ISSN 1983-3156
A2
http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2020v22i2p604-634

Convergências entre o livro didático e o ensino de função quadrática: um olhar sob os registros de representação semiótica

Convergences between textbook and the quadratic function teaching: a look from the semiotic representation registry perspective

Convergencias entre el libros de texto y la enseñanza de la función cuadrática: una mirada bajo la perspectiva de los registros de representación

Andreza S. da Silva[1]
Universidade Federal de Pernambuco (UFPE - PE)
Doutoranda em Educação Matemática e Tecnológica – UFPE – PE
https://orcid.org/0000-0001-9675-3557
Rosinalda A. de M. Teles[2]
Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)
Doutora em Educação – UFPE – PE
https://orcid.org/0000-0002-7289-3501

Resumo

Sob a ótica da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, analisa-se a relação entre a abordagem do livro didático e a prática do professor de Matemática sobre Função Quadrática. A pesquisa, de caráter quantitativo e qualitativo, utilizou vídeo gravação, áudio gravação e análise de livro didático. Há convergência entre a abordagem do livro didático e a prática do professor: na variabilidade das representações; na construção do gráfico pelo procedimento ponto a ponto. As conversões são muito enfatizadas, mas de maneira indireta, não colaborando para que o estudante coordene dois registros de representação. No livro didático, a maioria das questões são de médio e alto grau de não congruência; já nas aulas, de baixo e médio grau. Consideramos que a falta de auxílio nas coordenações entre registros pode gerar dificuldades para aprendizagem.

Palavras-chave: Função quadrática, Registros de representação semiótica, Prática docente, Livro didático.

[1] andrezass19@hotmail.com
[2] rosinaldateles@yahoo.com.br

Abstract

From the perspective of the Registers of Semiotic Representation theory, this study presents the analysis of the relationship between the textbook approach and the Mathematics teacher's practice on Quadratic Function. This quantitative and qualitative-character research used video recording, audio recording, and textbook analysis. There is a convergence between the textbook approach and the teacher's practice: in the variability of representations; in the construction of the graph by the point-to-point procedure. Conversions are highly emphasized, but indirectly, not helping the students to coordinate two representation registers. In the textbook, most questions are of medium and high degree of non-congruence; yet, in classes, of low and medium degree. We believe that the lack of help in coordinating registers can create learning difficulties.

Keywords: Quadratic function, Registers of semiotic representation, Teaching practice, Textbook.

Resumen

Desde la perspectiva de la Teoría de los Registros de Representación Semiótica, se analiza la relación entre el enfoque de los libros de texto y la práctica del profesor de Matemáticas en Función Cuadrática. La investigación, cuantitativa y cualitativa, utilizó grabación de video, grabación de audio y análisis de libros de texto. Existe una convergencia entre el enfoque de los libros de texto y la práctica del profesor: en la variabilidad de las representaciones; en la construcción de la gráfica por el procedimiento punto a punto. Las conversiones se enfatizan mucho, pero de manera indirecta, sin ayudar al estudiante a coordinar dos registros de representación. En el libro de texto, la mayoría de las preguntas son de grado medio y alto de no congruencia; ya en clases, bajo y medio grado. Creemos que la falta de asistencia para coordinar los registros puede crear dificultades de aprendizaje.

***Palabras clave*:** Función cuadrática, Registros de representación semiótica, Práctica docente, Libro de texto.

Convergências entre o Livro Didático e o Ensino de Função Quadrática: Um olhar sob os Registros de Representação Semiótica

A Matemática traz em si um conhecimento formal e abstrato, notadamente, o ensino e a aprendizagem do corpo de conhecimentos desta ciência têm inquietado professores, estudantes e pesquisadores. A linguagem matemática é composta por simbologias que cumprem a função de se colocar no lugar do objeto de conhecimento. Duval (2009, p. 32), em sua Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), nomeia essas simbologias de representações semióticas.

Existem variados registros de representações semióticas, tais como linguagem natural ou materna, algébrica, tabelas, gráficos cartesianos e figuras. Uma representação semiótica só é um registro se obedecer as funções cognitivas de comunicação, objetivação e tratamento, que correspondem, respectivamente, a "transmissão de uma mensagem ou de uma informação entre indivíduos, ela requer a utilização de um código comum", o segundo "é a função que permite a um sujeito de tomar consciência daquilo que até então não tinha feito. É o trabalho de exteriorização" e o último tem "a função de transformar uma representação em outra, utilizando unicamente as possibilidades de funcionamento do sistema de representação mobilizado" (Flores & Moretti, 2005, p.3).

Dentre as inquietações no ensino e na aprendizagem de conceitos matemáticos, destacam-se aquelas relacionadas às dificuldades na apreensão de determinados objetos de conhecimento da área da Matemática, entre eles as funções.

Várias pesquisas têm investigado o tema ensino e aprendizagem de função no âmbito da Educação Matemática. Maia (2007), Peixoto (2011), Santos (2012) e Salin (2014), por exemplo, com base na Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), entre outros aspectos, enfatizam a importância deste conceito na Matemática, outras áreas da ciência, assim como sua aplicação no cotidiano.

São vários os tipos de funções: afim, quadrática, exponencial e outras. Nesse trabalho, optamos pela Função Quadrática por ser uma das funções mais elementares, precedente apenas da função afim e por esta possuir três formas de escritas diferentes no registro algébrico (RA): a forma canônica, desenvolvida e fatorada, ou seja, organizações internas distintas quando olhadas para o seu registro gráfico (RG), assim sob a ótica da TRRS permite-nos analisar variados aspectos entre seus registros.

Levando em consideração as dificuldades pertinentes à aprendizagem desse conceito, se destaca grande complexidade ao que diz respeito à construção do gráfico da função, mas, principalmente, o reconhecimento do registro algébrico concernente ao registro gráfico apresentado. Isso pode ser desencadeado pelo ensino baseado na utilização do registro tabular, a fim de encontrar pares ordenados a serem ligados no plano cartesiano para formar o gráfico da função.

Embora essa não seja a única dificuldade apresentada nos estudos (Duval, 1988; Moretti, 2003; Santos, 2012; Salin, 2014 e outros), é uma das mais evidenciadas. Portanto, tomando como base que as dificuldades evidenciadas pelos alunos são em partes um reflexo do ensino, Brandt e Moretti (2014, p. 28) olhando sob o foco da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, revelam que uma prática docente em que falta a "coordenação de diferentes registros de representações semióticos pertencentes a sistemas semióticos diferentes e o fenômeno da congruência semântica são responsáveis por grande parte das dificuldades dos alunos".

Notadamente a maioria dos professores utiliza e/ou baseia-se no livro didático para planejar e organizar suas aulas, concordamos que esse material é bastante influente nas aulas, assim como afirma Bittar (2017, p. 364): "o livro didático utilizado por um professor pode fornecer uma boa aproximação com sua prática em sala de aula, especialmente no que diz respeito ao conteúdo apresentado e às metodologias utilizadas".

Nesse recorte, de um estudo de Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica, analisamos sob a ótica da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, como o ensino de Função Quadrática é abordado por um professor de Matemática na 1ª Série do Ensino Médio e a sua relação com o livro didático.

Discutimos a seguir os principais elementos teóricos da TRRS que embasam esse estudo; procedimentos metodológicos e resultados obtidos na análise do livro didático e da prática do professor, estabelecendo relações entre eles.

Função Quadrática e sua relação com os elementos da Teoria dos Registros de Representação Semiótica

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval, tem o propósito de ajudar na compreensão do funcionamento cognitivo tanto no ensino como na aprendizagem da Matemática, isto é, conjecturar sobre dificuldades existentes no domínio dessa ciência e encontrar meios de superá-las.

