

Investigação Baseada em Design: Uma experiência de formação de professores em Estatística

Design Based Research: A teacher education experience in statistics

Investigación basada en el diseño: una experiencia estadística de formación docente

Bruna Mayara Batista Rodrigues ¹
Instituto de Educação, Universidade de Lisboa
<https://orcid.org/0000-0001-5950-5896>

João Pedro Mendes da Ponte
Instituto de Educação, Universidade de Lisboa
<https://orcid.org/0000-0001-6203-7616>

Resumo

O presente artigo apresenta os resultados de uma pesquisa inserida em um ciclo de intervenção de uma Investigação Baseada em Design (IBD) sobre o desenvolvimento do conhecimento didático de professores de Matemática, nomeadamente no que diz respeito à Estatística. Tem por objetivo compreender de que forma a articulação de um conjunto de princípios de design no contexto de uma experiência de formação pode contribuir para promover o conhecimento didático dos participantes. A análise de dados tem por base os seguintes princípios de design: utilização de tarefas de natureza exploratória; uso de situações autênticas de sala de aula; e uso da tecnologia. Os resultados sugerem que os princípios de design assumidos na experiência de formação contribuíram para o desenvolvimento do conhecimento dos professores no que se refere às potencialidades da abordagem exploratória da Estatística, de modo a expandir o seu conhecimento sobre as tarefas que possam subsidiar este ensino.

Palavras-chave: Formação de professores; Estatística; Conhecimento didático; Investigação Baseada em Design.

¹ brunaa-rodrigues@hotmail.com

Abstract

This article presents the results of an investigation inserted in an intervention cycle of a design based research (DBR) on the development of didactic knowledge of mathematics teachers, namely with respect to statistics. Its aim is to understand how the articulation of a set of design principles in the context of a teacher education experience can contribute to promote the didactic knowledge of the participants. Data analysis is based on the following design principles: use of exploratory tasks; use of authentic classroom situations; and use of technology. The results suggest that the design principles assumed in the teacher education experience contributed to the development of the teachers' knowledge regarding the potential of the exploratory approach to statistics, in order to expand their knowledge about the tasks that can make a contribution to this type of teaching.

Keywords: Teacher training; Statistic; Didactic knowledge; Design-Based Research.

Resumen

En este artículo se presentan los resultados de una investigación incluida en un ciclo de intervención de una investigación basada en el diseño (IBD) sobre el desarrollo del conocimiento didáctico de los profesores de Matemática, en concreto con respecto a la Estadística. Su objetivo es comprender cómo la articulación de un conjunto de principios de diseño en el contexto de una experiencia formativa puede contribuir a promover el conocimiento didáctico de los participantes. El análisis de datos se basa en los siguientes principios de diseño: uso de tareas exploratorias; uso de situaciones auténticas en el aula; y uso de la tecnología. Los resultados sugieren que los principios de diseño asumidos en la experiencia formativa contribuyeron al desarrollo del conocimiento del docente sobre las potencialidades del enfoque exploratorio de la Estadística, con el fin de ampliar el conocimiento sobre las tareas que pueden contribuir a este tipo de enseñanza.

Palabras clave: Formación de profesores; Estadística; Conocimientos didácticos; Investigación basada en diseño.

Investigação Baseada em Design: Uma experiência de formação de professores em Estatística

A Investigação Baseada em Design (IBD) tem origem em diferentes investigações que surgiram na década de 1990, sendo Brown (1992) e Collins (1992) os precursores desta metodologia nas investigações relacionadas à Educação. Ponte, Carvalho, Mata-Pereira e Quaresma (2016) referem que é possível reconhecer diversas características da IBD na engenharia de base científica, especificamente na obra *The Sciences of the Artificial*, de Herbert Simon (1981). Caracterizada por ser uma metodologia intervencionista baseada em aspectos teóricos associados à prática, a Investigação Baseada em Design associada à Educação tem como objetivo a promoção de aprendizagens ou a realização de mudanças, além de subsidiar a compreensão dos diferentes processos que lhes estão implícitos (Cobb et al. 2013). Atualmente, a IBD tem sido utilizada em diferentes experiências de formação de professores, onde são estabelecidos os princípios de design e uma conjectura para a investigação.

No presente artigo, analisamos os resultados de um ciclo de uma intervenção que se enquadra na modalidade de Investigação Baseada em Design (Cobb et al., 2003). Nesta intervenção, apresenta-se o objetivo de promover o desenvolvimento do conhecimento didático de professores para ensinar Estatística inseridos em um curso de especialização para professores de Matemática. Deste modo, buscamos perceber de que maneira os princípios de design estabelecidos para esta experiência de formação contribuem para este desenvolvimento do conhecimento didático dos professores para ensinar Estatística. Para tal, descrevemos e analisamos o segundo ciclo de intervenção no que se refere a duas sessões de formação relacionadas com a análise de materiais didáticos e resolução e análise de tarefas de caráter exploratório.

Formação para ensinar Estatística

Diferentes estudos indicam os tipos de formação que têm sido realizados neste âmbito, bem como as potencialidades das abordagens adotadas. Groth e Xu (2011) referem que o tipo de formação é determinado a partir da perspectiva assumida no processo do ensino, no qual as seguintes orientações têm destaque: i) o domínio de procedimentos e conceitos, com foco na determinação de medidas estatísticas e representações de dados por meio de exercícios rotineiros; ii) o tratamento de dados, com foco na coleta, representação e interpretação de dados fornecidos pelo professor ou procurados em livros ou internet; e iii) a realização de investigações estatísticas que englobam um ciclo de formulação de perguntas, coleta, análise, interpretação e crítica dos dados e elaboração de conclusões fundamentadas.

A formação de professores que ensinam Estatística deve compreender a necessidade de tornar o professor apto a promover ações que facilitem o desenvolvimento da literacia estatística dos seus alunos. Para Martins e Ponte (2011), a literacia estatística reporta-se a um conjunto de princípios, ideias, aptidões e capacidades de comunicação necessárias para que as pessoas possam tratar, com eficiência, casos que envolvam dados de cariz qualitativo e quantitativo que lhes surgem durante a vida e em situações profissionais. Mediante a sua relação com as questões voltadas para um efetivo exercício da cidadania, a literacia estatística assume uma dimensão crítica, quando é associada às questões sociopolíticas como o racismo sistêmico, a crise de refugiados, a imigração, a pobreza e a poluição (Weiland, 2017). Recentemente, a Base Nacional Comum Curricular (2018) apresenta uma perspectiva voltada para tarefas de caráter investigativo para a promoção da literacia estatística dos alunos.

Além da abordagem estatística a adotar, a formação neste contexto também deve ser composta por estratégias e *designs* que possibilitem o desenvolvimento do conhecimento didático e de conteúdo do professor. Neste sentido, Ponte (2011) afirma que os processos de aprendizagem podem ser organizados em três grandes grupos, enfatizando nomeadamente: i)

situações-problema relacionadas à prática; ii) interações e trabalhos colaborativos desenvolvidos na comunidade profissional; e iii) a utilização de recursos, que podem ser materiais de ensino ou ambientes de formação de professores com base tecnológica. Para o autor, a formação de professores requer um projeto cuidadoso que leve em conta a necessidade do professor agir e refletir sobre suas ações a partir de atividades coletivas, assim como de momentos guiados por sua autonomia.

