
Relaciones entre el conocimiento visual y numérico. Porcentajes, decimales, fracciones en el aprendizaje del número racional

Gloria García O.
gloriag@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional

María Rosa González B.
mrgonzalez@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional - Institución Educativa Distrital San Pedro Claver

Claudia Salazar A.
csalazar@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional

Resumen. El curso está conformado por las siguientes tres sesiones. En la primera, presentamos una revisión de las investigaciones realizadas en relación al aprendizaje escolar de los números racionales y los argumentos sobre el papel de la visualización en el uso de representaciones de decimales y porcentajes en medios de comunicación. En la segunda sesión, ejemplarizamos con el montaje de un escenario de aprendizaje en el que se aprecia la referencia del conocimiento visual y numérico como referentes en las actividades de aprendizaje propuestas. En la tercera parte, con las herramientas de análisis propuestas sugerimos una serie de actividades para la clase de matemáticas.

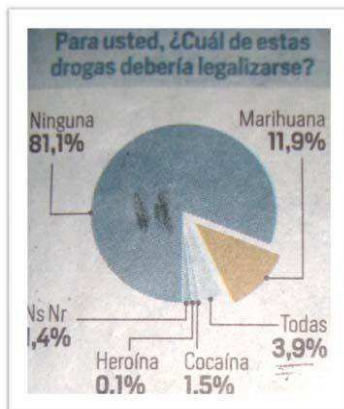
Palabras clave: expresiones decimales, porcentajes, visualización numérica.

1. El papel de la visualización y el conocimiento numérico en el aprendizaje del número racional

Este estudio se enmarca en un proyecto de investigación más amplio¹ desde el cual se busca: *Contribuir a brindar oportunidades para que los estudiantes de sexto y séptimo grado de la educación básica encuentren en ambientes de aprendizaje las razones para*

¹ Estudio del papel de los escenarios y ambientes de aprendizaje de las matemáticas en los procesos de inclusión en las clases financiado por Colciencias, Universidad Pedagógica Nacional, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Universidad de Aalborg (Dinamarca). Contrato 363 201

aprender matemáticas a partir de una propuesta de escenarios de aprendizaje desde el punto de vista de la educación matemática crítica (García, Valero, et al, 2009). Con este referente construimos el enfoque temático Vida Saludable, para la clase de matemáticas en séptimo grado en una institución pública de la ciudad de Bogotá (Colombia). Asumimos que el aprendizaje es una acción que requiere que la persona tome la decisión de comprometerse con el aprendizaje (Skovsmose, 1994). Esta decisión no depende exclusivamente de los procesos de cognición internos en la mente del estudiante sino, especialmente de la relación que el estudiante pueda hacer entre las actividades del aula, su mundo y sus posibilidades futuras de vida (Skovsmose, 2005b; Skovsmose et al., 2007) y con organizar actividades que tienen contenidos matemáticos importantes desde una perspectiva del contenido del aprendizaje, de la importancia sociológica de aprender matemáticas en la escuela, y de la posición misma de los niños.



Desde la perspectiva de las matemáticas escolares uno de los contenidos matemáticos importantes es el concepto de número racional tanto, por su constitución como objeto matemático como por la riqueza de las múltiples situaciones donde es herramienta de modelación. Desde las matemáticas Elguero (2009) señala que la razón teórica de su construcción obedece tanto a la extensión del dominio numérico como a la generalización del concepto de número. Este conjunto numérico se caracteriza por

presentar dos formas habituales de representación, las fracciones y las expresiones decimales que establecen distinciones entre el objeto matemático número racional y sus formas de escritura (2009: 34)

Desde la importancia sociológica de aprender matemáticas en la escuela las expresiones decimales viven en el mundo del trabajo, en la modistería, por ejemplo; al operar equipos de computación, administrar ingresos monetarios e interpretar datos, arreglo de bicicletas, consumo y ahorro, planificar horarios y programas, entre otros.