No âmbito da TRRS diferencia-se registro de representação semiótica e apenas representações semióticas. São registros as representações semióticas que obedecem às três funções cognitivas: comunicação, objetivação e tratamento, como já supracitado. Já as representações semióticas, têm a função de se colocar no lugar de algo, esse algo, na Matemática, seria o objeto em estudo. Por exemplo, o Código Morse, ele tem apenas a função de comunicação por mera codificação e decodificação. Por não ter a função de objetivação e tratamento, não é um registro, embora seja uma representação semiótica.

A aprendizagem matemática, para Duval (2003), está estritamente ligada à cognição, sendo assim, um dos principais pressupostos é que se faz necessário a coordenação de diferentes registros para um mesmo objeto matemático, no mínimo dois. Isso corresponde à conversão, que para Duval não é uma atividade simples e fácil, já que “passar de um registro de representação a outro não é somente mudar de modo de tratamento, é também explicar as propriedades ou os aspectos diferentes de um mesmo objeto" (Duval, 2003, p. 22). A outra atividade cognitiva é o tratamento, que é a transformação no mesmo registro, como por exemplo a simplificação de uma expressão algébrica.

Quando se trata da conversão, dois fenômenos estão inerentes: a heterogeneidade nos dois sentidos e a congruência semântica. O primeiro corresponde à conversão de ida e volta entre duas representações, por exemplo, do registro algébrico para o gráfico e de volta, do gráfico para o algébrico. Com relação ao fenômeno de congruência semântica, Duval (2009) determina três critérios para distinguir se duas representações são congruentes ou não:

I. Correspondência semântica dos elementos significantes (associação um a um entre os registros na conversão);
II. Univocidade semântica terminal (o sentido das unidades significantes nos dois registros são os mesmos);
III. Ordem dentro da organização das unidades (o registro de chegada possui mesma ordem das unidades significantes do registro de partida depois de convertido).

Consideramos nesse estudo três graus de não congruência semântica:

- **Grau de não congruência semântica baixo:** ao qual **um** dos critérios estabelecidos por Duval (2009) não é satisfeito entre a representação de partida e a representação de chegada.
- **Grau de não congruência semântica médio: dois** dos critérios elencados por Duval (2009) não são satisfeitos entre a representação de partida e a representação de chegada.
- **Grau de não congruência semântica alto:** nesse caso, nenhum dos critérios estabelecidos por Duval (2009) são respeitados entre duas representações.

A Figura 1, a seguir, ilustra o que corresponde ao grau de não congruência semântica baixo, já que a ordem dentro da organização das unidades significantes (III) é satisfeita, pois a representação algébrica segue a mesma ordem da representação em linguagem natural. Assim como o critério de univocidade semântica terminal (II) também é respeitado, pois as unidades significantes "soma" e "produto" estão representadas com o símbolo que elas significam na Matemática (+) e (·), respectivamente.

Porém, a correspondência semântica dos elementos significantes (I) não acontece na conversão de uma representação a outra, já que os termos "pares de números reais de soma" possuem quatro signos — pois a preposição "de" não consideramos como unidade significante já que ela apenas completa o sentido do enunciado —, enquanto que na representação algébrica possui apenas três signos $(x + y)$. O que também pode ser notado no termo "produto máximo", que possui dois signos contra três signos da representação algébrica $(x \,.\, y)$.

Figura 1.

Exemplo de enunciado com grau de não congruência baixo (Silva, 2020, p.33)

(SMOLE; DINIZ, 2016, p.128) De todos os $\underbrace{\text{pares de números reais de soma}}_{x+y}$ $\underbrace{\text{igual}}_{=}$ a $\underbrace{12}_{12}$, determine aquele de $\underbrace{\text{produto máximo}}_{x\,.\,y}$.

Portanto, na Figura 1 existem dois critérios que foram satisfeitos e um que não foi correspondido.

Procedimento de construção do gráfico

Duval (1988) pontua três maneiras de construir um gráfico:

- **A abordagem ponto a ponto** — esse tipo de procedimento consiste em encontrar pontos por meio da substituição na representação algébrica da função, no intuito de formar pares ordenados, distribuídos em uma tabela, que são localizados em um plano cartesiano em seguida traça-se a curva ligando esses pontos.

- **A abordagem de extensão do traçado** — é o procedimento de esboçar o gráfico que leva em consideração os infinitos pontos que estejam presentes no traçado, e não apenas alguns pontos como é o caso da abordagem ponto a ponto. Porém, não leva em consideração os valores visuais presentes na representação gráfica.
- **A abordagem da interpretação global das propriedades figurais** — consiste na articulação entre as representações algébricas e gráficas, ou seja, na "associação "variável visual da representação — unidade significativa da expressão algébrica" (Duval, 1988, p. 237).

Dos três procedimentos, Maia (2007) enfatiza que a abordagem ponto a ponto é a mais utilizada nos livros didáticos, como esse é um dos materiais mais utilizados pelo professor em sala de aula, possivelmente esse mesmo tipo de abordagem seja priorizado no ensino.

Com relação ao ensino de função, Duval (1988, p. 235) faz menção sobre a conversão das representações algébricas e gráficas da equação, "o ensino e mesmo certos estudos didáticos, atém-se a passagem da equação para a sua representação gráfica com a construção ponto a ponto" e salienta que isso acarreta em uma barreira para a aprendizagem.

Para Moretti (2003, p. 149-150), o ato de esboçar uma curva "ainda é tratado quase que exclusivamente por meio da junção de pontos localizados no plano cartesiano, pontos estes obtidos por intermédio de substituições na expressão matemática correspondente". Ele salienta que esse modo de esboçar o gráfico não ajuda o aluno a perceber que as modificações na representação algébrica implicam em modificações na representação gráfica e vice-versa.

Duval (2011) explicita que essa forma de proceder ao esboçar o gráfico chega a ser uma simples técnica de codificação, porém "a visualização produzida é qualitativa, e sua compreensão requer a coordenação cognitiva do registro das escritas algébricas" (p. 105).

Assim, o procedimento que enfatiza essa coordenação é o de interpretação global das propriedades figurais, em que se pode estabelecer a associação das variações visuais do gráfico, que "*devem corresponder às oposições qualitativas no reconhecimento visual* da forma do gráfico, de sua orientação e de sua posição em relação aos eixos" (Duval, 2011, p. 109), e, as unidades de significado na escrita algébrica, que são "os dados ou as informações matematicamente pertinentes" (Duval, 2011, p. 103). Para Moretti (2003), o movimento de translação, fazendo uso do registro algébrico na forma canônica ($f(x) = a(x - m)^2 + k$), ao qual se leva em consideração o deslocamento pelo vértice da parábola, é um dos caminhos para esse tipo de procedimento.

Procedimentos Metodológicos

A pesquisa, de caráter quantitativo e qualitativo, utilizou para a coleta de dados vídeo gravação, áudio gravação, assim como as anotações da pesquisadora, com referência aos registros apresentados pelo professor na lousa. Foram observadas quinze aulas, cujo foco era o ensino e aprendizagem da Função Quadrática, com duração de 50 minutos cada, no período de 27 de agosto a 20 de setembro do ano de 2019.