Day (2001, p. 17) refere que “os professores não podem ser formados (passivamente). Eles formam-se (ativamente)”. Seguindo esta perspectiva, Smith (2001) argumenta que a conexão com situações autênticas da sala de aula tem potencial para transformar crenças, hábitos e práticas dos professores de maneira que possam compreender e tomar decisões adequadas. A autora defende um desenvolvimento profissional baseado na prática que envolve a compreensão do assunto, da pedagogia e dos alunos como componentes essenciais. Assim, no lugar de aplicar teorias prévias à prática, a teoria emerge de uma análise minuciosa da prática de ensino. A autora explicita que as situações de práticas autênticas podem servir como material de estudo na formação de professores, propondo um ambiente de pesquisa e crítica a respeito das diferentes interações, comunicações e pensamentos que emergem do ambiente real da sala de aula.

A seleção adequada de tarefas a utilizar em sala de aula e um olhar atento para as orientações curriculares e manuais escolares disponíveis são de grande importância no processo de ensino e aprendizagem, de modo a serem aspectos estritamente ligados à prática docente. As tarefas utilizadas pelos professores, em muitos casos, são retiradas dos manuais adotados pela escola. De acordo com Janeiro (2005), a linguagem textual, visual e gráfica são os elementos mais valorizados pelos professores. Em contrapartida, a estrutura, organização e relação com as orientações curriculares são aspectos que, em geral, são colocados em segundo plano.

Para Santo (2006), o objetivo do manual escolar é “desenvolver competências do aluno e não a simples transmissão de conhecimentos” (p. 107). Júnior e Régner (2008) defendem que uma das funções dos manuais escolares para o professor é a sua utilização em processos de formação complementar e profissional. Deste modo, a análise de tarefas e de manuais escolares podem ser consideradas fontes de exercícios de reflexão a respeito dos objetivos a atingir, bem como sobre os conhecimentos prévios e necessários aos alunos. (Smith, 2001).

Uma abordagem exploratória das tarefas é uma perspectiva que tanto pode ser aplicada ao trabalho com alunos em tópicos de Matemática e Estatística como na formação de professores nestes mesmos tópicos. De acordo com Ponte (2011), uma aprendizagem exploratória envolve uma variedade de tarefas, sendo as situações realistas e exigindo a criação de estratégias de resolução por parte dos alunos. Com isso, os alunos são chamados a interagir, justificar seu raciocínio e partilhar significados. Para Boavida, Paiva, Cebola, Paiva & Pimentel (2008), este tipo de atividade auxilia no envolvimento e comunicação dos alunos. E, na perspectiva de Ponte (2005), uma estratégia de ensino-aprendizagem de abordagem exploratória valoriza o trabalho prático. Momentos de trabalho exploratório podem ser proporcionados com o uso de diferentes tarefas, em que a sistematização de conceitos, a formalização e o estabelecimento de conexões matemáticas poderão ocorrer. No seu estudo com alunos do ensino superior, Henriques (2010) enfatizou as tarefas exploratórias na promoção das aprendizagens dos participantes no que se refere aos conceitos, bem como ao desenvolvimento do raciocínio matemático.

No que se refere mais especificamente à formação do professor para ensinar Estatística, a utilização dos recursos tecnológicos também assume um lugar importante. Como indica Ben-Zvi (2000), as ferramentas tecnológicas criadas para fornecer apoio no processo de ensino e aprendizagem da Estatística permitem a construção ativa dos conhecimentos, proporcionando oportunidades para que possam refletir sobre os fenômenos observados e desenvolver

capacidades metacognitivas. Batanero (2000) acrescenta que as tecnologias disponíveis propiciam situações de aprendizagem muito eficazes, assim como um contato estreito com contextos reais. Assim, a utilização de recursos tecnológicos na execução de tarefas de caráter exploratório suscita diferentes oportunidades de aprendizagem, de modo a ultrapassar a importância que geralmente é dada apenas à realização de cálculos (Batanero, 2000). De modo a evitar que o foco seja dado apenas aos resultados finais e não ao processo inerente à utilização dos recursos tecnológicos, é necessário incentivar a comunicação e a justificação do raciocínio (Pratt, 2011).

Conhecimento didático para ensinar Estatística

Shulman (1986), um dos autores mais marcantes no campo do conhecimento do professor, defende que o conhecimento necessário para o professor ensinar é constituído por meio da articulação entre o que designa por conhecimento de pedagogia e conteúdo. O autor considera três categorias principais no conhecimento do professor: Conhecimento de Conteúdo (*Content Knowledge*); Conhecimento Pedagógico de Conteúdo (*Pedagogical Content Knowledge*); e Conhecimento Curricular (*Curricular Knowledge*).

Apesar da grande importância das perspectivas de Shulman (1986) para a compreensão do conhecimento dos professores, é necessário reconhecer que estas têm sido objeto de numerosas discussões, assinalando em especial a necessidade de clarificar diversos aspectos relacionados com os processos de ensino-aprendizagem (Ponte & Chapman, 2006). Assim, tanto o próprio Shulman (1987) como outros autores (Ball, 1991; Hill et al., 2004; Ponte, 1999) têm buscado aprofundar a caracterização do conhecimento do professor, identificando novas categorias de conhecimentos e procurando adaptá-las para o caso de áreas mais específicas, como, por exemplo, a Matemática.

Neste sentido, Ponte (2012) propõe um modelo para o conhecimento didático do professor de Matemática composto por quatro dimensões: Conhecimento da Matemática para o seu ensino; Conhecimento do aluno e da aprendizagem; Conhecimento da prática educativa; e Conhecimento do currículo. A primeira dimensão, que se refere à Matemática como objeto de ensino, tem por base as interpretações que os professores fazem sobre a Matemática enquanto ciência e disciplina escolar. Assim, esta dimensão envolve os conceitos e procedimentos fundamentais inerentes à Matemática, com destaque para as suas especificidades e conexões internas e externas. A segunda dimensão diz respeito ao conhecimento que o professor deve desenvolver a respeito dos valores, referências culturais, interesses, gostos e modos de aprendizagem dos alunos. A terceira dimensão, que diz respeito ao conhecimento do currículo, inclui o domínio das orientações curriculares estabelecidas, bem como o conhecimento dos materiais disponíveis para auxiliar o ensino e as possíveis adaptações e formas de utilização destes materiais. A quarta dimensão está relacionada às planificações e elaboração de cada tarefa a ser utilizada, organização do trabalho a ser desenvolvido com os alunos, além da avaliação e regulação das aprendizagens existentes.

Segundo Ponte (2012), o que diferencia este modelo dos demais é o fato de assumir, de forma clara, a existência de um núcleo central: o conhecimento da prática educativa. Assim, este núcleo central apoia-se nas outras três dimensões. Outra diferenciação é que neste modelo não há separação entre as dimensões de conhecimento e todas estão presentes em simultâneo nas atividades docentes. Viseu (2008) salienta que o que distingue este modelo da noção de PCK de Shulman (1986) é a importância da interligação destes domínios na prática do professor.

As dimensões do conhecimento didático de Ponte (2012) podem ser adaptadas ao contexto do conhecimento didático do professor em Estatística (Quintas, 2017; Rodrigues & Ponte, 2020). Neste contexto, pode reconhecer-se, no conhecimento da Estatística para o seu

ensino, a necessidade do professor conhecer os significados inerentes aos conteúdos estatísticos. Neste sentido, o professor deve reconhecer que, na abordagem da Estatística, é preciso perceber a onipresença da variabilidade. O conhecimento do aluno e da sua aprendizagem, neste contexto, deve levar em consideração a necessidade da inclusão de temas que façam sentido para o aluno de modo a promover uma aprendizagem significativa. No que se refere ao currículo, é importante que o professor perceba qual é o lugar da abordagem da Estatística em sua sala e quais são as indicações existentes. Por último, o conhecimento da prática educativa deve incluir a compreensão das diferentes tarefas, materiais e formas de trabalho que podem ser utilizadas para o ensino da Estatística (Figura 1).

