



ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ESTRATÉGIA DE AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM

Jader Otavio Dalto¹
Karina Alessandra Pessoa da Silva²

Resumo

O uso de diferentes estratégias para avaliação da aprendizagem em Matemática tem sido temática recorrente entre professores e pesquisadores da área. Neste artigo, para evidenciar como uma atividade de modelagem matemática pode se configurar enquanto uma estratégia de avaliação, foi proposta e desenvolvida uma atividade em sala de aula com alunos do 1º período de um curso de Licenciatura em Química de uma universidade federal paranaense. A avaliação da atividade seguiu encaminhamentos propostos na prova em fases e, por meio deles, foi possível evidenciar que uma atividade de modelagem segue três dos princípios acerca da avaliação na sala de aula apresentados por De Lange (1999): a matemática deve incorporar-se em situações, em problemas que fazem parte da realidade do aluno; os métodos de avaliação devem permitir que os estudantes revelem o que sabem, em detrimento daquilo que não sabem; os estudantes devem ter oportunidade de receber *feedback* sobre seu trabalho.

Palavras-chave: Educação Matemática. Avaliação em fases. Modelagem Matemática. Prática de sala de aula. Função definida por duas sentenças.

MATHEMATICAL MODELING ACTIVITY AS A LEARNING ASSESSMENT STRATEGY

Abstract

The use of different strategies to assess Mathematics learning has been a recurring theme among teachers and researchers in the area. In this paper, in order to demonstrate how a mathematical modeling activity can be configured as an assessment strategy, we proposed and developed a classroom activity with students of the 1st period of an undergraduate course of Chemistry from an university of Paraná State -Brazil. The evaluation of the activity was guided by principles of test in phases and, through them, it was possible to show that a modeling activity follows three of the principles about the classroom assessment presented by De Lange (1999): mathematics must be incorporated into situations that are part of the reality of the student; Assessment methods should allow students to reveal what they know, and not what they don't know; Students should have the opportunity to receive feedback on their work.

Keywords: Mathematics Education. Test in phases. Mathematical Modeling. Classroom Practice. Piecewise-defined function.

Introdução

¹ Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática (Universidade Estadual de Londrina). Professor Adjunto do Departamento Acadêmico de Matemática – Universidade Tecnológica Federal do Paraná/UTFPR – Campus Cornélio Procópio. E-mail: jaderdalto@utfpr.edu.br

² Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática (Universidade Estadual de Londrina). Professora Adjunta do Departamento Acadêmico de Matemática – Universidade Tecnológica Federal do Paraná/UTFPR – Campus Londrina. E-mail: karinasilva@utfpr.edu.br

A Educação Matemática tem se preocupado em investigar e implementar estratégias de ensino e de aprendizagem diversas daquela comumente considerada como "tradicional", na qual a dinâmica da aula consiste basicamente na apresentação de conteúdos e na repetição de exercícios. Dentre essas estratégias, a Modelagem Matemática tem sido apontada como uma "alternativa pedagógica em que se aborda, por meio da Matemática, um problema não matemático" (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012, p. 9). Assim como acontece com outras estratégias "não tradicionais" de ensino, quando se utiliza da Modelagem³, altera-se a dinâmica da aula, de modo que o aluno passa a ser um sujeito mais ativo, responsável por sua aprendizagem e o professor passa a ter um papel de orientador da atividade do aluno.

Além de investigar (novas) estratégias de ensino, a Educação Matemática também tem se preocupado com a avaliação da aprendizagem matemática, de modo que esta possa cumprir sua principal função, a de contribuir para a aprendizagem dos alunos, bem como "pôr a avaliação a serviço de uma progressão do aluno e de procurar todos os meios susceptíveis de agir nesse sentido" (TREVISAN; MENDES, 2015, p. 55).

Considerando que a Modelagem Matemática possibilita ao aluno analisar uma situação real à luz da matemática e que, neste processo investigativo, não apenas habilidades mecânicas - de cálculos - são desenvolvidas, mas também habilidades críticas de interpretação e validação dos resultados, considera-se que, para além de estratégia de ensino, o desenvolvimento de uma atividade de Modelagem pode também ser muito relevante para a avaliação da aprendizagem. Por esse motivo, questiona-se: *Como uma atividade de modelagem matemática pode se configurar enquanto uma estratégia de avaliação?*

Na tentativa de investigar esta questão, a Modelagem foi utilizada como uma estratégia de avaliação da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral 1, em um curso de Licenciatura em Química. Tal experiência, relatada e analisada neste artigo, serviu como fonte de reflexão sobre as possibilidades do uso da Modelagem como uma estratégia de avaliação em qualquer nível de escolaridade. Assim, de início, serão apresentadas algumas reflexões e interfaces entre avaliação da aprendizagem e a Modelagem.

³ No texto, Modelagem deve ser entendida como Modelagem Matemática.

Sobre avaliação e atividades de modelagem matemática

Na escola, a avaliação cumpre diferentes papéis. Ao mesmo tempo em que seus resultados são utilizados para certificar, para verificar se a aprendizagem ocorreu, ela deve, também, produzir informações que contribuam para os processos de ensino e de aprendizagem, fomentando a tomada de decisões por parte dos diversos atores envolvidos nesses processos: alunos, professores, pais (DE LANGE, 1999).

Nesta direção, Hadji (1994) afirma que a avaliação tem por objetivo informar professor e aluno sobre as condições da aprendizagem em curso, de modo a identificar no percurso do aluno, seus êxitos e suas dificuldades. De Lange (1999) apresenta uma série de princípios acerca da avaliação na sala de aula. Dentre eles, destacam-se três: a) a matemática deve incorporar-se em situações, em problemas que fazem parte da realidade do aluno; b) os métodos de avaliação devem permitir que os estudantes revelem o que sabem, em detrimento daquilo que não sabem; c) os estudantes devem ter oportunidade de receber *feedback* sobre seu trabalho.

