

## Relaciones de conectividad y complejidad en el eje de problemas y pensamiento matemático avanzado

*Gabriel Mancera\**  
*Jaime Fonseca González\*\**

### RESUMEN

El grupo de profesores del Eje de Problemas y Pensamiento Matemático Avanzado de la Licenciatura de Educación Básica con Énfasis en Matemáticas de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas ha abordado una reflexión respecto de los propósitos del eje, en concordancia con la propuesta curricular de la Licenciatura y la discusión sobre la relación que los espacios de formación de dicho eje guardan horizontalmente entre sí. Los espacios de formación fueron agrupados en tres conjuntos y se analizaron las relaciones de complejidad

y conectividad entre ellos, en relación con los conceptos de proporción y medida. Se expone la complejización de tales objetos matemáticos y de los procesos matemáticos asociados a su tratamiento en las distintas representaciones, el lenguaje matemático, en las formas de argumentación y validación, en los procesos de modelación, entre otros, para desarrollar, así, competencias profesionales en el estudiante para profesor.

**Palabras clave:** documentos curriculares, formación inicial de profesores, resolución de problemas.

---

\* Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Dirección electrónica: gmancerao@udistrital.com.co

\*\* Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Dirección electrónica: jaimejaimef@hotmail.com

## PRESENTACIÓN

El presente documento busca exponer las reflexiones de los profesores del *Eje de problemas y pensamiento matemático avanzado (EPPMA)*, del proyecto curricular de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas (LEBEM) de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, en relación con los propósitos del mismo y las relaciones existentes entre los espacios de formación (EF) del eje. La estrategia trazada por los profesores del eje ha consistido en mirarse a sí mismos y entre sí.

## MARCO CONCEPTUAL

El proyecto curricular de la Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas se ha propuesto como un proyecto de investigación e innovación que intenta responder a la pregunta ¿Qué formación debe tener un profesor de jóvenes y niños que pretenda ayudarles a ingresar (o profundizar) en el ámbito del trabajo académico y particularmente en el de la *matematización constructora de mundo sin ejercer segregación ni otras formas de violencia*? Para responderla, se implementaron cuatro ejes de formación que atraviesan la malla curricular del proyecto LEBEM: problemas y pensamiento matemático avanzado, didáctica de las matemáticas, práctica docente y contextos profesionales.

Particularmente, el EPPMA busca que el estudiante para profesor sea reflexivo de su práctica como resolutor de problemas de matemáticas, es decir, que reconozca que no es desde la matemática formalista la manera en que se accede al conocimiento matemático y que es en la resolución de problemas donde está principalmente la actividad matemática. Cuando el énfasis en los procesos está en la abstracción, la demostración, la comprensión de textos formales y el uso operativo de definiciones formales, se dice que se trata de la resolución de problemas en el contexto de pensamiento matemático avanzado (Tall, 1978). Sin embargo, el objetivo de formación del eje, en el núcleo del pensamiento matemático avanzado, no va sobre el aprendizaje de la matemática moderna o formal como conocimiento enciclopédico, (LEBEM, 1999), sino sobre el dominio y el uso de estos procesos.

## METODOLOGÍA

Dentro de las acciones metodológicas desarrolladas por el grupo de profesores del EPPMA, debe señalarse que durante cada semestre académico se han realizado acciones específicas que intentan robustecer el eje y construir respuestas parciales a la pregunta de investigación del proyecto LEBEM.

Por ejemplo, en el período académico 2007-3, se identificó el propósito de formación y objeto de conocimiento en cada espacio de formación, y cada profesor trató de especificar sus concepciones sobre estructura aditiva, conteo y estructura multiplicativa, aleatoriedad, topología, álgebra, medida y magnitud, movimiento o continuo. En 2011-I, se realizó un seminario de profesores para buscar establecer algunas relaciones entre los espacios de formación del eje en relación con su conectividad, complejidad y conexión con los propósitos del eje.

Particularmente, en el desarrollo del trabajo desarrollado en el período 2011-I, los espacios de formación del eje fueron agrupados en tres conjuntos, según sus conexiones en términos del objeto matemático y su fenomenología. El *conjunto I* está conformado por los EF Problemas aritméticos I, Problemas aritméticos II, Problemas aritméticos III y Problemas de álgebra geométrica. El *Conjunto II* está conformado por los EF Matemática del movimiento I, Matemática del movimiento II, Matemática del movimiento III y Taller de ciencias. Y el *conjunto III* está conformado por los EF Problemas del continuo, Problemas de aleatoriedad, Extensiones numéricas y Validez y modelos. A continuación se describirá cada uno de estos conjuntos.