Figura 1.

Dimensões do conhecimento didático do professor em Estatística (adaptado de Ponte, 2012)



Investigação Baseada em Design na experiência de formação

Na Investigação Baseada em Design, salienta-se a importância de não conceber as experiências de ensino apenas como testes de teorias pré-concebidas, e sim possibilitar a construção de teorias locais. Estas teorias locais distinguem-se das teorias específicas e gerais, por serem adaptadas a um tópico específico (Gravemeijer & Eerde, 2009). Como indicam Gravemeijer e Eerde (2009), a concepção da IBD como um método de pesquisa requer o discernimento de dois elementos essenciais: o papel específico do design e o papel específico

da experiência de ensino. O design exige uma base bem fundamentada em teorias e pesquisas anteriores com consistência para que seja possível conceber teorias locais, que chamamos de conjecturas da IBD. A experiência de ensino, por sua vez, não pressupõe um grupo de controle, mas sim a possibilidade de investigar um ambiente educacional que permite explorar, adaptar e refinar a conjectura. A IBD pode ser realizada de forma iterativa em diferentes ciclos e, em cada ciclo, assume três fases: (i) a preparação da experiência; (ii) a experiência de ensino; e (iii) a análise retrospectiva. Na primeira fase, pode ser realizado um estudo-piloto que permitirá elaborar, revisar e redesenhar as diferentes tarefas e orientações para o ensino.

Cobb et al. (2003) indicam que a IBD como metodologia de investigação apresenta as seguintes características: (i) apresenta a busca pela melhoria da qualidade de práticas educacionais; (ii) possui uma natureza altamente intervencionista; (iii) apresenta uma forte orientação teórica e pragmática; (iv) envolve testes, revisões e eventuais abandonos de conjecturas sobre os processos de aprendizagem; e (v) visa a generalização. É possível reconhecer que a IBD é especialmente vocacionada para o entendimento da ecologia de aprendizagem (Cobb et al., 2003).

Para Ponte et al. (2016), a IBD assume um sentido duplo: estudar processos de aprendizagem e a maneira de os desenvolver em contextos naturais. Os autores afirmam, ainda, que esta metodologia pode ser direcionada ao estudo da formação de professores. Também para Cobb et al. (2016), a IBD é adequada para investigações sobre os problemas com os quais os professores se deparam em seu trabalho de ensino, onde a intenção é promover a aprendizagem de alunos ou a sua formação.

Steffe e Thompson (2000) indicam que uma experiência de ensino envolve diversos episódios de ensino nos quais o grupo de participantes é formado por um professor-investigador e seus alunos. Para os autores, a experiência de ensino é essencial para compreender a

construção de conceitos que os participantes desenvolvem, onde o que estes dizem e fazem são elementos essenciais para a investigação.

Branco (2013) desenvolveu uma IBD na modalidade de experiência de formação, assumindo o papel de professora e investigadora. Esta investigação foi realizada com futuros professores e educadores e teve como objetivo compreender o desenvolvimento do pensamento algébrico e do conhecimento da didática da Álgebra nos primeiros anos de escolaridade. A autora ainda analisou o desenvolvimento da identidade profissional dos participantes. A articulação entre a didática e o conteúdo com uma abordagem exploratória das tarefas contribuiu para o desenvolvimento da capacidade de generalização dos participantes. Outro exemplo de IBD realizada no âmbito de uma experiência de formação é o estudo desenvolvido por Gutiérrez-Fallas (2019) em sua tese de doutoramento. O autor buscou compreender o desenvolvimento do Conhecimento Tecnológico-Pedagógico do Conteúdo (TPACK) de futuros professores de Matemática. A formação foi orientada por uma conjectura que envolvia uma dimensão de conteúdo e uma dimensão pedagógica. O autor afirma que os resultados indicam que as características definidas para a experiência de formação contribuíram de modo significativo para o desenvolvimento deste conhecimento dos participantes. Nos dois estudos, o design adotado para a formação teve um papel fundamental na promoção de aprendizagens dos participantes.

Metodologia de Investigação

Opções metodológicas e contexto

A partir de uma abordagem qualitativa, o estudo enquadra-se em uma Investigação Baseada em Design (IBD), tendo por base uma experiência de formação. Na verdade, esta investigação visa estudar o desenvolvimento do conhecimento da Estatística e de Didática da Estatística de professores de Matemática em uma experiência de formação. Uma abordagem

qualitativa ajusta-se a este objetivo de investigação, pois permite ao investigador reconhecer o significado que os participantes atribuem às suas experiências, preocupando-se com os processos e não somente com os resultados (Bogdan & Biklen, 1994). A partir da compreensão de que uma investigação que segue uma abordagem qualitativa está impregnada de valores (Cohen et al., 2001), buscamos perceber como os professores desenvolvem os conhecimentos e significados dos temas abordados, com especial atenção às múltiplas interpretações e perspectivas a respeito de uma mesma situação. Desta forma, examinamos as situações e o desenvolvimento dos conhecimentos dos professores através das suas visões, interações e reflexões ao longo da experiência de formação e, por este motivo, salienta-se o paradigma interpretativo.

A experiência de formação ocorreu em uma turma de pós-graduação em Teoria e Prática do Ensino de Matemática de uma faculdade privada localizada na Zona Oeste do Rio de Janeiro, Brasil. O curso funciona no período noturno, tendo os professores em formação aulas duas vezes na semana ao longo de um ano letivo. O grupo era composto por 18 professores de Matemática participantes, em sua maioria trabalhando prioritariamente no Ensino Fundamental (ensinando nos 6.º a 9.º anos de escolaridade). Estes professores possuem o curso de licenciatura em Matemática e frequentam o curso de especialização para aperfeiçoar seus conhecimentos, bem como melhorar o currículo e garantir maiores pontuações nos concursos públicos que pretendem fazer.

Tal como sugerem Cobb et al. (2003), para a recolha de dados de um estudo desta natureza é necessária uma diversidade de processos. Para tal, fizemos uso das produções dos professores, notas de campo e registo de áudio e vídeo do discurso dos participantes ao longo das sessões, e, além disso, realizamos entrevistas e fizemos a aplicação de questionários. No presente artigo, utilizamos os dados relacionados a duas sessões de formação.

Princípios de design e conjectura da IBD

O design inicial envolveu diferentes tarefas e trabalhos que visam explorar o conhecimento do conteúdo e o conhecimento didático da Estatística por meio de uma formação baseada na prática e com o uso de uma abordagem exploratória associada aos recursos tecnológicos. Desta maneira, foi possível perceber as concepções e os conhecimentos dos participantes e como são desenvolvidos no decurso da experiência de formação. A identificação destes fatores teve como suporte o conhecimento teórico sobre o ensino da Estatística e a formação de professores, os resultados das pesquisas já existentes relacionadas com estas perspectivas, bem como as observações e análises propiciadas no primeiro ciclo de intervenção.