En los medios de comunicación escritos se usan expresiones de los números racionales, como el porcentaje para expresar comparaciones cuantitativas. De igual forma, estas expresiones junto con las expresiones decimales se usan para dar cuenta de situaciones y necesidades sociales. Un ejemplo son las siguientes informaciones:

El TIEMPO | 20 Abril 2011 - 11:47 am

Invierno en Colombia

90% del país está en alerta por emergencia invernal

O las siguientes informaciones publicadas también en un periódico nacional:

Ayuda estatal para reducir intereses de créditos (hipotecarios) Para comprar casa a una familia que recibe un salario mínimo, los bancos no le pueden prestar más de 11,7 millones de pesos, pues la cuota mensual no puede superar el 30 por ciento del ingreso...

Como se observa, las expresiones decimales en los medios de información son usadas para describir y para transmitir información sobre el mundo. Frankenstein (2009) señala que cada vez es más necesaria para los ciudadanos la comprensión del significado de los números racionales en sus formas habituales de representación, puesto que son usadas para describir y para transmitir información sobre el mundo. Con las formas de comunicación cuantificada, (visualización para el consumo, anuncios graficas económicas, deportivas) el reto para el aprendizaje de las matemáticas en la educación básica es el de la alfabetización numérica visual.

Arcavi (2003) señala que en el mundo actual es el mundo de la cultura visual y el mundo que utiliza la visualización numérica para transmitir información, lo que aporta para visibilizar las matemáticas. Para Arcavi, es necesario que como seres socio culturales que somos es casi indispensable integrar la visualización numérica en el aprendizaje. De otra parte, la visualización aporta en el aprendizaje de las matemáticas en los siguientes sentidos, tiene un papel complementario para apoyar la comprensión y soluciones simbólicas con las gráficas; apoya la ilustración de soluciones y puede también apoyar procesos de prueba o utilizarse como herramienta de prueba.

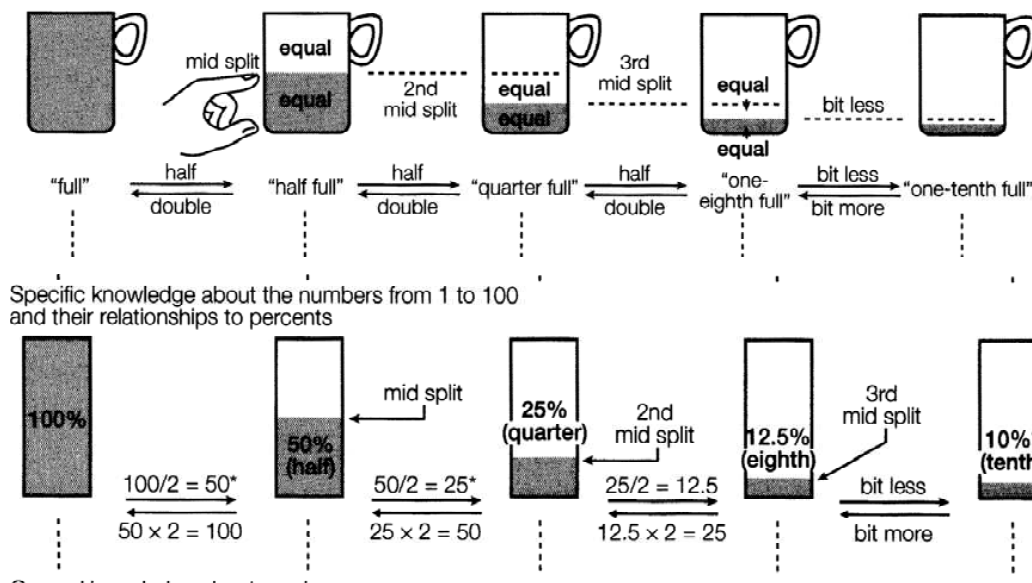
La propuesta de Karol Kieran (1976, 1993) para la construcción del concepto de número racional que integro cuatro subconstructos (objetos mentales) relacionados entre sí: cociente, operador, medida, razón, oriento el programa de investigaciones (entre las décadas del ochenta y noventa del siglo pasado) sobre el concepto de número racional. En Colombia, la propuesta Archipiélago de los fraccionarios fue un referente importante para la construcción del número racional en la reforma curricular para la educación básica.