Também, numa perspectiva documental, identificou diferentes representações de Função Quadrática utilizadas num livro didático. Assim, foram analisados o modo como um professor de uma escola da rede pública estadual de ensino, na 1ª série do Ensino Médio (EM), desenvolveu seu ensino sobre o tema e, consequentemente, o uso que fez do livro didático e como propunha as diferentes representações de função, e qual a relação entre a sua prática e a abordagem do livro didático utilizado.

O professor participante lecionava na escola estadual, campo da pesquisa, a cerca de três anos, e também numa escola municipal no mesmo município, nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Possui formação em Licenciatura em Matemática e especialização também na área.

O livro didático selecionado para análise atendeu ao critério de ser o mesmo utilizado pelo professor participante da pesquisa e aprovado pela escola com base no Plano Nacional do

Livro Didático (PNLD) 2018, que permanece em vigência até 2020: volume 1 (referente a 1ª série do EM) da coleção Matemática: Ciência e Aplicações de Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, David Degenszajn, Roberto Périgo e Nilze de Almeida, publicado pela editora Saraiva, 9ª edição no ano de 2016. Especificamente, foi analisado o capítulo quinto, no qual é abordado a Função Quadrática.

As categorias de análise do livro didático e da prática docente foram apoiadas nos elementos da TRRS: Representações da Função Quadrática, Tratamento, Conversão, Procedimentos de construção do gráfico e Fenômeno de congruência semântica.

Análise do estudo da Função Quadrática no livro didático

No livro didático foram analisadas as atividades propostas no capítulo quinto, denominadas de Exemplos, Exercícios resolvidos, Troque ideias, Exercícios e Desafio. Cada um desses possui questões, respondidas ou não. Algumas questões possuem solicitações (por exemplo, a, b, c etc.) ao qual chamamos de itens. No total foram 67 questões com 158 itens, como mostra a Tabela 1.

Tabela 1.

Distribuição de atividades no LD (As autoras)

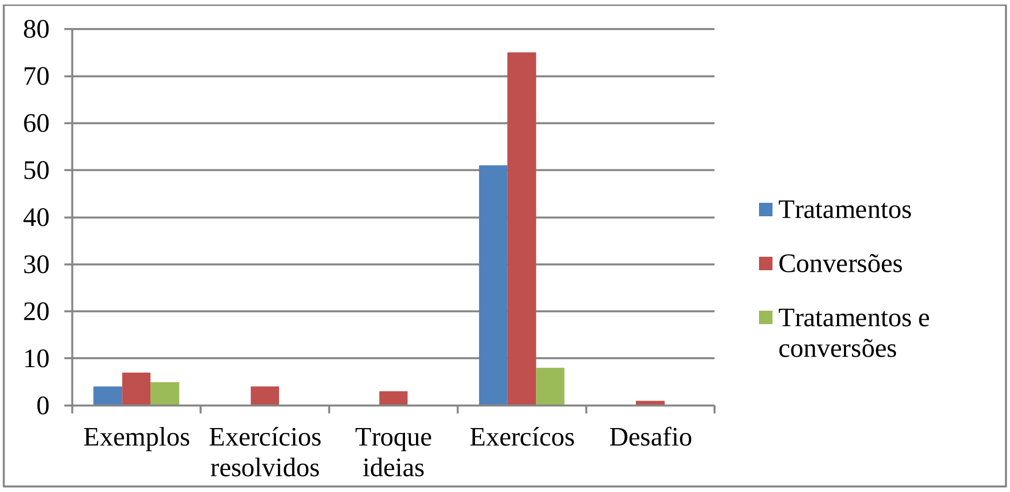
	Exemplos	**Exercícios resolvidos**	**Troque ideias**	**Exercícios (para resolver)**	**Desafio**
Questões	16	2	1	47	1
Itens	16	4	3	134	1

O livro didático apresenta diversas representações, no entanto, as mais priorizadas são: algébrica (principalmente na forma desenvolvida), gráfica e em linguagem natural.

No que concerne as categorias: tratamento e conversão abordados nas atividades do LD, o Gráfico 1 evidencia o quantitativo de tratamentos, conversões e ambos concomitantemente, ou seja, os itens não especificavam qual registro seria o de chegada, o que permitia ser tratamento e/ou conversão.

Gráfico 1**.**

Quantidade de transformações nas atividades do LD (As autoras)



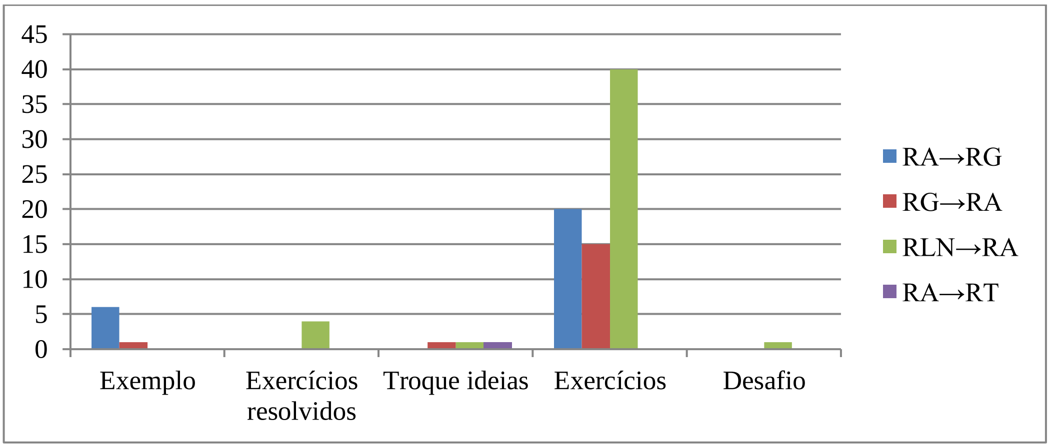
Pelo Gráfico 1, percebe-se que o número de conversões é maior que o de tratamentos, mas, parte das conversões, principalmente entre os RA e RG, são indiretas, isto é, tem-se duas conversões distintas até obter-se a resolução que é solicitada na questão, ou mesmo um tratamento no RA. Em outras conversões também pode ser visto o tratamento numérico, como nas atividades do Troque Ideias.

Embora pelos pressupostos da TRRS se justifique que é por meio das atividades de conversões que os estudantes podem coordenar dois registros diferentes, assim como, é por meio do uso de pelo menos dois registros que acontece a compreensão do conceito matemático estudado, haja vista que cada representação dispõe de parte de conteúdos diferentes, em casos onde a conversão é indireta, ela não permite uma coordenação entre os registros de partida e o de chegada (final da resolução) podendo gerar dificuldades na aprendizagem. O tratamento ocorre com destaque na representação algébrica.

Em termos dos tipos de conversões, os mais enfatizados no LD foram RLN→RA e RA→RG (conversões indiretas, seja usando o RT ou mesmo o tratamento no RA), como revela o Gráfico 2. Houve heterogeneidade nos dois sentidos apenas entre os registros algébrico e gráfico.

Gráfico 2.