Ponte et al. (2016) indicam que a Investigação Baseada em Design tem por base uma conjectura inicial a ser testada e aperfeiçoada no decorrer da investigação. O objetivo do estudo não é validar a conjectura, mas sim gerar uma mais robusta. Assim, a presente investigação tem por base a seguinte conjectura: *As tarefas selecionadas e o modo de trabalho adotado para abordar ideias fundamentais da Estatística e o uso das tecnologias numa experiência de formação continuada de professores de Matemática promovem o desenvolvimento do conhecimento didático da Estatística dos participantes.*

O ciclo de intervenção

Nesta intervenção, foi proposto um trabalho que procura proporcionar situações aos professores em formação propiciadoras de discussão e partilha de conhecimentos relevantes para suas práticas atuais e futuras por meio da articulação entre os conteúdos estatísticos e conhecimentos didáticos para o seu ensino. A análise de documentos norteadores importantes para o ensino da Matemática e da Estatística no Ensino Básico, como os PCN (1997), NCTM (2000), Franklin et al. (2005) e BNCC (2018) levou a estruturar a experiência de formação de modo a propiciar, para os professores em formação continuada, o seguinte: (i) desenvolvimento do conhecimento estatístico em nível de conceitos básicos; (ii) conhecimento dos objetivos

curriculares para este tema; (iii) discussão de aspectos fundamentais da literacia estatística como objetivo principal no ensino da Estatística no ensino fundamental; e (iv) discussão de aspectos fundamentais do ensino da Estatística. Deste modo, o curso de formação coloca a sua ênfase nos seguintes aspectos de Estatística: (i) representações e medidas estatísticas; (ii) noção de distribuição estatística; (iii) raciocínio estatístico, com destaque para as inferências informais; (iv) literacia estatística; (v) investigações estatísticas; e (vi) uso de tecnologia no ensino da Estatística.

As propostas de trabalho envolvem o aprofundamento do conhecimento da Estatística e da didática para o seu ensino contemplando tarefas que se proponham a: (i) explorar e aperfeiçoar conhecimentos sobre ideias e conceitos fundamentais da Estatística com o uso de tecnologias; (ii) analisar estratégias usadas por alunos na solução de problemas estatísticos; (iii) analisar o conhecimento que os alunos demonstram, além das dificuldades que apresentam; e (iv) promover a reflexão sobre possíveis propostas de trabalho com os alunos que fomentem o desenvolvimento da literacia estatística.

O ciclo de intervenção foi composto de 10 sessões de 5 horas-aula de 50 minutos. Estas sessões foram conduzidas de modo a promover a transversalidade dos elementos definidos como centrais da experiência de formação, nomeadamente as situações autênticas de sala de aula e as tarefas de abordagem exploratória associadas aos recursos tecnológicos disponíveis para o estudo de conceitos estatísticos. Assim, a primeira sessão foi composta por um questionário para o diagnóstico inicial. A segunda sessão teve como foco a análise de orientações curriculares e de materiais escolares. Na terceira sessão de trabalho, foram introduzidos conceitos fundamentais relacionados com a Estatística e foi feita a análise de uma aula gravada em vídeo de modo a serem discutidas as ações do professor e o raciocínio do aluno diante de uma tarefa de abordagem exploratória. Na quarta e quinta sessão, foram realizadas e analisadas tarefas de caráter exploratório, com a inclusão de recursos tecnológicos.

Na sexta sessão, foram analisadas as respostas escritas de alunos. Na sétima sessão, foram discutidos aspectos fundamentais do raciocínio inferencial informal e foram apresentados conceitos fundamentais associados a modelos probabilísticos de distribuição. Nas oitava e nona sessões foi realizada uma investigação estatística. Na décima sessão, os professores responderam a um questionário final.

Análise de dados

Esta investigação assume uma natureza qualitativa e interpretativa (Erickson, 1986). As dimensões do conhecimento didático do professor descritas por Ponte (2012) podem constituir importantes elementos analíticos para estudos desta natureza (Rodrigues & Ponte, 2020; Quintas, 2017; Viseu & Mendes, 2014). Assim, procuramos identificar estas dimensões nos conhecimentos expressos pelos professores diante de três aspectos do design desta experiência de formação: i) a utilização de situações autênticas de sala de aula (Smith, 2001); ii) a utilização de tarefas exploratórias (Ponte, 2005); e iii) a inclusão de recursos tecnológicos (Ben-Zvi, 2000). Para tal, selecionamos duas sessões nas quais estes três aspectos do design estão presentes, que consistem na seleção e análise de manuais escolares (2.^a sessão) e a realização e análise de tarefas de carácter exploratório com o uso de recursos tecnológicos (4.^a sessão). A análise destes dois momentos tende a ser representativa no que se refere ao ciclo de investigação, uma vez que os aspectos centrais assumidos para a intervenção são presentes e revelam as suas capacidades no desenvolvimento do conhecimento didático dos professores participantes no que se refere ao Ensino da Estatística.

Para auxiliar este processo, utilizamos o *Nvivo*. Este software permitiu a organização dos dados² qualitativos, de modo a facilitar o processo inferencial (Rettie et al., 2008). Realizamos a análise dos dados com especial atenção às interpretações e perspectivas

² Os dados que suportam os resultados deste estudo serão disponibilizados pela primeira autora, mediante solicitação razoável.

apresentadas pelos participantes a respeito de uma mesma situação (Cohen et al., 2001). Respeitando as orientações questões éticas³, os nomes atribuídos aos participantes são fictícios.

Resultados

A seguir, apresentamos os dados relativos a duas sessões de formação, onde se tratou da seleção de materiais didáticos e da realização de tarefas exploratórias.

Seleção de material didático

Neste ponto, apresentamos os dados relacionados à seleção de materiais didáticos, especialmente no que se refere às tarefas estatísticas que estes materiais oferecem. Na sessão de formação anterior, foi pedido para que os professores selecionassem os manuais que mais utilizavam em sala, seja por recomendação da instituição que trabalhavam ou de acordo com as suas preferências. Na discussão inicial sobre a necessidade de exploração da Estatística, bem como da sua importância para a vida do aluno, Eliane salienta a relevância de um trabalho que seja capaz de desenvolver a literacia estatística dos alunos:

A Estatística na escola tem que servir para avaliar dados úteis para a sociedade, tem que sair dos muros da Escola [...] Eu acho que dentro de sala a gente tem que levar revistas, jornais... Ensinar os alunos a fazerem a coleta em um contexto mais real.

A compreensão de Eliane a respeito do tipo de tarefa que deve ser evidenciada nos manuais tem relação com o ciclo investigativo. No entanto, a realidade encontrada pelos professores participantes em suas análises não se relaciona a esta perspectiva. O foco na quantidade de exercícios em detrimento das potencialidades que estes exercícios podem oferecer no desenvolvimento da literacia estatística era evidente na explicação de Bernardo, que afirma: “eu peguei um livro do 9.º ano que eu já trabalhei bastante [...] Gosto porque ele

³ Este estudo faz parte de uma investigação de doutorado realizado no Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, e a sua realização foi aprovada pela Comissão de Ética da mesma instituição (n.º 792).

traz bastante exercício”. A formadora questiona se apenas o fato de existir uma quantidade extensa de exercícios torna o material atrativo. Na sequência, Bernardo afirma:

Bernardo: Na parte dos exercícios extras, tem uma sugestão para o aluno pesquisar em casa e montar o próprio gráfico, trabalhar com percentual... Quem bebe suco, refrigerante. Tem bastante exercício, embora seja o menor capítulo do livro [...] Para esse nível aqui eu achei completo.

Formadora: E só este material é suficiente?

Bernardo: É, realmente tem mais exercícios sobre os gráficos. Tem poucas construções, só no finalzinho é que aparece uma sugestão de investigações.

Anderson: É, mas os PCN sugerem que o professor deve focar na realidade do aluno.