Entre los trabajos que se destacan para destacar las situaciones en las que las fracciones son usadas para modelar se encuentra el realizado por Nunes e Bryant (1999) quienes proponen las siguientes interpretaciones de situaciones y significados de las fracciones:

- Situaciones estáticas de partición de un todo en n partes iguales, la fracción es una relación parte –todo
- Situaciones de dos variables relacionadas con la noción de división, la fracción corresponde a una división
- Situaciones en que una cantidad es medida por la relación entre dos variables. En este caso la fracción expresa la medida
- Las fracciones pueden corresponder a un valor escalar aplicado a otro número o a una cantidad. En este caso la fracción es un operador multiplicativo.

Por su parte, Gairín (2001) señala que para incrementar la comprensión de los racionales es necesario fortalecer conceptualmente las conexiones entre las notaciones fraccionarias y decimal puesto que es necesario que los estudiantes comprendan que el número $\frac{3}{4}$ puede ser expresado de manera equivalente como 0,75 o 75%, como también es necesario que comprendan que cada una de estas expresiones puede ser interpretada en aplicaciones reales. Puesto que la pertinencia de cada representación está en función de la situación que modeliza, existen situaciones cotidianas que dan sentido a una y a otra.

Joan Mosse y Robie Case (1999) desarrollan una propuesta cognitiva para la comprensión del número racional en contextos de medición lineal con las notaciones decimales de dos cifras hasta cuatro cifras. Enseguida introducen la notación fraccionaria como otra representación de los números decimales. Para estos investigadores es necesario enfatizar las distintas representaciones de los racionales porque se convierten en herramientas conceptuales para diferenciarlos de los números naturales. Señalan que los niños construyen dos tipos de unidades primitivas psicológicas a) la estructura para la evaluación proporcional (Noelting 1980a, 1980b; Resnick & Singer 1993, citados por Mosse, Robie, 1999) y b) la estructura numérica para doblar y splitting. De acuerdo con el reconocimiento a la existencia de estos dos esquemas la propuesta de enseñanza es integrar el apoyo visual de un vaso de agua para ver de manera general la proporcionalidad de tal manera que los niños asignen un valor numérico en porcentajes para estimar en varios vasos como esta de lleno el vaso. La estructura conceptual de la propuesta es presentada visualmente



Fuente: Tomada de Moss, J., Case, R. 1999: 127

Como se observa las dos visualizaciones integran tanto la estructura, que los autores llaman numérica como la estructura de proporcionalidad y al mismo tiempo integra las operaciones numéricas que relacionan las representaciones. Por su parte Kalchman; Moss & Case, (2001) es necesario que las propuestas para la comprensión del número racional positivo integren conocimientos numéricos y visuales, puesto que esta integración potencia experiencias más enriquecedoras para la comprensión del número racional.

2. Las fracciones y los decimales en la aritmética escolar

El estudio de la fracciones constituye una parte importante de la aritmética escolar en la primaria porque permiten comprender fenómenos y situaciones del mundo real asociados a actividades. Sin embargo la mayoría de las veces las propuestas didácticas solo enfatizan por separado el reconocimiento de las notaciones fraccionarias y los algoritmos para operar las fracciones se constituyen en los ejes centrales de la enseñanza.

Por su parte, las notaciones decimales son enseñadas en el contexto de los números con coma, sin ningún vínculo con la representación fraccionaria, y desde luego con la conceptualización del número racional.

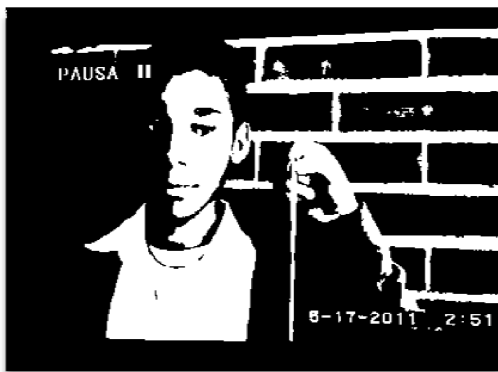
El estudio de los racionales como sistema numérico se presenta, en el caso colombiano, en el grado séptimo como un conocimiento explícito formalmente estructurado coherente lógicamente y como necesario para extender el concepto de número, en algunas ocasiones se enfatiza en su uso para dar solución a problemas de medida.