Tipos de conversões nas atividades (itens) do LD (As autoras)

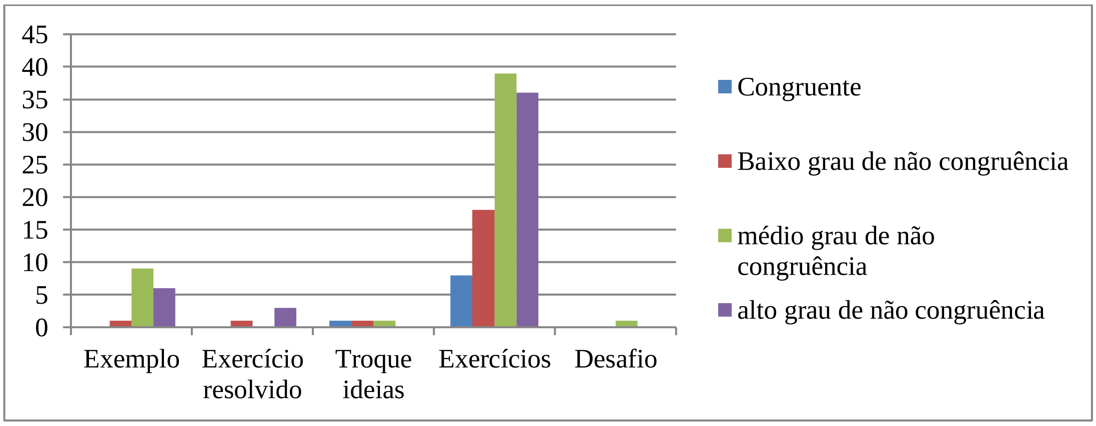


Nesse Gráfico 2, não estão em evidência as representações auxiliares que se fizeram presentes em várias conversões no LD, expondo apenas os registros de partida e de chegada nas extremidades — se uma conversão indireta do RLN para o RA usa o RF como auxiliar, tem-se RLN→RF e RF→RA, mas no gráfico está apenas os registro extremos da conversão RLN→RA. Destaca-se o uso do registro tabular enquanto representação auxiliar, também há representações figurais. Esse destaque prevalece por causa do procedimento de construção do gráfico adotado pelo LD, o ponto a ponto.

O Gráfico 3 enfatiza a quantidade referente à variação de congruência e não congruência semântica nas conversões que o LD abordou.

Gráfico 3.

Quantidade referente a variação de congruência e não congruência semântica nas conversões (As autoras)



O número de itens que possuem congruência na conversão de duas representações é inferior aos demais. A maioria são de médio e alto grau de não congruência devido ao grande número de conversões indiretas que não auxiliam na articulação entre os registros, o que implica no aumento da dificuldade em resolver essas questões, pois Duval (2009) enfatiza que quanto maior o grau de não congruência entre duas representações, maior serão as dificuldades em se realizar a atividade de conversão.

Quanto à abordagem para construção do gráfico, o LD usa a abordagem ponto a ponto, e esta não possibilita aos alunos a compreensão por meio da coordenação entre as unidades significantes e as variáveis visuais entre os dois registros.

Dessa maneira, mesmo o LD apresentando variabilidade de registros de representações semióticas e variadas conversões, elas não são trabalhadas para que se possa realizar a coordenação entre os registros, o que, a nosso ver, poderia causar maiores dificuldades tanto para o ensino, quando subsidiado pelo LD, como para a aprendizagem.

Análise de estudo da Função Quadrática conduzida por um professor de Matemática

A análise das observações das aulas do professor, foi organizada nas categorias: Representações da Função Quadrática, tratamento, conversão, procedimento de construção do gráfico e fenômeno de congruência semântica.

No que concerne aos registros de representações — algébrico, gráfico, linguagem natural, tabular, figural — apresentados durante as aulas sobre Função Quadrática pelo professor de Matemática, houve variabilidade delas. Nas suas explicações, o professor utilizou os registros algébrico, gráfico e em linguagem natural com maior frequência, e assim, como no LD, na maioria das vezes que trabalhou com o registro gráfico, ou seja, sua construção, apresentou também o registro tabular.

Com o trecho a seguir, no qual consta os registros em linguagem natural e algébrico, ilustramos um exemplo que o professor escreveu no quadro, no sexto dia de observação, para a exploração dos valores de máximo e mínimo da Função Quadrática.

Figura 2.

Exemplo de conversão RLN para RA escrito no quadro pelo professor (Acervo da pesquisa)

3º) Um goleiro chutou uma bola que descreveu a trajetória parabólica, definida pela lei $h(x) = -10x^2 + 40x + 1$. Na função dada $\underline{x}$ representa o tempo em segundos e $\underline{h(x)}$ representa a altura atingida pela bola em metros. Qual é a altura máxima atingida por essa bola e em quanto tempo isso ocorreu?

a) Altura de 41m no tempo de 2s.
b) Altura de 40m no tempo de 4s.
c) Altura de 80m no tempo de 4s.
d) Altura de 80m no tempo de 2s.
e) Altura de 160m no tempo de 2s.

$$a = -10 \quad b = 40 \quad c = 1 \Delta = b^2 - 4.a.c$$
$$\Delta = 40^2 - 4.(-10).1$$
$$\Delta = 1600 + 40$$
$$\Delta = 1640$$

$$x_v = \frac{-b}{2.a}$$
$$x_v = \frac{-40}{2.(-10)}$$
$$x_v = \frac{-40}{-20}$$
$$x_v = 2s$$

$$y_v = \frac{-\Delta}{4a}$$
$$y_v = \frac{-1640}{4.(-10)}$$
$$y_v = \frac{-1640}{-40}$$
$$y_v = 41m$$

Nesse exemplo, assim como houve a conversão, também foi realizado o tratamento no registro algébrico (RA). No primeiro dia de observação foi abordado a construção do gráfico da Função Quadrática, e como mencionado anteriormente, para isto, o professor fez uso do registro tabular, como mostra o trecho transcrito abaixo.

Registro do professor:

$$b)\ y = -x^2 + 1$$

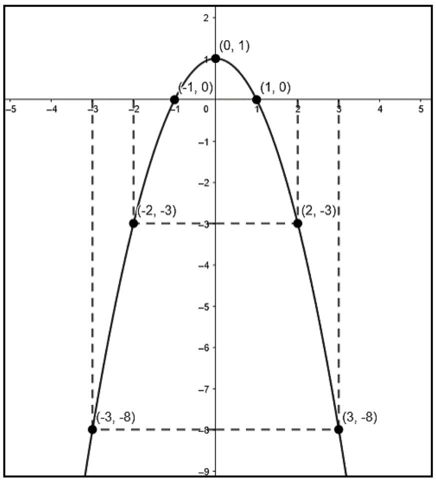
P: [...] Então, como sempre, a gente faz uma tabelinha, onde de um lado é atribuído os valores a x e buscamos os valores correspondentes a cada x dado, para y. Colocamos x de menos três até o mais três (professor constrói a tabela calculando os valores com os alunos).

Registro do professor:

X	*y*
-3	$-(-3)^2 + 1 = -9 + 1 = -8$
-2	$-(-2)^2 + 1 = -4 + 1 = -3$
-1	$-(-1)^2 + 1 = -1 + 1 = 0$
0	$-(0)^2 + 1 = -0 + 1 = 1$
1	$-1^2 + 1 = -1 + 1 = 0$
2	$-2^2 + 1 = -4 + 1 = -3$
3	$-3^2 + 1 = -9 + 1 = -8$

P: Uma vez determinado a tabela, os valores de *y* para *x* de menos três a três, a gente agora vai fazer a ligação dos pontos.

Registro do professor:



Estas representações foram as mais apresentadas pelo professor, no entanto, outras representações também foram utilizadas. Quando o professor apresenta os registros, concomitantemente, ele realiza transformações com eles ou a partir deles. Isto é, ao propor as representações, o professor realiza ou tratamentos ou conversões.

Quanto à transformação de tratamento, nota-se que essa não foi a prioridade do professor em suas aulas, logicamente ela era sempre usada mediante a necessidade, mas a maioria das questões não tinha apenas a finalidade de tratamento em um registro. Sendo assim, o professor explorou só dois exemplos que necessitavam apenas de tratamento e pediu para que os alunos realizassem vinte e três itens similares como exercícios. A representação com mais ênfase nos tratamentos foi a algébrica, principalmente, quando se tratava de encontrar as raízes da Função Quadrática (Figura 3).