Embora Bernardo faça referência a outros tipos de abordagem, como a associação aos contextos reais, é patente que a sua percepção, no primeiro momento, é de que o trabalho com dados reais pode complementar a abordagem da Estatística, e não necessariamente constituir um ponto de partida para este ensino. A intervenção da formadora junto da referência que Anderson faz às orientações contidas nos PCN leva a discussão a retomar a necessidade de tarefas variadas, com destaque para as tarefas de caráter exploratório:

Manuel: É igual nas apostilas da prefeitura... Eu vejo mais questões de porcentagem, pra ir marcando um X... Ela (apostila) não põe muito detalhe, sempre no finalzinho é que o assunto aparece. Os PCN sugerem a construção dos gráficos, mas os livros que eu vejo nem sempre propõem isso.

João: Acho que tem que ter mais investigações.

Bernardo: É, é verdade...

Formadora: Então a abordagem que vemos, geralmente, é suficiente?

Participantes: Não...

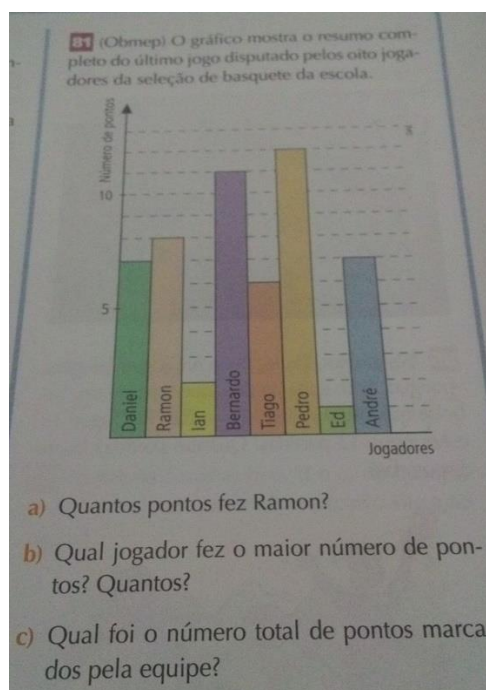
É perceptível que a discussão entre os professores, juntamente da intervenção da formadora, suscita outros tipos de tarefas além dos exercícios que são mais frequentes nos manuais escolares. Bernardo, por fim, ressignifica a sua perspectiva inicial acerca das tarefas que são importantes na abordagem da Estatística.

Na sequência da discussão acerca dos tipos de tarefas a serem utilizadas no ensino dos conceitos estatísticos, é presente a ideia de que o professor deve utilizar a sua autonomia pedagógica para adaptar os materiais aos diferentes contextos escolares e às diferentes

intenções inerentes às suas práticas. É o caso de Flávia, que seleciona um livro e menciona uma de suas tarefas como a mais interessante (Figura 2).

Figura 2.

Livro escolhido por Flávia



Na explicação da sua seleção, Flávia enuncia: “Para valorizar mais o estudo proposto nesta atividade, eu sugeriria uma pesquisa real com a turma, diante de algum jogo proposto em sala de aula, no qual houvesse uma classificação por pontos”. Embora Flávia não faça uma referência mais profunda ao ciclo investigativo, é visível a ideia de que é necessária uma adaptação, de modo que os alunos se sintam incluídos no contexto estudado, para que ocorra uma aprendizagem ativa.

A noção de que a autonomia pedagógica deve ser um aspecto central no ensino dos conceitos estatísticos está presente na discussão que se segue:

Anderson: Vai mais do professor aguçar o *questionamento crítico*.

Bernardo: Mas tem professor que não vai ter essa iniciativa.

Formadora: Mas se cabe ao professor, será que os materiais não poderiam ajudar?

Anderson: Eu acredito no seguinte: o material pode até ajudar, mas ele por si só não consegue dar conta disso, entendeu?

Manuel: É, além disso, muitos materiais trazem a Estatística *como um ramo* da Matemática.

Anderson: A própria estrutura dos livros já ajuda nessa tendência de deixar para depois. Acho que o professor tem que *planejar* as suas aulas de um jeito que faça com que o aluno entenda que a Estatística é usual no dia a dia. E se o aluno não tiver essa concepção, ele vai ser *enganado no dia a dia*.

Anderson, além de acreditar que o professor deve planejar para além daquilo que os manuais apresentam, acredita também que este planejamento deve levar em conta a dimensão crítica da abordagem da Estatística. Para ele, um cidadão estatisticamente letrado tende a lidar com as informações de forma clara e responsável. Bernardo, por sua vez, acredita que esta iniciativa não é comum, uma vez que os manuais têm grande impacto na prática letiva dos professores. Manuel ainda traz mais um aspecto relacionado à abordagem dos manuais examinados, que é a abordagem das tarefas estatísticas de modo idêntico às tarefas matemáticas.

Bernardo, em seguida, faz referência à necessidade de incluir, nas tarefas estatísticas, dados apresentados em jornais. O professor cita um exemplo: “tem, por exemplo, aquelas barras de 1000 e 3000 votos e mesmo assim elas ficam próximas”. Neste caso, o professor sugere que há a necessidade de existir uma correspondência gráfica à proporção relacionada aos dados. Para o professor, isto está relacionado à necessidade de ensinar de forma que os alunos não sejam enganados na vida extraescolar. Neste sentido, Gabriela complementa: “também existem os dados que nem sempre são reais, como aqueles sobre a cor das pessoas. Muitas pessoas se assumem pardas, mesmo sendo negras”. Este debate levantou mais um aspecto a ser trabalhado na abordagem da Estatística, que se refere aos problemas sociais, como o racismo.

Em sua explicação acerca do seu material escolhido, Patrícia tece críticas a respeito da adequação daquele material que foi elaborado para ser trabalhado em um grupo específico:

Eu escolhi um livro que é usado na rede de Nova Iguaçu. Uma coisa que eu reparei é que ele insere exemplos de coisas que acontecem, por exemplo, lá nos EUA. Isso não tem nada a ver com a realidade do aluno! Eu acho que não aborda em acordo com os PCN... Acho que dificulta a criança a pensar, facilita as respostas, principalmente para um 8.º ano. Não ajuda a formar um cidadão.

Neste exemplo, Patrícia afirma a necessidade de existir um cuidado na elaboração de tarefas de modo que elas façam sentido para o aluno, de acordo com a sua realidade e contexto, nos quais ele está inserido. Joana também faz referência a esta necessidade e propõe uma abordagem investigativa:

Eu fiz a pesquisa em vários livros e vi que eles deixam muito a desejar. Assim, são muitos exercícios que fogem da realidade. Esse livro que nós pegamos é muito superficial. Foge muito da realidade e pega gráficos que não fazem sentido para a criança. Eu tive uma experiência na faculdade: a nossa avaliação final envolveu uma pesquisa na faculdade toda... Foi uma coisa que ajudou a gente a ter uma noção muito clara das coisas. Da mesma forma que eu aprendi, eu gostaria de passar para os meus alunos. É que esses materiais são muito superficiais.

A partir da sua experiência como aluna, Joana levanta a importância de vivenciar as diferentes etapas do ciclo investigativo para a compreensão dos conceitos estatísticos. A partir do debate sobre a abordagem da Estatística que os professores experimentaram em suas formações iniciais, Anderson revela:

Eu tive essa disciplina no ano passado e muita coisa ficou para trás. Este tipo de discussão não aconteceu. Eram expostos os conteúdos daquele jeito: “deu, tá dado”. Foi ou não foi? [Olhando para os outros colegas que também cursaram a mesma disciplina]. A aula de Estatística não foi aplicada desta forma... Muitas coisas que a senhora [formadora] citou aqui, nós não tivemos. Eu senti falta dessa formação mais crítica, que pudesse ser aplicada ao dia a dia.