Enfoque temático: vida saludable. Con el referente de Skovsmose (1999) para orientar la planeación de un enfoque temático seleccionamos un problema fuera del universo educativo, PROYECTO DE VIDA SALUDABLE buscando contextualizar las representaciones decimales, los porcentajes y las fracciones en un problema fuera del universo educativo. Este es un tema muy conocido por los niños, pertenece a las situaciones cotidianas, se puede inicialmente formular y discutir en lenguaje natural (1999: 71) y posee un valor por sí mismo para los estudiantes de la clase de matemáticas del curso 703 de una Institución Educativa Distrital de Bogotá.

En el enfoque construimos el constructo VIDA SALUDABLE en la relación de las siguientes dimensiones: *i) actividad física*, constituida por el ejercicio, la recreación, las caminatas, los juegos de barrio, y la práctica de deportes familiares a los estudiantes tales como el fútbol, el baloncesto, el patinaje, el atletismo, entre otros, que son actividades vitales para el bienestar del hombre; otro aspecto es la *ii) buena alimentación*, que considera que un alimento no es bueno o malo, si no lo que interesa es el equilibrio y la proporción en el consumo de los mismos, se debe incluir una ingesta de alimentos bajos en grasa, el consumo de agua, de verduras, de proteínas, de calcio, de

vitaminas y de proteínas, etc.; iii) *abstención del consumo de drogas psicoactivas y de alcohol*, este aspecto se ha incluido por la fuerte influencia social a la que se ven sometidos los estudiantes ya sea por integrantes de la propia escuela, sus alrededores o del barrio en el que viven.

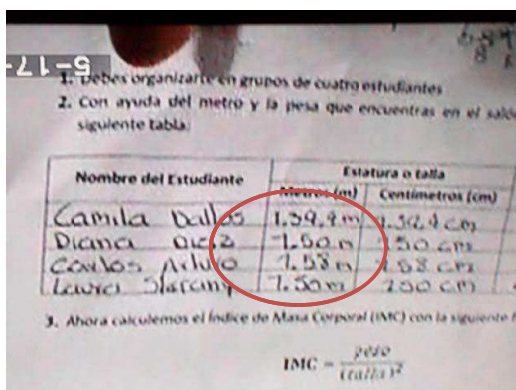
La dimensión *actividad física se desarrolla en contextos de medición lineal* relacionada con tres asuntos: (A) la condición física inicial de cada estudiante lo que implicó procesos de medida en las magnitudes longitud (altura) y masa (peso) utilizando instrumentos como la



cinta métrica y una balanza; se evidenciaron dificultades en el uso de la cinta métrica tales como: la inadecuada ubicación del punto cero para iniciar la lectura de la medida de la estatura, la no comprensión del modo de usar la cinta para medir la magnitud longitud, pues algunos estudiantes iniciaban esta medida colocando la cinta por la parte frontal del estudiante y bordeando su cuerpo, otros no lograban hacer la lectura de la estatura cuando esta excedía a 1,50 m, ya que la cinta métrica se terminaba, y no usaban otros recursos para

poder continuar la lectura, en este caso se realizaban procesos de estimación y aproximación.