Figura 3.

Resolução escrito no quadro de um exemplo que enfatiza o tratamento no RA (Acervo da pesquisa)

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$a = 1 \quad b = -5 \quad c = 6$$

$$\Delta = b^2 - 4.a.c$$

$$\Delta = (-5)^2 - 4.1.6$$

$$\Delta = 25 - 24$$

$$\Delta = 1$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a}$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2.1}$$

$$x = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$x_1 = \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$x_2 = \frac{5-1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

Logo, as raizes são 3 e 2.

Nesse trecho, houve a manipulação algébrica a partir da fórmula resolutiva também denominada de fórmula de Báskara, e essa manipulação não foi apenas utilizada no estudo das raízes, mas em outros momentos como o encontro das coordenadas do vértice, ou até mesmo na substituição de valores para *x* na função, a fim de encontrar valores para *y* e organizar os pares ordenados na tabela.

Em relação à categoria conversão, foram apresentados ou deixados para serem resolvidos pelos alunos 14 exemplos com um total de 16 itens. Destes, 2 exemplos foram trazidos pelo professor — outra fonte diferente do LD utilizado nas aulas —, e o restante (14 itens) estava no LD: 11 com o título de exemplos e 1 questão (3 itens) com o título de exercício resolvido. Vale salientar que um dos exemplos do LD foi modificado para a conversão inversa, do registro gráfico (RG) para o registro algébrico (RA).

Além disso, foram propostos 20 exercícios (total de 60 itens) do LD, para que os estudantes pudessem resolver e praticar os conhecimentos aprendidos. Assim, destacamos na

Tabela 2 a quantidade total de itens (exemplos e exercícios) que envolvem tratamento, conversão e conversão e tratamento, concomitantemente.

Tabela 2.

Quantidade de tratamentos e conversões nas atividades (itens) vivenciados nas aulas (As autoras)

	Tratamento	**Conversão**					**Tratamento e conversão (RA→RG)**	**Total**
		RA→RG (usando RT)	**RG→RA**	**RG→RA (Usando RLN)**	**RLN→RA (Usando alguma representação algébrica)**	**RLN→RA**		
Exemplos	2	2	2		5		5	**16**
Exercícios	23	5		10	12	2	8	**60**
Total	**25**	**7**	**2**	**10**	**17**	**2**	**13**	**76**

Como percebe-se na Tabela 2, o número de conversão é maior que o de tratamento, isso possibilita aos estudantes maior apropriação dos conteúdos, visto que de acordo com Duval (2009) para que aconteça a apreensão de um objeto matemático é necessário coordenar ao menos dois registros de representação desse objeto.

No entanto, a partir de algumas escolhas de atividades pelo professor e da forma como é evidenciada a resolução, em alguns dos registros não é possível aos estudantes coordenar dois registros, como é o caso das conversões do RA→RG, na qual se tem uma conversão indireta, pois faz uso do RT. Essa forma de abordagem foi muito enfatizada no LD que o professor utilizou no decorrer das aulas.

Ainda é perceptível que existem conversões apresentadas pelo professor nos exemplos utilizados em suas explicações que não foram adotados nos exercícios propostos aos alunos, como é o caso da conversão no sentido RG→RA. Assim como existem exercícios com conversões que não foram desenvolvidos nos exemplos da explicação (RG→RA usando o RLN e no sentido RLN→RA).

As conversões mais enfatizadas pelo professor foram registro em linguagem natural para o registro algébrico, seguidamente de registro gráfico para o algébrico, assim como, no sentido oposto, alguns trechos da gravação demonstra esses tipos de conversões:

Registro do professor:

→ <u>Gráfico</u> Exemplos: 1º) Construa o gráfico de cada uma das funções de R em R dadas pelas seguintes leis: a) $f(x) = x^2 - 2x + 4$

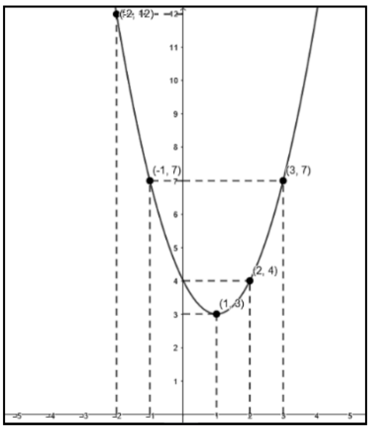
P: [...] A primeira coisa a ser feita quando a gente quiser construir um gráfico de uma função do segundo grau será atribuir valor pra x, e a partir dos valores atribuídos a x a gente buscar valores que correspondem a cada valor determinado por x em y. Então fazemos uma tabelinha, de um lado colocamos o valor de x e do outro lado vamos buscar a substituição que vai ser o valor de y. Geralmente, quanto mais pontos a gente coloca na tabela, melhor fica o desenho gráfico da função, geralmente, eu gosto de atribuir valores de menos três até três, mas, às vezes nessa atribuição de menos três até três, não nos dá condições de ver o gráfico de forma perfeita, aí então, a gente vai atribuindo outros valores que pudesse.

Registro do professor:

x	y
-3	$(-3)^2 - 2.(-3) + 4 = 9 + 6 + 4 = 19$
-2	$(-2)^2 - 2.(-2) + 4 = 4 + 4 + 4 = 12$
-1	$(-1)^2 - 2.(-1) + 4 = 1 + 2 + 4 = 7$
0	$0^2 - 2.0 + 4 = 0 - 0 + 4 = 4$
1	$1^2 - 2.1 + 4 = 1 - 2 + 4 = 3$
2	$2^2 - 2.2 + 4 = 4 - 4 + 4 = 4$
3	$3^2 - 2.3 + 4 = 9 - 6 + 4 = 7$

P: Sim, sim! Está ótimo! Agora a gente faz a ligação dos pontos, observe que quando a gente vai ligando os pontos, a gente forma essa curva. Uma curva na Matemática, chamada de curva cônica, que tem um nome próprio chamado de parábola.

Registro do professor:



Nessa conversão, em que o registro inicial é o algébrico (RA) e o final é registro gráfico (RG), para que o professor realizasse a transformação ele utilizou o registro tabular (RT) a fim de encontrar pares ordenados a serem substituídos no plano cartesiano e ligados para a formação do gráfico. Consideramos o registro tabular como um registro auxiliar, mas ao mesmo tempo que ele toma esse papel, em vez de apenas uma conversão tem-se duas: RA→RT e RT→RG.