A exposição feita por Joana, juntamente do relato de Anderson, revelou a necessidade de incluir, na formação inicial dos professores, a oportunidade de experimentar uma variedade de tarefas, com destaque para atividades de caráter exploratório.

Análise e resolução de uma tarefa

Neste segundo momento da formação, os professores puderam analisar e resolver três tarefas diferentes com uma abordagem exploratória da Estatística, especialmente no que se relaciona às medidas de tendência central, bem como a utilização de algumas representações, como o *boxplot*. Analisamos as reflexões e resoluções que os professores apresentam a respeito

da primeira tarefa (Figura 3), que envolve o conceito de média ponderada e a diferença existente entre este conceito e o de média aritmética. Deste modo, pode observar-se também a relação entre a porcentagem e o conceito de frequência relativa e a influência do conceito de proporcionalidade na utilização da média ponderada.

Figura 3.

Tarefa apresentada na formação (Fonte: Adaptada de Batanero et al., 1994)

- 1) Existem 10 pessoas num elevador: 4 mulheres e 6 homens. O peso médio das mulheres é de 60 kg e, dos homens, de 80 kg. Assim, responda:
- a) Qual é o peso médio das 10 pessoas que estão no elevador?
 - b) Qual é a porcentagem de homens e de mulheres que estão no elevador?
 - c) Se mais um homem de 80 kg entrar no elevador, a média de peso das pessoas que estão no elevador será alterada? Justifique
 - d) E no caso mais um homem de 80 kg e uma mulher de 60 kg entrarem no elevador, a média de peso das pessoas que estão no elevador será alterada? Justifique.
 - e) E se mais três homens de 80 kg e duas mulheres de 60 kg entrarem no elevador, a média de peso das pessoas que estão no elevador será alterada? Justifique.
 - f) Agora, construa um gráfico que represente a situação inicial (item a) e explique sua escolha pelo tipo de gráfico.

A execução da tarefa envolvia a resolução de diferentes alíneas, e, em um primeiro momento, os professores não perceberam o motivo pelo qual elas se complementavam na promoção da compreensão do conceito de média ponderada.

Formadora: E vocês conseguem encontrar alguma relação entre essas questões?

Bernardo: Eu acho que apareceu um monte de informação desnecessária...

Formadora: Você achou o que? Aleatório?

Anderson: É, também achei... Pode ser que uma mulher pese 80, por exemplo.

Formadora: E alguém representou, no gráfico, esta hipótese?

Participantes: Não...

Tiago: É, a média aparece em praticamente todas as alíneas...

Formadora: Sim, mas pedagogicamente falando, você entra em uma sala e aplica isso pra um aluno... essa sequência de questões tem alguma pretensão?

Anderson: Acho que não.

Bernardo: Aprender a somar e a dividir...

Patrícia: Acho que dá para aprender alguma coisa lá na parte de média e mediana, no caso.

O contato frequente com questões mais diretas causou uma incompreensão inicial, levando os professores a considerarem aleatória a sequência de questões que compunham a

tarefa. Tiago e Patrícia buscam estabelecer uma conexão através do conteúdo abordado na tarefa, mas sem perceber que esta sequência auxilia na aprendizagem do significado dos conceitos. Bernardo, por sua vez, infere que a tarefa é capaz de explorar, apenas, os procedimentos algébricos inerentes ao conceito de média ponderada. Os professores responderam às alíneas adequadamente, por meio de simulações com os pesos dos homens e mulheres do elevador.

Apesar de estranharem a configuração da tarefa, os professores resolveram as alíneas sem dificuldades, com exceção da construção do gráfico, sugerido na última alínea. As questões propostas entre a primeira e penúltima alínea tiveram como estratégia de solução a simulação de diferentes valores:

Bernardo: Nós construímos um gráfico, fizemos a média ponderada... e deu uma diferença mínima, na verdade.

Formadora: E como é que ficou o gráfico de vocês?

Bernardo: A gente fez um gráfico de barras... Na legenda vertical pusemos média dos pesos e na outra nós fizemos uma barra representando as mulheres, com a média de 60. E na outra fizemos uma barra com a média do peso dos homens. Só na penúltima, na letra E, que a média não alterou... A quantidade de homens e a quantidade de mulheres manteve...

Flávia: Assim, eu fiz o meu gráfico de barras... Uma parte eu pus a quantidade de mulheres e embaixo uma expressão do peso médio entre elas. Depois com os homens eu fiz a mesma coisa. Depois fiz o peso médio de todos eles juntos.

Formadora: Mas você representou uma barra para as mulheres e uma barra para todos os homens?

Flávia: Isso... Depois eu fiz duas barras para as mulheres, duas barras para os homens e duas barras para o total. Uma expressa a quantidade de mulheres e a outra é referente ao peso médio desse grupo. E aí que vai a a comparação. Embaixo eu deixei a tabela... Para ver se a quantidade de pessoas, o total de cada grupo, o peso médio e total.

Formadora: Vocês construíram com duas categorias, certo? Mas não são 10 indivíduos?

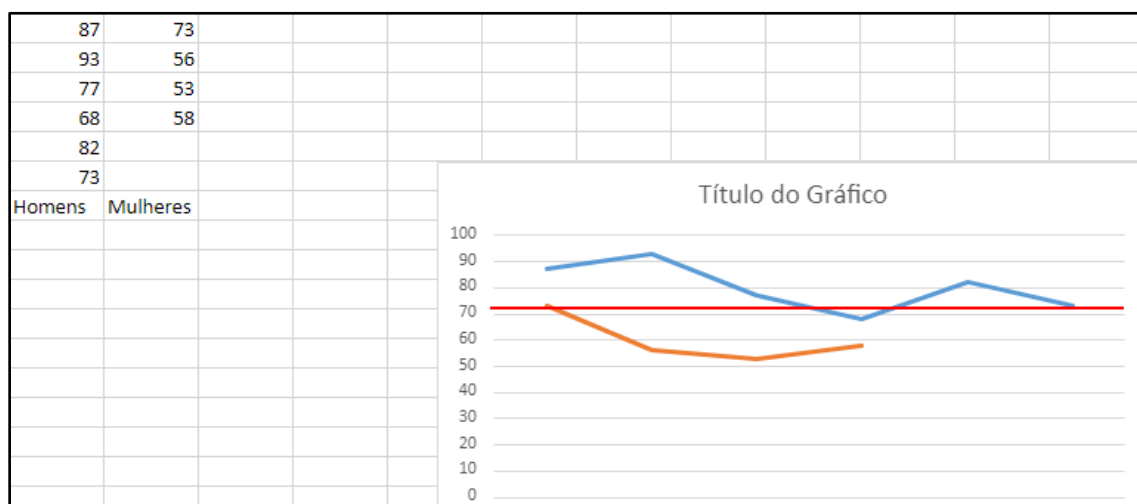
Anderson: Mas o nosso está mais ou menos assim. Só não está dividido.

Tiago: É, mas a gente fez mais ou menos isso só na construção da tabela.