Otra dificultad se presentó en el momento del registro de la información de la estatura, pues se solicitaba que ésta se escribiera en metros y en centímetros, al no existir un significado de la escritura decimal, y de la conversión de unidades, algunos estudiantes hicieron una separación de las unidades, así:



Estatura o talla	
Vetros (m)	Centímetros (cm)
1,66 m	66 cm
1,57 m	57 cm
1,57 m	57 cm
1,53 m	53 cm
1,51 m	51 cm

Figura 1. Registro de la estatura en metros y centímetros

El propósito de este primer momento fue generar necesidades de uso de los decimales en su interpretación como medida, esto implicó: establecer acuerdos sobre la escritura de los decimales y el significado que conlleva, lo que surge en el proceso de medir y expresar en tablas su altura y su peso y se relaciona con el cambio de unidad patrón; la aparición natural de la necesidad de las operaciones suma y producto (como suma repetida), que surge en el momento de determinar el valor del cociente que caracteriza el índice de masa corporal (aquí los estudiantes eluden la necesidad de la división pues el uso de calculadoras permite encontrar el resultado), en este momento surgen también algunas dificultades relacionadas con el uso de herramientas, el siguiente diálogo es una situación presentada en clase

Profesor: listo

Estudiante 1: no

Profesor: ¿cuánto te dio?

Estudiante 2: si dio eso

Profesor: ¿verificaron?

Estudiante 1: vea profe...

Profesor: toma nota de tu resultado

Estudiante 1: (toma nota y escribe) 19,150147508

Estudiante 2: no eso no da, a mí me da esto 19,150148

Estudiante 1: profe la respuesta es esto o esto (señalando los dos resultados obtenidos)

Profesor: lo que sucede es que los equipos tienen diferente capacidad para presentar la cantidad de cifras obtenida de una operación, o sea, que la capacidad de este celular es mayor que la de este (señala los dos celulares), si usáramos otro aparato podría mostrarnos diferente número de cifras, quizás más.

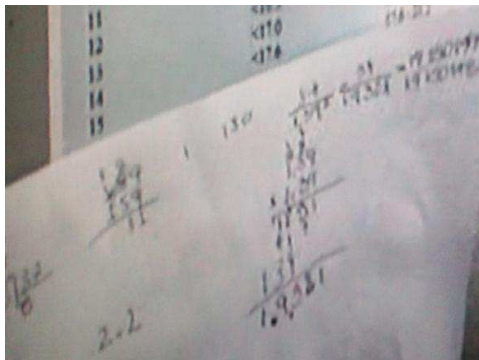
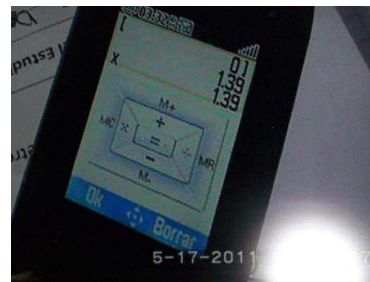
Estudiante 1: por ejemplo, una de esas calculadoras que tienen muchas teclas

Profesor: por ejemplo

Estudiante 2: pero mira profe, hasta acá son las mismas cifras (señalando los dos números decimales hasta la cifra 4) y después de acá son diferentes.

Profesor: ¿qué pasa?

Estudiante 1: ¡que aproximan!



Otra de las tareas propuestas corresponde a ubicar los datos en los rangos de referencia presentados en tablas de índice de masa corporal, el establecimiento de orden surge como necesidad en la lectura de estas tablas por edad y sexo (aquí el reconocimiento del significado del símbolo \leq o \geq adquiere relevancia y la posibilidad de ubicar un valor en un intervalo) y se evidencia en la lectura de tablas como la siguiente:

Índice de masa corporal (peso/talla ²) en varones por edad (CDC/NCHS/USA)					
Edad	Déficit	Normal	Sobrepeso	Riesgo	Obesidad
10	<15.5	15.5 - 18.2	>18.2	>19.4	>22.1
11	<15.9	15.9 - 18.9	>18.9	>20.2	>23.2
12	<16.5	16.5 - 19.7	>19.7	>21.0	>24.2
13	<17.0	17.0 - 20.4	>20.4	>21.8	>25.1
14	<17.6	17.6 - 21.2	>21.2	>22.6	>26.0
15	<18.2	18.2 - 21.9	>21.9	>23.4	>26.8
16	<18.9	18.9 - 22.7	>22.7	>24.2	>27.5
17	<19.5	19.5 - 23.4	>23.4	>24.9	>28.2
18	<20.2	20.2 - 24.1	>24.1	>25.6	>29.0