*Conjunto I.* Los EF que conforman este conjunto han sido agrupados a partir del reconocimiento de varios aspectos comunes: los objetivos curriculares apuntan, en general, al estudio de las estructuras aditivas, las estructuras multiplicativas, y de lo que los vincula para que se reconozcan como estructuras. Tratan objetos asociados directamente con las matemáticas escolares y lo que caracteriza el pensamiento asociado a tales estructuras. Son el escenario inicial en el que los estudiantes para profesor se aproximan a algunos procesos asociados a la actividad matemática como conjeturar, contar, particularizar, generalizar, inducir, deducir, argumentar, validar y demostrar. Finalmente, son los primeros espacios en los que los estudiantes, por la vía de la resolución de problemas, aprecian la construcción de conocimiento matemático como actividad comunitaria, compleja, en la que es fundamental la comunicación entre los actores participantes.

*Relación de conectividad.* En todos los EF de este conjunto se generan experiencias con procesos de generalización y búsqueda de patrones, las cuales se propician “como posibilidad de acercamiento a la noción de variable, además de la necesidad de que el número generalizado varíe en diferentes universos numéricos” (Grupo Pretexto, 2002: 85). Otro aspecto que vincula el trabajo realizado en este Conjunto es el sentido del infinito, visto desde diversas situaciones en las que el estudiante se familiariza desde primer

semestre con aspectos como recursión, inducción, conteo y conjeturación. Además, en dichos EF es importante el uso del contexto geométrico para dar sentido al tratamiento aritmético y algebraico en las estructuras conformadas por algún tipo de medición. Así, el trabajo desde la geometría y axiomática de Euclides permite hacer reflexiones sobre la construcción de algoritmos, procedimientos, argumentaciones, representaciones y demostraciones que en contextos puramente aritméticos podrían parecer reflexiones sin sentido.

*Relación de complejidad.* Conceptos como número, forma, variable y expresión sirven de soporte para hilar y fortalecer la malla que empieza a generar las llamadas estructuras aditivas y multiplicativas, y conceptos como magnitud, medida, que anclan las bases para fortalecer otros tipos de pensamientos. En este sentido, no solo tienen en cuenta el estudio de la adición y la multiplicación en el sentido del álgebra estructuralista, sino que, además, hacen evidente la comprensión de diferentes conceptos en el desarrollo de las situaciones, lo que hace que la adición y la multiplicación se conformen bajo estructuras conceptuales.

*Conjunto II.* En medio de los problemas del movimiento y las matemáticas como una herramienta no solo para modelar las situaciones, sino como instrumento para validar diferentes propiedades de los objetos empleados en el modelo, algunos conceptos como medida, razón y proporción permiten organizar tipos de problemas a tratar en los EF de este conjunto.

*Relación de conectividad.* Se promueve en los estudiantes, el uso de la modelación matemática, el lenguaje matemático y la búsqueda de elementos que les permitan comunicar y validar sus reflexiones en torno a la solución de problemas en los que intervienen conceptos propios del cálculo como la función, la derivada y la integral.

*Relación de complejidad.* Los objetos matemáticos en este conjunto advierten la presencia de lo dinámico. Dicho proceso conlleva la elaboración de estructuras mentales capaces de advertir la presencia de relaciones, transformaciones, procesos algebraicos, geométricos que aporten a los procesos de modelación y matematización. No solo es indispensable que el estudiante haya desarrollado pensamiento variacional y relacional, sino que, además, lo obliga a ver con otros ojos las relaciones de fenómenos reales presentes en su entorno, y los obliga a interpretar esos fenómenos y reconocer en ellos la existencia de elementos matemáticos que subyacen.

*Conjunto III.* Estos EF propenden por el desarrollo del pensamiento avanzado, entendido este como el pensamiento encargado de generalizar, demostrar,

formalizar, aplicar y modelar matemáticamente situaciones que conviven con elementos de un cierto grado de abstracción, donde podrían tratarse otro tipo de representaciones las cuales, cognitivamente hablando, complejizan tanto el objeto matemático como su comprensión. Así, se pretende hacer uso de elementos formales de argumentación en matemáticas y promover en los estudiantes el uso de lenguaje matemático para comunicar sus producciones, y para caracterizar y comprender las situaciones propuestas.