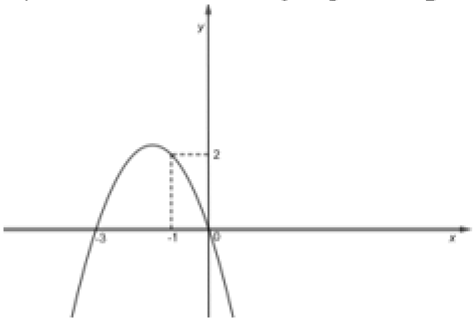
Nas conversões no sentido inverso, o professor optou por selecionar pontos relevantes no gráfico, tais como vértice, sinal do coeficiente a, raízes da função. A partir disto, ele traçava juntamente com os alunos o esboço do gráfico para a função dada, como segue o trecho de transcrição:

Registro do professor:

→ Determinação da lei da função a partir de um gráfico

Exemplos:

1º) Determine a lei da função que cada gráfico a seguir representa:



P: A partir de um gráfico a gente consegue determinar a lei da função, para que isso aconteça é necessário que a gente tenha conhecimento no gráfico, de quem são as raízes e um ponto qualquer do gráfico. Assim, para que eu consiga montar a lei da função eu tenho que ter conhecimento dessas duas coisas. Assim, a gente tá apto a encontrar a lei, porque toda lei da função ela pode ser escrita na forma (e escreve lendo $y = a.(x - r_1).(x - r_2)$) aí alguém pode dizer assim, professor, o que seria esse r_1 e r_2 aí? Seriam as raízes da função. [...] Então, todas as vezes que eu quiser montar a função de um gráfico, conhecida as suas raízes e um ponto qualquer dela, eu vou ter que escrever essa função nesse formato (aponta para a forma fatorada do registro algébrico), essa é a fórmula fatorada de uma Função Quadrática. [...] Outra coisa é que toda vez que eu tiver raízes negativas, com o menos da fórmula, na fórmula vai ficar positivo, e quando for positivo, escrito na fórmula vai ficar negativa.

Registro do professor:

$y = a.(x - r_1).(x - r_2)$	$a = \frac{2}{-2}$
$y = a.[x - (-3)].(x - 0)$	$\underline{a = -1}$
$* \; y = a.(x + 3).x$	$* \; y = -1.(x + 3).x$
$2 = a.(-1 + 3).(-1)$	$y = -1.(x^2 + 3x)$
$2 = a.2.(-1)$	$\underline{y = -x^2 - 3x}$
$2 = -2a$	Essa é a lei da função do item "a".

Esse tipo de conversão, é considerado um dos mais difíceis pelos alunos, justamente por não ser tão explorado, já que nesse sentido, a conversão não dá para ser feita utilizando uma tabela em que se possa distribuir valores. Com relação a conversão RLN→RA, tem-se o seguinte trecho de transcrição:

Registro do professor:

Exemplos:
1º) A quantidade q(x) de peças produzidas em um ateliê feminino variou nos primeiros 14 dias após a reinauguração, de acordo com a função $q(x) = -x^2 + 14x$. Sabendo que <u>x</u> representa o número de dias após a reinauguração, qual foi a quantidade máxima diária de peças produzidas nesse período?
a) 14
b) 49
c) 13
d) 7
e) 48

P: Observe que o que ele quer a quantidade máxima de peças, que nada mais é do que o q(x), ou seja, ele quer o y do vértice, tá? Porque o q(x) aqui na função representa o y. Assim, observe que essa parábola, pelo valor de a, a é negativo, então a parábola tem concavidade voltada para onde? Para baixo, se ela tá com concavidade voltada para baixo, então, ele tem um dia que faz com produza a maior quantidade de peças, mas como eu não quero saber o dia e sim o maior número de peças produzidas, então nesse caso a gente vai fazer uso da fórmula.

Registro do professor:

$a = -1 \quad b = 14 \quad c = 0$

$\Delta = b^2 - 4.a.c$

$\Delta = 14^2 - 4.(-1).0$

$\Delta = 196 - 0$

$\Delta = 196$

$y_v = \dfrac{-\Delta}{4.a}$

$y_v = \dfrac{-196}{4.(-1)}$

$y_v = \dfrac{-196}{-4}$

$\underline{y_v = 49}$

$-x^2 + 14x = 0$

$x.(-x + 14) = 0$

$x = 0 \quad ou \quad -x + 14 = 0$

$-x = -14 \quad .(-1)$

$x = 14$

$\underline{x_v = 7}$

$y_v = -x_v^2 + 14x_v$

$y_v = -7^2 + 14.7$

$y_v = -49 + 98$

$\underline{y_v = 49}$

P: Automaticamente, se x igual a zero e igual a quatorze, o x_v é quanto? Se é zero, as raízes é zero e quatorze, quem é o valor de [...]
Al: Sete.
P: Sete, aí alguém pode dizer assim, oxente, como é que ela sabe disso? É porque o x_v ele é o ponto médio das raízes, então, se perguntasse em que dia houve maior produção de peças femininas, a resposta seria sete.

Para essa questão, o professor precisou realizar uma conversão do registro em linguagem natural para algébrica, no entanto, a função já foi dada. Logo, necessitaria converter apenas alguns trechos, tais como: “quantidade máxima diária” que corresponde ao y_v, e isso já mostraria como proceder com a questão, necessitando apenas do tratamento no registro algébrico. Foi feita uma interpretação quanto ao valor do coeficiente a e a concavidade da parábola, o que determinava o valor de máximo, já que a concavidade é voltada para baixo, assim como o valor de x_v considerando a simetria entre as raízes da função.

No que se refere ao fenômeno da heterogeneidade nos dois sentidos, o professor explora apenas usando os RA e RG, os outros tipos de conversões são abordados em apenas um sentido, o que pode impossibilitar a viabilização de propriedades diferentes, já que o próprio Duval (2009) afirma que ao realizar-se as conversões em sentidos opostos com os mesmos registros, notam-se propriedades distintas entre eles.

Quanto ao procedimento para construção do gráfico, o adotado pelo professor, seguindo o livro didático, foi apenas o ponto a ponto. Esse tipo de procedimento consiste em substituir valores para x na função dada a fim de encontrar os valores de y e formar os pares ordenados no registro tabular. A partir disto, marcam-se os pares ordenados no plano cartesiano e liga-os para que se chegue ao esboço gráfico da função, como é possível perceber no trecho a seguir.

Registro do professor:

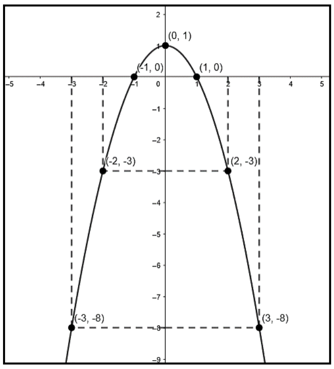
$$b)\ y = -x^2 + 1$$

P: [...] Então, como sempre, a gente faz uma tabelinha, onde de um lado é atribuído os valores a *x* e buscamos os valores correspondentes a cada *x* dado, para *y*. Colocamos *x* de menos três até o mais três (professor constrói a tabela calculando os valores com os alunos).

Registro do professor:

X	***Y***
-3	$-(-3)^2 + 1 = -9 + 1 = -8$
-2	$-(-2)^2 + 1 = -4 + 1 = -3$
-1	$-(-1)^2 + 1 = -1 + 1 = 0$
0	$-(0)^2 + 1 = -0 + 1 = 1$
1	$-1^2 + 1 = -1 + 1 = 0$
2	$-2^2 + 1 = -4 + 1 = -3$
3	$-3^2 + 1 = -9 + 1 = -8$

P: Uma vez determinado a tabela, os valores de *y* para *x* de menos três a três, a gente agora vai fazer a ligação dos pontos.



Registro do professor:

P: Observe que o valor de *a* como é negativo, a concavidade da parábola é voltada para baixo. Quando a concavidade está voltada para cima, a gente tinha um valor mínimo da função, quando a concavidade está voltada para baixo, a gente tem o valor máximo da função, que nesse caso seria o um, tá certo. O eixo de simetria aqui, corresponde ao eixo das ordenadas. Observe também que o valor *c* diz onde a parábola vai tocar o eixo *y*, observe que a parábola tocou o eixo *y* no ponto um. Observe também agora, que nessa função ela tem dois toques no eixo *x*, então, se eu calcular o delta dessa função aqui, ele vai ser um número maior que zero. A gente pode fazer esse cálculo aqui.