Figura 1. Índice de Masa Corporal

Dentro de la condición física, también se hace un diagnóstico en el que se evalúa el porcentaje de esfuerzo, aquí se relacionan los procesos de medida en las magnitudes tiempo y cantidad, y el promedio entre medidas, los instrumentos usados son el cronómetro y la calculadora virtual, a través de la actividades física se establece la frecuencia cardiaca (FC), y la frecuencia cardiaca máxima (FCM), usando la calculadora de http://www.portalfitness.com/nutricion/cal_porcentaje_esf.htm, en ella se establece el porcentaje de esfuerzo de cada actividad física, esta tarea se desarrolla desde la clase de educación física y matemáticas. A través de la FC o pulsaciones que se toman en la muñeca o en el cuello, los estudiantes pudieron establecer la forma de controlar la intensidad de los ejercicios que realizan; la FCM, es el número máximo de pulsaciones al que se debe llegar y varía con la edad, la FCM la determinan los estudiantes con la expresión

- $FCM = 220 - edad$, el valor de la FCM resulta importante para que puedan establecer por ejemplo a que porcentaje de su FCM deben entrenar ya sea para querer perder peso, o aumentar su capacidad aeróbica o anaeróbica. Por tanto este valor resulta importante si los estudiantes desean iniciar un plan de entrenamiento dentro de su proyecto de *vida saludable*. El instrumento de registro se presenta en la Figura 3.

(B) Una evaluación de los alimentos que caracterizan la dieta de la casa y los refrigerios del colegio, la pregunta que orienta esta actividad es: ¿Te alimentas con lo que comes?

En esta actividad se propone a los estudiantes que registren lo que consumen en el desayuno, almuerzo y comida, al igual que el refrigerio que toman en el colegio, esto lo hacen durante una semana, en esta actividad los estudiantes leen y reconocen las tablas nutricionales que aparecen en los productos que consumen, se enfrentan a actividades tales como: hacer

Figura 3. Instrumento de registro de FC

noticias; y develar parte de las posturas que tienen los estudiantes frente a las drogas psicoactivas. En la figura 6, se muestra el proceso que sigue un grupo de estudiantes para hacer una lectura decimal y porcentual.

Ninguna	81,1%	$\frac{81,1}{100}$	$\frac{81,1}{100} \times \frac{10}{10} = \frac{811}{1000}$
Marihuana	11,9%	$\frac{11,9}{100}$	$\frac{11,9}{100} \times \frac{10}{10} = \frac{119}{1000}$
Todas	3,9%	$\frac{3,9}{100}$	$\frac{3,9}{100} \times \frac{10}{10} = \frac{39}{1000}$
Cocaína	1,5%	$\frac{1,5}{100}$	$\frac{1,5}{100} \times \frac{10}{10} = \frac{15}{1000}$
Heroína	0,1%	$\frac{0,1}{100}$	$\frac{0,1}{100} \times \frac{10}{10} = \frac{1}{1000}$
Ns/Nr (no sabe/No responde)	1,1%	$\frac{1,1}{100}$	$\frac{1,1}{100} \times \frac{10}{10} = \frac{11}{1000}$

Figura 6. Procedimiento aritmético realizado por los estudiantes

En un primer momento los estudiantes se enfrentan a comprender cuál es la pregunta que se hace a los encuestados, que es: ¿Cuál de estas drogas deben legalizarse? Ello genera la discusión respecto a qué es la legalización, y comercialización legal o no de la droga, luego realizan una lectura de la gráfica y hacen una conversión de escritura para dar algunos significados a la información que se suministra, para ello los estudiantes siguen procesos como escribir el porcentaje como una razón, y buscan una estrategia para comparar cantidades enteras, para ello multiplican la razón por fracciones como $\frac{\quad}{\quad}$. Cuando veían la información de esta manera manifestaban su sorpresa de la existencia de personas que apoyaran la legalización de la droga, así como decían estar de acuerdo con la legalización de la droga, porque a través del uso moderado era posible evitar y curar algunas enfermedades, esta información la tenían por su referente familiar, dado el uso que abuelos o tíos hacen de ella.

c. ¿Cuál es tu opinión respecto a la legalización de la droga?