Na construção do gráfico, os professores consideraram as médias dos pesos de cada gênero como categorias, dificultando a observação e desconsiderando a variabilidade existente nos dados. Embora a noção da presença da variabilidade tenha sido desconsiderada em todas

as representações gráficas dos professores, houve a consideração desta variabilidade em suas construções no Excel, como é o caso do trabalho feito por Tiago e Joana (figura 4):

Figura 4.
Construção feita por Tiago e Joana



De acordo com os professores, a possibilidade de utilizar o Excel nesta resolução os auxiliou a estipularem diferentes pesos, de modo que não influenciassem na média. Isto é, o uso da tecnologia auxiliou na compreensão do significado de média. No entanto, o uso do Excel, por si só, não foi capaz de garantir uma construção adequada do gráfico para representar esta situação:

Joana: Nós fizemos um gráfico de linhas, né...

Formadora: De linhas?

Joana: É... Nós colocamos alguns valores assim aleatórios para os homens e para as mulheres também... E depois fomos à média. No caso, para os dois (grupos de homens e mulheres)... Aí nós colocamos os pesos...

Tiago: Mas que vinha a média e colocamos uma linha separada para o homem e para a mulher.

É perceptível a ideia de que qualquer gráfico poderia compor a solução desta tarefa, de modo que os professores não notaram o significado do gráfico de linhas e a sua adequação a determinado contexto. Os professores, em seguida, consideraram que é um erro frequente, pelo fato de lidarem mais com a análise de gráficos do que com a sua construção. Além disso, a tarefa em questão não fazia parte do tipo de atividades que geralmente faziam ou que levavam

para os seus alunos. Manuel justifica, enunciando que “é normal nós acharmos que o trabalho com os gráficos é algo intuitivo, mas não é”. Joana complementa: “É que no nosso dia a dia, a gente tem que construir poucos gráficos, eles geralmente estão prontos”.

Na sequência da discussão sobre a tarefa, a volta à penúltima alínea auxiliou na percepção do significado do conceito de média ponderada:

Formadora: E por que quando acrescentamos 3 homens e 2 mulheres, nós conseguimos manter a média de lá do início?

Flávia: Eu não saberia explicar, mas é assim... Será que é por causa dos múltiplos de cinco?

Tiago: Quando mexe no peso, a gente consegue suprir a média. Por exemplo, você retira de um e acrescenta no outro... O peso médio compensa.

Formadora: OK, mas você acha que no caso de ter colocado 3 homens e 2 mulheres com esse peso foi aleatório? Ou será que existe alguma relação com as questões anteriores?

Flávia: O que eu fiz é que eu copiei a tabela com os mesmos números... Assim, o cálculo dá igual em tudo... Eu só não estou conseguindo associar ao por que disso...

Formadora: Mas você entende que existe um porquê, certo?

Flávia: Sim, existe...

Bernardo: Existe uma proporção?

Flávia: Sim! Se a quantidade de homens equivale a 60% e a de mulheres equivale a 40%, vai ser sempre o mesmo valor!

Embora Flávia, neste momento, não soubesse exatamente o motivo da configuração da tarefa, foi capaz de perceber que existia uma intenção pedagógica inerente à apresentação feita. O fato de ser uma tarefa desafiadora fez com que a interação entre os participantes fosse intensa, e, além disso, eles puderam compartilhar os seus raciocínios e percepções. Bernardo, que inicialmente acreditava que a tarefa só ajudava o aluno a “somar e dividir”, percebeu o conceito de proporcionalidade relacionado à média aritmética ponderada. Na apreciação final da tarefa, os professores relatam:

Flávia: É, parecia uma coisa meio aleatória.

Formadora: Pois é, precisamos pensar nas potencialidades da tarefa e no que a tarefa pode ocasionar. Qual é o tipo de exercício que geralmente aparece quando temos de calcular a média?

Bernardo: Vem só os números...

Formadora: E isso influenciou na hora de construir o gráfico?

Manuel: Sim, a falta de dados...

Anderson: Essa discussão é legal!

Após experimentarem a resolução de uma tarefa de caráter exploratório, os professores puderam perceber que o nível de aprendizagem pode ser mais consistente no que diz respeito ao ensino da Estatística.

Conclusão

Na análise dos materiais selecionados pelos professores, salienta-se, inicialmente, a compreensão de que a quantidade de exercícios é um fator fundamental para o desenvolvimento das aprendizagens estatísticas, embora considerem que a aprendizagem de alguns conceitos é intuitiva. É patente que a compreensão dos professores acerca do tipo de aprendizagem que os alunos devem ter estava alinhada à ideia do desenvolvimento da literacia estatística (Martins & Ponte, 2011). No entanto, a discussão sobre os tipos de tarefas a serem propostas com este objetivo ocasionou maior clareza no que se refere à criação de um espaço que possibilite uma aprendizagem sólida dos conceitos estatísticos de modo que a dimensão crítica da literacia estatística também esteja presente (Weiland, 2017). O fato de utilizarem materiais que fazem parte da própria prática ocasionou uma maior reflexão sobre as suas ações como professores, bem como o contexto no qual estão inseridos de modo a valorizarem a realidade dos seus alunos (Ponte, 2012). No que se refere mais especificamente às potencialidades de um manual escolar, no início os professores evidenciaram sobretudo a quantidade de exercícios e questões estéticas. Durante a experiência, passaram a estabelecer relações entre as orientações curriculares e as tarefas sugeridas nos materiais (Janeiro, 2005).

No que se refere à realização de uma tarefa de caráter exploratório, foi possível perceber que os professores não reconheciam, inicialmente, as potencialidades e intenções deste tipo de atividade. Na verdade, não percebiam a importância da inserção de diferentes tipos de tarefas para proporcionar um ambiente de aprendizagens consistentes no que se refere à Estatística. O caráter exploratório da tarefa ocasionou a discussão coletiva e uma postura ativa dos

professores participantes de modo a ressignificarem as suas compreensões acerca do tipo de tarefa capaz de promover uma aprendizagem significativa dos conceitos estatísticos, contrariando o formato de questões que estão habituados a visualizar em seus materiais didáticos. As dificuldades que enfrentaram na resolução da tarefa proporcionaram uma compreensão mais profunda do conceito estatístico trabalhado, contrariando a percepção inicial de que, alguns conceitos estatísticos, são aprendidos intuitivamente no contexto escolar. A inserção de ferramentas tecnológicas permitiu que os professores percebessem as potencialidades do uso dinâmico deste recurso de modo a aperfeiçoarem a aprendizagem dos conceitos, especificamente da média aritmética ponderada.

Os princípios de design adotados, nomeadamente a utilização de situações autênticas de sala de aula, o uso de tarefas de carácter exploratório e o acesso aos recursos tecnológicos permitiram o desenvolvimento do conhecimento da Estatística para seu ensino à medida em que os professores experimentaram a realização de tarefas de carácter exploratório associadas aos recursos tecnológicos, uma vez que apresentaram os seus raciocínios e discutiram soluções coletivamente de modo a perceberem o significado dos conceitos explorados e não somente do cálculo inerente à solução (Batanero, 2000). O desenvolvimento do conhecimento do currículo foi estabelecido à medida em que confrontavam os materiais associados à própria prática com as orientações estabelecidas para o ensino da Estatística, bem como o seu objetivo principal que se relaciona com o desenvolvimento da literacia estatística. O conhecimento do aluno e da sua aprendizagem e o conhecimento da prática letiva foram explorados à medida em que os participantes puderam refletir acerca da adequabilidade dos materiais ao contexto social dos alunos, bem como na análise das potencialidades da tarefa exploratória na promoção da aprendizagem dos conceitos estatísticos (Ponte, 2012).