Registro do professor:

$$\Delta = b^2 - 4.a.c$$
$$\Delta = 0^2 - 4.(-1).1$$
$$\Delta = 0 + 4$$
$$\Delta = 4$$

É considerável que mesmo usando o procedimento ponto a ponto, o professor faz a leitura de pontos importantes e notórios do gráfico, fazendo sua relação com o registro algébrico, mas isso não é a interpretação global das propriedades figurais, visto que esta é realizada a partir da visualização na alteração de valores visuais em cada um dos registros.

Esse tipo de procedimento, tanto na visão de Duval (1988) como por outros pesquisadores, como Moretti (2003) não permite que a o estudante consiga fazer a coordenação entre os registros de representação algébrica e gráfica.

E ainda, pode ocorrer barreiras na aprendizagem, se não for evidenciado que a parábola é uma curva formada por um conjunto de pontos, e não apenas os que foram apontados na tabela e transcritos no plano.

Referente ao fenômeno da congruência semântica nos itens abordados pelo professor em suas aulas, considerando tanto os que estão presentes no LD como os que ele traz ou modifica. O fenômeno, assim como já foi verificado no LD, segue os critérios estabelecidos por Duval (2009): Correspondência semântica das unidades significantes (A), univocidade semântica terminal (B) e ordem na organização das unidades significantes em cada uma das representações (C).

Baseado nestes, definiu-se os diferentes graus de não congruência semântica, variando se nas conversões são estabelecidos nenhum, um ou dois critérios de congruência, que respectivamente correspondem a alto, médio e baixo grau de não congruência semântica. Se os três critérios forem estabelecidos então a conversão é congruente.

Na Tabela 3, o percentual de conversões destacando o fenômeno de congruência presente nelas, de acordo com o grau, em exemplos (Exp.) e exercícios (Exc.).

Tabela 3.

Percentual de conversões e seus respectivos fenômenos de congruência (As autoras)

	Conversão							**Total**
	RA→RG (usando RT)		**RG→RA**	**RG→RA (Usando RLN)**	**RLN→RA (Usando alguma representação algébrica)**		**RLN→RA**	
	Exp.	**Exc.**	**Exp.**	**Exc.**	**Exp.**	**Exc.**	**Exc.**	
Congruente						2		**2**
Baixo grau de não congruência			2	4	5	5		**16**
Médio grau de não congruência	2	5		2		3	2	**14**
Alto grau de não congruência				4		2		**6**

Com base na Tabela 3, os itens mais trabalhados foram os que envolviam baixo grau de não congruência semântica, ou seja, os que apenas um dos critérios apontados por Duval (2009) não era estabelecido. E foi seguido por itens com médio grau de não congruência semântica, dos quais em cada um, dois dos critérios não foram estabelecidos.

A maioria dos itens foram extraídos do livro, dessa forma, como eles já foram analisados item a item sobre o fenômeno de congruência semântica, destacamos a análise, neste momento, para os itens propostos pelo professor e modificados por ele. Os símbolos © e **X,** presentes no Quadro 1, significam, respectivamente, se o critério é satisfeito e não é satisfeito.

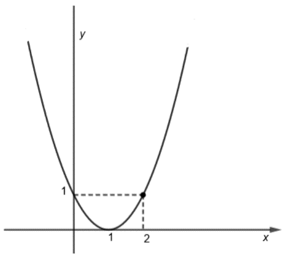
Assim, destacamos que o exemplo 12, em que houve a inversão no sentido da conversão de RA→RG para RG→RA, é caracterizado com baixo grau de não congruência semântica por não conservar o critério de **ordem entre duas representações**, visto que, o próprio Duval (2009) comenta que este critério só é pertinente quando o mesmo número de dimensão existir, logo, como o registro de partida está em 2D e o registro de chegada em 1D, não se estabelece o critério **C**.

Já nos exemplos dispostos pelo professor, o critério não conservado é o da **correspondência semântica entre os elementos significantes (A)**, haja vista que, ao pedir "altura máxima" no registro de partida, que compõem dois elementos, a correspondência não é biunívoca para o registro de chegada que é y_v. E ainda no exemplo 2, os termos "quanto tempo" está associada ao registro de chegada x_v, continuando por não satisfazer o critério **A**.

Quadro 1.

Análise da conservação dos critérios de congruência semântica nos itens diferentes do LD

(Silva, 2020, p. 133)

		Critérios	
Exemplo 12 (conversão inversa)	Determine a lei da função que cada gráfico a seguir representa: 	**A**	©
		B	©
		C	**X**
Exemplo 1 (proposto pelo professor)	A quantidade q(x) de peças produzidas em um ateliê feminino variou nos primeiros 14 dias após a reinauguração, de acordo com a função $q(x) = -x^2 + 14x$. Sabendo que <u>x</u> representa o número de dias após a reinauguração, qual foi a quantidade máxima diária de peças produzidas nesse período? a) 14 b) 49 c) 13 d) 7 e) 48	**A**	**X**
		B	©
		C	©
Exemplo 2 (proposto pelo professor)	Um goleiro chutou uma bola que descreveu a trajetória parabólica, definida pela lei $h(x) = -10x^2 + 40x + 1$. Na função dada <u>x</u> representa o tempo em segundos e <u>$h(x)$</u> representa a altura atingida pela bola em metros. Qual é a altura máxima atingida por essa bola e em quanto tempo isso ocorreu? a) Altura de 41m no tempo de 2s. b) Altura de 40m no tempo de 4s. c) Altura de 80m no tempo de 4s. d) Altura de 80m no tempo de 2s. e) Altura de 160m no tempo de 2s.	**A**	**X**
		B	©
		C	©

Análise relacional entre a proposta de ensino de Função Quadrática no livro didático e na prática do professor

Consideram-se aqui, convergências e divergências, sob a ótica da teoria dos registros de representação semiótica, de como o objeto matemático, Função Quadrática, é apresentado no livro didático e como este é conduzido pelo professor de Matemática em suas aulas.

A partir das análises pôde-se constatar que o professor em suas aulas, usa quase que exclusivamente o livro didático, seja para expor as definições e explicá-las, seja para escolher exemplos e atividades. Esse dado reforça o ponto de vista defendido por Bittar (2017).

Neste âmbito, destaca-se que as conversões do registro algébrico para o registro gráfico, tanto no livro didático como nas aulas do professor foram realizadas por meio do registro tabular, ou seja, pelo procedimento ponto a ponto (Duval, 1988). O que já era esperado, visto que, pesquisas como as de Maia (2007) e Salin (2014) apontam que este tipo de procedimento é enfatizado nos livros didáticos, e por estes serem um dos recursos mais utilizados pelo professor, é também o procedimento ponto a ponto que ele enfatiza em suas aulas.

No entanto, como já foi mencionado, tanto o professor como o LD fazem as leituras do gráfico, mas isso não basta para que haja a interpretação das propriedades figurais do gráfico, e para isso necessitaria esboçar o gráfico por outro meio, pelo movimento de translação, como aborda Moretti (2003).

Algo relevante que foi evidenciado nas aulas do professor foi a conversão do RG para o RA, que é pouco trabalhado nas salas de aula, e que para Duval (1988) é o tipo de conversão que os alunos têm grande dificuldade exatamente pelo frequente uso do procedimento ponto a ponto para o esboço do gráfico na conversão inversa. E embora, essa conversão tenha sido realizada para a forma fatorada da Função Quadrática, em um dos exemplos poderia ser usada também a forma canônica para encontrar o registro de chegada.

