: Cada um dos amigos comeu $\frac{1}{8}$ da pizza.

Fonte: elaborado pelos autores.

Diante dessa resolução, a **articulação** da resolução por meio da operação de divisão também não é direta. Desse modo, deve-se levar os alunos a compreenderem que a resposta à pergunta "que parte da pizza comeu cada um dos quatro amigos?" está relacionada à resolução para a ideia de "quanto é metade repartida/dividida em quatro partes": $\frac{1}{2} \div 4 =?$

Diante disso, o professor deve apresentar a resolução por meio da operação de divisão pela explicação de que na divisão de duas frações, mantem-se a primeira fração e inverte-se a segunda, multiplicando-as: $\frac{1}{2} \div 4 = \frac{1}{2} \div \frac{4}{1} = \frac{1}{2} . \frac{1}{4} = \frac{1.1}{2.4} = \frac{1}{8}$. Assim, tem-se a introdução da operação de divisão de frações, o que permitirá nas aulas seguintes abordar o algoritmo da divisão de frações.

Para essas aulas seguintes, deixamos aqui como sugestão o uso dos trabalhos de Vaz (2016) e Silva, Carvalho e Campos (2018) que apresentaram reflexões sobre a operação de divisão com frações. No caso do estudo de Vaz (2016), o autor apresentou e explorou algoritmos não usuais de divisão de frações, além da discussão da obtenção do algoritmo sobre divisão de frações.

Considerações finais

Com a nossa proposta de ensino, buscamos apresentar uma possibilidade de ensino-aprendizagem das operações aritméticas com frações via resolução de problemas. Acredita-se que as ações de ensino tratadas aqui são importantes justamente porque valorizam os conhecimentos prévios dos alunos quando se aborda uma situação de Matemática como ponto de partida (possível problema), o que favorece a análise, pelo professor, das dificuldades de seus alunos no processo de resolução de problemas.

Gostaríamos de destacar, sobretudo, o incentivo para a possibilidade de articulação de uma estratégia de resolução à respectiva operação aritmética, a qual pode ser introduzida como novo conteúdo, permitindo um trabalho posterior do respectivo algoritmo. Destacamos que as operações de adição e subtração são mais passíveis de serem visualizadas nos desenhos do que as de multiplicação e divisão. Entendemos que estas operações aritméticas já têm por natureza envolver o todo nas soluções obtidas, ou seja, as respostas obtidas sempre estão em termos do todo que é a referência.

Também enfatizamos que as aulas que envolvem situações de Matemática como as que apresentamos neste artigo constituem um momento importante para que o professor dos anos iniciais do ensino fundamental verifique os conhecimentos prévios dos alunos quando forem abordar, segundo a BNCC (2017), assuntos como: a) o uso do **todo** como referência pela percepção de que as representações dos retângulos precisam ter mesma medida; b) o total de partes iguais em que o **todo** foi dividido, evidenciando, assim, conhecimento sobre o conceito de frações: parte de um **todo** que foi dividido em partes iguais; c) o uso de frações equivalentes. Por fim, também corresponde a um momento importante para análise das dificuldades dos alunos no processo de resolução de problemas.

Contudo, entende-se que o que foi apresentado nesta proposta de ensino pode auxiliar professores e futuros professores que ensinam matemática a organizar suas aulas para introduzir não apenas essas operações aritméticas, mas também outros conteúdos matemáticos. Espera-se, assim, que, em sala de aula, o trabalho feito por meio das ações de ensino tratadas aqui permitam levar os alunos à aprendizagem significativa da Matemática.

Referências

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Educação Infantil e Ensino Fundamental. 3ª ed. Brasília: MEC, 2017.

BRASIL. Secretaria de ensino fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: SEF/MEC, 1998.

BRITO, M. R. F. Alguns aspectos teóricos e conceituais da solução de problemas matemáticos. *In:* BRITO, M. R. F. (Org.). **Solução de problemas e a matemática escolar**. Campinas: Alínea, 2006, p. 13-53.

ECHEVERRÍA, M. D. P. P. A solução de problemas em matemática. *In:* POZO, J. I. (Org.). **A solução de problemas**: aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: ArtMed, 1998. p. 43-65.

PROENÇA, M. C. **Resolução de Problemas**: encaminhamentos para o ensino e a aprendizagem de Matemática em sala de aula. Maringá: Eduem, 2018.

PROENÇA, M. C. O ensino de frações via resolução de problemas na formação de futuras professoras de pedagogia. **Bolema**, Rio Claro, v. 29, n. 52, ago., pp.729-755, 2015.

SCHOENFELD, A. H. **Mathematical Problem Solving**. Orlando: Academic Press, 1985.

SILVA, A. F. G.; CARVALHO, V. C.; CAMPOS, T. M. M. Divisão entre Frações: resolução e discussão de tarefas e de caso de ensino em um curso de licenciatura em Matemática. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis (SC), v. 13, n. 1, p. 202-218, 2018.

VAZ, R. F. N. Divisão de Frações: explorando algoritmos não usuais. **Educação Matemática em Revista**, SBEM Brasil, ano 21, n. 52, julho, p. 59-66, 2016.

Recebido em: 20 de dezembro de 2018.

Aprovado em: 19 de agosto de 2019.