Yo digo que ~~SI~~ deberían legalizarla porque algunas drogas sirven para medicina.
 digo que no deberían legalizarla porque algunas causan enfermedades y que también causan cancer

c. ¿Cuál es tu opinión respecto a la legalización de la droga?

Es malo por que causa miles de muertes, muchas enfermedades y tambien por que la gente se obsesiona en comprar más y más drogas y se podria venderse en la calle, con problemas, aguantando necesidades como el hambre. y sería bueno para curar algunas enfermedades.

b. Explica cómo entienden la información que acá se presenta,

Lo que nos llama la atención es que 39 personas de 1000 apoyaran la legalización de todas las drogas sabiendo que eso es malo para la sociedad y nadie debería apoyar esta legalización.

c. ¿Qué te parece lo que la gente opina?

Pues la verdad es un poco de ~~indignación~~ indignación por las personas que apoyan la legalización de drogas por que sería una de las peores cosas en nuestra sociedad.

c. ¿Cuál es tu opinión respecto a la legalización de la droga?

Me opinión es que no deberían legalizar la droga ya que esto sin ser legalizado tiene a nuestra sociedad muy mal y se la legalizaran sería como querer destruir la vida de muchas personas ya que a través de las drogas se conforman muchas enfermedades como cancer de pulmon, perdida cerebral etc.....

3. Conclusiones

Como se observa hemos desarrollado solo las dos primeras partes del enfoque temático, en lo que sigue en el transcurso del año, con base en los análisis y reflexiones conjuntas de profesores y estudiantes generaremos un plan que incluya involucrar las condiciones alimenticias y físicas más adecuadas para promover una vida saludable, se espera que los estudiantes a través del análisis de los registros que han realizado y de la lectura de tablas y textos en torno a lo que es la *vida saludable*, tengan argumentos matemáticos, sociales y biológicos para proponer un posible plan que promueva una *vida saludable*. En este proyecto cada grupo de estudiantes debe construir una cartilla en la que presenten una rutina de actividad física, en la que especifican tiempos y condiciones; una dieta que establezca las cantidades y propiedades de los alimentos, presentando algunas combinaciones de menú que cumplen la condición, además de unas recomendaciones de hábitos que promuevan la construcción de un proyecto de *vida saludable*.

Referencias bibliográficas

- Arcavi (2003). The role of visual representation in the learning of mathematics. Recuperado de Internet 2009.
- Centeno, J. (1988) Números decimales, ¿Por qué? ¿Para qué? Madrid: Síntesis
- Elguero Cecilia (2009) Construcción social de ideas en torno al número racional en un escenario sociocultural del trabajo. Tesis de Maestría en Ciencias y en Matemática educativa. Instituto Politécnico Nacional. Centro de Investigaciones en Ciencia Aplicada Y Tecnología Avanzada. Recuperada de Internet 2010.
- García, G. Valero, P. Camelo, G, Mancera, G., Romero J. (2009) Escenarios de aprendizaje de las matemáticas. Un estudio desde la perspectiva de la Educación matemática crítica. Bogotá: Fondo Editorial UPN. IDEP Colciencias. Universidad de Aalborg.
- Gairín, J., M. (2001) Sistemas de representación de los números racionales positivos. UN estudio con maestros en formación. Contextos Educativos, 4 137- 159.
- Mosse, J., Robie, C. Developing children's understanding of the rational numbers: A new model and a experimental curriculum. Journal for research in Mathematics Education. Vol. 30 No 2
- Nunes, T., Bryant, P (1999) Comprensión de los números racionales. Las matemáticas y su aplicación: la perspectiva del niño. México: siglo veintiuno editores.
- Skovsmose, O (1999) Un enfoque temático en educación matemática. *Hacia una Filosofía de la Educación Matemática Crítica*. Bogotá: una empresa docente. Universidad de los Andes.

**Volver al índice
Cursos**