O uso predominante do RA em sua forma desenvolvida foi visto tanto no LD como nas aulas, raro o uso da forma fatorada do LD, mas nas aulas ela foi um pouco mais explorada. No entanto, a representação algébrica na forma canônica não foi utilizada em nenhuma atividade, seja no LD ou pelo professor. E seria essa forma de registro algébrico que possibilitaria o movimento de translação do gráfico, enfatizando assim o procedimento de interpretação global das propriedades figurais.

Embora com algumas lacunas relativas às conversões, mencionadas acima, o estudo da Função Quadrática (no LD e pelo professor) foi rico em representações diversas, as transformações priorizadas foram as conversões, e com oscilações nas atividades que possibilitaram perceber variações no fenômeno de congruência semântica. Isso é relativamente satisfatório, principalmente, nos casos de heterogeneidade (RA→RG e RG→RA) e pelo trabalho com questões que envolvem conversões que possuem custos cognitivos em diferentes graus, pela análise realizada a partir dos critérios de congruência semântica (Duval, 2009).

Quanto ao uso da representação tabular, consideramos ela útil, até porque como o próprio Duval (2009) menciona, cada representação possui propriedades próprias que compõem o conceito do objeto matemático estudado, mas a partir da finalidade usada para a construção do gráfico, esta representação pode causar lacunas na aprendizagem, por exemplo limitar o número de pares ordenados de um gráfico que possui infinitos pontos. No entanto, com outro propósito, o RT tem um papel primordial, ele deve ser utilizado no ensino de função para generalizar e formalizar a lei da função. Ou seja, dado um registro tabular com valores para x e para y, deve-se buscar um termo comum que coincida em cada x para y de forma a conseguir generalizar a lei de formação da função.

Portanto, mesmo seguindo o LD o professor apresenta melhorias quanto a exposição no estudo da Função Quadrática, e nos casos de suas limitações, entendemos que estes sejam por fatores de tempo didático, tempo de trabalho e pela influência do próprio LD.

Considerações

Este estudo objetivou analisar sob a ótica da Teoria dos Registros de Representação Semiótica, a relação entre a abordagem do livro didático e a prática do professor de matemática sobre Função Quadrática.

Os dados analisados evidenciaram a variabilidade na apresentação das representações, tanto no LD como nas aulas do professor, o trabalho com conversões superou as transformações de tratamento, embora grande parte dessas conversões aconteceram indiretamente, ora fazendo uso de um registro auxiliar, ora de um tratamento, e isso não colabora para que o estudante consiga coordenar dois registros de representação.

Relativo ao procedimento de construção do gráfico, tanto o LD como o professor apoiaram-se no procedimento ponto a ponto, embora fossem feitas as leituras dos pontos principais da parábola (no caso, do professor), mas isso não chega a ser o procedimento que Duval (1988) expõe ser capaz de articular os registros algébricos e gráficos. Sobre o fenômeno de congruência semântica a maioria das questões versam sobre médio e alto grau de não congruência, no LD e nas aulas as escolhas de atividades foram de baixo e médio grau de não congruência, no entanto isso não quer dizer que o custo cognitivo para resolução dessas questões seja maior, essa dificuldade pode ser percebida em boa parte dos itens pela utilização de conversões indiretas.

Pelas análises é perceptível uma convergência entre a abordagem do livro didático e a prática do professor, já que esse utiliza quase exclusivamente o LD em suas aulas. Finalmente apontamos que para o estudo de Função Quadrática é necessário articular os mais variados registros: RA – nas formas desenvolvida, fatorada e canônica; RG, RT, RLN, RF; assim como realizar as conversões em sentidos opostos, trabalhar o procedimento para o esboço do gráfico que favoreça a coordenação entre os registros pelo aluno, o RT deveria ser usado como meio de generalização da fórmula, por exemplo, e não como recurso auxiliar para a construção do esboço gráfico. Enfim, selecionar e pensar em questões que envolvam congruência e variados graus de não congruência semântica, possibilitando assim, graus de dificuldade diferentes e possibilidades de apreensão desse conhecimento matemático. Nesse sentido questionamos se o uso pelo professor exclusivamente de um LD que não articula os registros, ou seja, que não auxilia os estudantes nas coordenações entre registros, poderia gerar dificuldades na aprendizagem de Função Quadrática. Assim deixamos para estudos posteriores, entre outros, a análise da relação entre o ensino e aprendizagem desse tema sob a ótica da TRRS.

Esse estudo enfatiza elementos importantes, sob o olhar da teoria dos registros de representação semiótica, para o estudo de Função Quadrática no intuito de favorecer novas pesquisas e principalmente subsidiar professores de matemática do ensino básico.

Referências

Bittar, M. (2017). A teoria Antropológica do Didático como ferramenta metodológica para análise de livros didáticos. *Zetetiké*, 25 (3), p. 364-387. https://doi.org/10.20396/zet.v25i3.8648640.

Brandt, C. F. & Moretti, M. T. (2014). O cenário da pesquisa no campo da Educação Matemática à luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. *Revista EDUMAT,* 7 (13), p. 22-37. Disponível em: https://periodicos.ufms.br/index.php/pedmat/article/view/488.

Duval, R. (1988). Graphiques et equations: L'articulation de deux registres. In: *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, (1), 235-261.

Duval, R. (2003). Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: S. D. A. Machado. *Aprendizagem em matemática: Registros de representação semiótica* (p.11-33). Campinas, SP: Papirus Editora.

Duval, R (2009). *Semiósis e pensamento humano.* Contextos da ciência. Tradução: Lênio Abreu Farias e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física.

Duval, R. (2011). *Ver e ensinar a matemática de outra forma: Entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas.* In: T. M. M. Campos (org). Tradução: Marlene Alves Dias. São Paulo: Editora PROEM.

Flores, C. & Moretti, M. (2005). *O funcionamento cognitivo e semiótico das representações gráficas: Ponto de análise para aprendizagem Matemática.* In: Reunião Anual da ANPED, GT19: Educação Matemática, 28, Caxambu. Anais... Caxambu: ANPED. p. 1-13. Disponível em: http://www.ufrrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_28/funcionamento.pdf

Maia, D. (2007). *Função quadrática: Um estudo didático de uma abordagem computacional.* [Dissertação – Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo]. Disponível em: https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11133.

Moretti, M, T. (2003). A Translação como recurso no esboço de curvas por meio da interpretação global das propriedades figurais. In S. D. A. Machado. *Aprendizagem em matemática: Registros de representação semiótica* (p. 149-160). Campinas, SP: Papirus Editora.

Peixoto, L. S. (2011). *Aproximações e distanciamentos entre as pesquisas em educação matemática e as concepções dos professores sobre o ensino de funções.* [Dissertação – Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina]. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/95934.

Salin, E. B. (2014). *Matemática Dinâmica: uma abordagem para o ensino de funções afim e quadrática a partir de situações geométricas.* [Dissertação – Ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Sul]. Disponível em: https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/108425.

Santos, V. D. G. (2012). *Esboço de gráficos nos ambientes papel e lápis e geogebra: funções afins e funções quadráticas.* [Dissertação – Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Federal de Alagoas]. Disponível em: http://www.repositorio.ufal.br/handle/riufal/1224.

Silva, A. S. (2020). *Registros de representação semiótica e função quadrática: um olhar sobre o ensino e a abordagem no livro didático.* [Dissertação – Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco]. Disponível em: https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/179

Recebido em: 06/03/2020
Aprovado em: 27/06/2020