*Relación de conectividad.* Los EF que conforman este conjunto se caracterizan por poner mayor énfasis en los procesos de abstracción, demostración, comprensión de textos formales y el uso operativo de definiciones formales por medio de la resolución de problemas. Se promueve en los estudiantes el uso de lenguaje matemático para comunicar sus producciones o desarrollos sobre avances en la resolución de problemas en torno a los temas sobre los que girarán los espacios de formación, para que a través de la resolución de problemas se puedan establecer generalizaciones, cuestionamientos y técnicas usadas en el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes.

*Relación de complejidad.* Los objetos matemáticos presentes en este conjunto toman un tratamiento diferente, en el sentido de que son abordados con el objeto de resignificarlos, de ampliar sus estructuras y relaciones con otras áreas de la matemática; es por ello que el grado de complejidad se asume ya que cada objeto es de nuevo reconstruido, ampliado y aplicado en otros estadios. Por ejemplo, el número racional es construido desde las bases de la teoría de conjuntos, analizada su estructura algebraica, su topología, sus aplicaciones y representaciones para poder gestar el sistema de los números reales que, a su vez, son resignificados al cambiar topologías que ayudan a darle nuevo sentido a la continuidad, derivabilidad, entre otras. En este sentido, algunos procesos cognitivos potenciados en los demás conjuntos se hacen más visibles, en este conjunto de espacios; por ejemplo, en los conjuntos I y II, procesos como analizar, categorizar, conjeturar, generalizar, sintetizar, demostrar toman sentido para atacar y resolver las diferentes situaciones propuestas, pero aparte de estos, las representaciones mentales de los conceptos matemáticos que los estudiantes logren complejizar potencian y dotan de sentido a los diferentes elementos del análisis, las estructuras algebraicas y la topología.

## CONCLUSIONES

Teniendo en cuenta que a medida que se complejiza el objeto, también se complejizan sus relaciones, se producen diferentes conexiones entre dife-

rentes conceptos que, a su vez, van fortaleciendo y generando toda una red conceptual que se convierte en modelo y luego en artefacto para pensar matemáticamente y resolver problemas cada vez más complejos. Esta complejización de los conceptos puede vislumbrarse en los propósitos del EPPMA, eje problematizador del conocimiento matemático. No solo el objeto matemático se complejiza, sino también los procesos asociados a su tratamiento en las distintas representaciones: el lenguaje matemático, en las formas de argumentación y validación, en los procesos de modelación, entre otros. Se desarrollan, así, competencias profesionales en el estudiante para profesor.

Para el caso específico de la proporción y la medida, en el Conjunto I son abordados los elementos fundantes de estas, como, la necesidad de construcción de unidad, la interpretación de cantidades de magnitud respecto de la unidad, la relación uno a muchos en el conteo, la divisibilidad, los algoritmos de comparación, entre otros ya descritos; además, se abordan las relaciones entre tales elementos que dan origen a procesos algebraicos y de generalización como las ecuaciones, expresiones algebraicas, operaciones y algoritmos nuevos. En el Conjunto II, emergen las relaciones variacionales dándole dinamicidad a los objetos y sus relaciones, caso que no ocurre en el Conjunto I. Además, aparecen otros tipos de magnitudes como velocidad, fuerza, presión, entre otros, ampliando así el concepto de magnitud y medida, lo que genera procesos de modelación y simulación. En el tercer Conjunto, los objetos son vistos de forma global, general y formal, ya que las situaciones de aprendizaje propuestas requieren que tales objetos sean trabajados como un constructo, que permite reinterpretar los demás elementos desarrollados en relación con este.

#### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Grupo Pretexto. (2002). *Transición Aritmética-Álgebra*. Bogotá. Grupo editorial GAIA.
- LEBEM. (1999). *Documento de acreditación previa*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Documento no publicado.
- LEBEM. (2010). *Documento de reacreditación con fines de renovación de la acreditación de alta calidad*. Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Documento no publicado.
- Tall, D., (1978). *The Nature of Advanced Mathematical Thinking*.