O estabelecimento de um design para a experiência de formação, enquadrada da Investigação Baseada em Design, nos permitiu compreender a ecologia da aprendizagem dos

professores participantes, de modo a identificarmos aspectos do desenvolvimento do conhecimento didático para ensinar Estatística nas ações e reflexões referidas. O design adotado favoreceu ainda a criação de um ambiente de formação onde os professores puderam aprender e ressignificar os seus conceitos de forma ativa (Day, 2001). Desde modo, o presente artigo contribui no estudo de metodologias de pesquisa na Educação Matemática, especialmente na construção de designs relacionados a experiências de formação de professores.

Referências bibliográficas

- Ball, D. L. (1991). Teaching mathematics for understanding: What do teachers need to know about subject matter? In M. M. Kennedy (Ed.). *Teaching academic subjects to diverse learners* (pp. 63-84). New York, NY: Teachers' College Press.
- Bardin, L. (1979). *Análise de conteúdo*. Lisboa: Edições 70.
- Batanero, C. (2000). Significado y comprensión de las medidas de tendencia central. *UNO*, 25, 41-58.
- Ben-Zvi, D. (2000). Toward understanding the role of technological tools in statistical learning. *Mathematical Thinking and Learning*, 2(1 & 2), 127-155.
- Boavida, A. et al. (2008) *A experiência matemática no ensino básico*. Lisboa: DGIDC-ME.
- Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Porto: Porto Editora.
- Branco, N. C. V. (2013). *O desenvolvimento do pensamento algébrico na formação inicial de professores dos primeiros anos* (Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa, Instituto de Educação)
- Brasil (2018). *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF: Ministério da Educação.
- Brown, A. (1992). Design experiments: Theoretical and methodological challenges in creating complex interventions in classroom settings. *The Journal of the Learning Sciences*, 2(2), 141-178.
- Cobb, P., Confrey, J., diSessa, A., Lehrer, R., Schauble, L. (2003). Design experiments in educational research. *Educational Researcher*, 32(1), 9-13.
- Cobb, P., Jackson, K., & Dunlap, C. (2016). Design research: An analysis and critique. In L. D. English & D. Kirshner (Eds.), *Handbook of international research in Mathematics Education* (pp. 481-503). New York, NY: Routledge.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2001). *Research methods in education*. London: Routledge Falmer.
- Collins, A. (1992). Toward a design science of education. In E. Scanlon & T. O'Shea (Eds.), *New directions in educational technology*. Berlin: Springer.

- Day, C. (2001). *Desenvolvimento profissional de professores: Os desafios da aprendizagem permanente*. Porto: Porto Editora.
- Erickson, F. (1986). Qualitative methods in research on teaching. In M. C. Wittrock (Ed.), *Handbook of research on teaching* (pp. 119-161). New York, NY: MacMillan.
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M., et al. (2005). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) Report*. Alexandria, VA: American Statistical Association.
- Gravemeijer, K., & van Eerde, D. (2009). Design research as a means for building a knowledge base for teachers and teaching in mathematics education. *The Elementary School Journal*, 109 (5), 510-524.
- Groth, R. E., & Xu, S. (2011). Preparing teachers through case analyses. In C. Batanero, G. Burrill & C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics: Challenges for teaching and teacher education (A Joint ICMI/IASE Study)* (pp. 371-382). New York, NY: Springer.
- Gutiérrez-Fallas, L. F. (2018). *O conhecimento tecnológico e pedagógico do conteúdo (technological pedagogical content knowledge-tpack) na formação inicial de professores de matemática do 3.º ciclo do ensino básico e do ensino secundário* (Doutoramento em Educação, Didática da Matemática, Instituto de Educação, Universidade de Lisboa).
- Henriques, A. 2010. *O pensamento matemático avançado e a aprendizagem da análise numérica num contexto de actividades de investigação* (Doutoramento em Educação, Didática da Matemática, Instituto de Educação, Universidade de Lisboa).
- Hill, H. C., Schilling, S. G., & Ball, D. L. (2004). Developing measures of teachers' mathematical knowledge for teaching. *Elementary School Journal*, 105, 11–30.
- Martins, M. E. G., & Ponte, J. P. (2007). *Organização e tratamento de dados*. Lisboa: DGIDC. NCTM (2007). *Princípios e normas para a Matemática escolar*. Lisboa: APM.
- Moore, D. (1997). New pedagogy and new content: The case of statistics. *International Statistical Review*, 65(2), 123-165.
- Ponte, J. P. (1999). Didáticas específicas e construção do conhecimento profissional. In J. Tavares, A. Pereira, A. P. Pedro & H. A. Sá (Eds.), *Investigar e formar em educação: Actas do IV Congresso da SPCE* (pp. 59-72). Porto: SPCE.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P. (2011). Preparing teachers to meet the challenges of statistics education. In C. Batanero, G. Burrill & C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics: Challenges for teaching and teacher education (A Joint ICMI/IASE Study)* (pp. 299-309). New York, NY: Springer.
- Ponte, J. P. (2012). Estudiando el conocimiento y el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. In N. Planas (Ed.), *Educación matemática: Teoría, crítica y práctica* (pp. 83-98). Barcelona: Graó.
- Ponte, J. P., Carvalho, R., Mata-Pereira, J., & Quaresma, M. (2016) Investigação baseada em design para compreender e melhorar as práticas educativas. *Quadrante*. 25(2), 77-98.

- Ponte, J. P., & Chapman, O. (2006). Mathematics teachers' knowledge and practices. In A. Gutierrez & P. Boero (Eds.), *Handbook of research on the psychology of mathematics education: Past, present and future* (pp. 461-494). Rotterdam: Sense.
- Pratt, D., Davies, N., & Connor, D. (2011). The role of technology in teaching and learning statistics. In C. Batanero, G. Burrill & C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics: Challenges for teaching and teacher education (A Joint ICMI/IASE Study)* (pp. 97-107). New York, NY: Springer.
- Quintas, S., Oliveira, H., & Ferreira, R. (2011). O conhecimento didático em Estatística: Um estudo exploratório com professores de Matemática do ensino secundário. *Nuances: Estudos sobre Educação*, 18, 36-51.
- Rettie, R., Robinson, H., Radke, A. & Ye, Xiajiao. (2008). CAQDAS: a supplementary tool for qualitative market research. *Qualitative Market Research: An International Journal*, 11(1), 76-88.
- Rodrigues, B. M. B. ., & Ponte, J. P. M. da. (2020). Desenvolvimento do conhecimento didático de professores em Estatística: uma experiência formativa. *Zetetike*, 28, 1-20.
- Santo, E. M. (2006). Os manuais escolares, a construção de saberes e a autonomia do aluno. Auscultação a alunos e professores. *Revista Lusófona de Educação*, 8, 103-115.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22.
- Silva Junior, C. G., & Régnier, J. C. (2008). Livros didáticos e suas funções para o professor de Matemática no Brasil e na França. In *Matemática formal e Matemática não formal 20 anos depois: sala de aula e outros contextos*, 2 SIPEMAT: Simposio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Recife PE: Brasil.
- Simon, H. (1981). *As ciências do artificial*. Lisboa: Arménio Amado.
- Smith, M. S. (2001). *Practice-based professional development for teachers of mathematics*. Reston, VA: NCTM
- Steffe, L. P., & Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. In R. Lesh & A. E. Kelly (Eds.), *Research design in mathematics and science education* (pp. 267-307). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Viseu, F. A. V. (2008). *A formação do professor de Matemática, apoiada por um dispositivo de interacção virtual no estágio pedagógico* (Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa – Faculdade de Ciências: Departamento de Educação).