A obtenção de informações para avaliação em geral é realizada por meio de provas escritas. De Lange (1999) apresenta, dentre outros instrumentos, a prova em duas fases. Tal instrumento consiste em, basicamente, combinar as vantagens das provas escritas tradicionais com outras tarefas que são mais amplas. Na primeira fase, em geral, os alunos respondem, em um tempo limitado, questões discursivas que abordam conhecimentos que deveriam ter aprendido, de modo que a prova revela mais o que os alunos não sabem, do que aquilo que sabem. Na segunda fase ocorre, após uma correção preliminar do professor, uma complementação do que não foi feito na primeira. As questões são mais abertas e devem focar naquilo que o aluno sabe.

Alguns pesquisadores (MENDES, 2014; PIRES, 2013; TREVISAN, 2013), partindo da ideia de De Lange (1999), ampliaram o número de fases, de modo a não estabelecer um limite para elas. Mendes (2014) realizou sua pesquisa com a utilização de uma prova em 10 fases, realizada com 48 alunos matriculados na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral em um curso de engenharia de uma universidade pública. Para a autora, foi possível concluir que a utilização da prova em fases possibilitou a criação de um contexto favorável à regulação da aprendizagem.

Assim, percebe-se que a prova em fases condiz com dois dos princípios para a avaliação apontados por De Lange (1999), uma vez que é um instrumento que privilegia a

verificação do que o aluno sabe, em detrimento daquilo que não sabe e proporciona um *feedback* sobre o trabalho realizado em todas as fases da prova. No que se refere ao princípio da utilização de situações da realidade do aluno, as atividades de Modelagem, por serem baseadas em situações extra matemáticas, podem contribuir para que este princípio seja atendido.

As atividades de modelagem matemática têm como ponto de partida uma situação inicial, na qual um problema é definido, em direção a uma situação final, culminando na apresentação de uma solução para o problema. Neste caminho, exige-se dos alunos uma postura investigativa, pela qual associam a situação-problema com conceitos e procedimentos matemáticos que possibilitam a resolução do problema, resolução esta que, muitas vezes, não é conhecida por seus professores (ALMEIDA; SILVA, 2012). Tais conceitos e procedimentos expressos por meio de símbolos, diagramas, gráficos, expressões algébricas ou geométricas, constituem "representações matemáticas resultantes do processo de Modelagem Matemática, ou seja, os modelos matemáticos" (BARBOSA, 2009, p. 1).

Diante disso, pode-se considerar que o desenvolvimento de uma atividade de modelagem inspirada na prova em fases se configura como uma importante estratégia de avaliação, pois utiliza situações extra matemáticas, com dados baseados na realidade dos alunos, para que eles possam mostrar o que sabem e receber *feedback* sobre toda sua atividade.

Relato e análise da experiência desenvolvida

Para evidenciar *como uma atividade de modelagem matemática pode se configurar enquanto uma estratégia de avaliação*, foi proposta e desenvolvida uma atividade de modelagem em sala de aula em uma turma do 1º período, do curso de Licenciatura em Química na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral 1, ministrada por um dos autores deste texto. Como proposta de uma atividade avaliativa na qual seria atribuído o valor de até 1,5 ponto, foi sugerido que os alunos investigassem o percentual de carregamento da bateria do telefone celular em função do tempo conectado na tomada.

Essa situação problemática foi definida em conjunto pela professora e pelos 38 alunos quando estes estavam discutindo o tempo que a bateria do telefone celular de um dos alunos levava para carregar. A definição da situação problemática, em certa medida, atende a um dos princípios acerca da avaliação na sala de aula apresentado por De Lange (1999), o de que a

matemática deve incorporar-se em situações que fazem parte da realidade do aluno. Vale destacar que a atividade foi proposta após o estudo de funções de uma variável real.

Para desenvolver a atividade, os alunos, reunidos em onze grupos com três ou quatro integrantes, teriam que realizar a coleta de dados fora da sala de aula e trazê-los em uma data pré-estabelecida. Para isso, eles teriam que deixar que toda a bateria do telefone celular se esgotasse e anotar de 15 em 15 minutos o percentual de carregamento até 100%.

Em sala de aula, o encaminhamento da atividade, durante um período de três horas/aula, se deu a partir dos dados coletados pelos alunos. Esses alunos já tinham familiaridade com atividades de modelagem desenvolvidas em outros momentos da disciplina.

A professora orientou que, para a avaliação, todos os procedimentos deveriam ser anotados e entregues e que faria questionamentos a partir dos registros escritos, além de esclarecer que a nota seria constituída pelo desenvolvimento da atividade e pelas respostas dadas a esses questionamentos. As respostas aos questionamentos deveriam ser feitas pelos alunos em seus grupos em horário extraclasse e entregues no período de uma semana.

Com isso, o acompanhamento da atividade de modelagem aconteceu em primeira fase com a atividade desenvolvida em sala de aula e em outras três ou quatro, de acordo com as intervenções realizadas por meio dos questionamentos. Cada intervenção, mediada por um conjunto de questionamentos, configurou-se em uma fase. No Quadro 1, apresentamos o número de fases e a nota atribuída à atividade desenvolvida por cada grupo.

Quadro 1 – Número de fases e nota para a atividade de cada grupo

Grupo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Número de fases	4	4	5	5	5	4	4	5	4	4	4
Nota	1,5	1,5	1,3	1,0	0,8	1,5	1,2	0,8	1,5	0,9	1,0

Fonte: elaborado pelos autores.

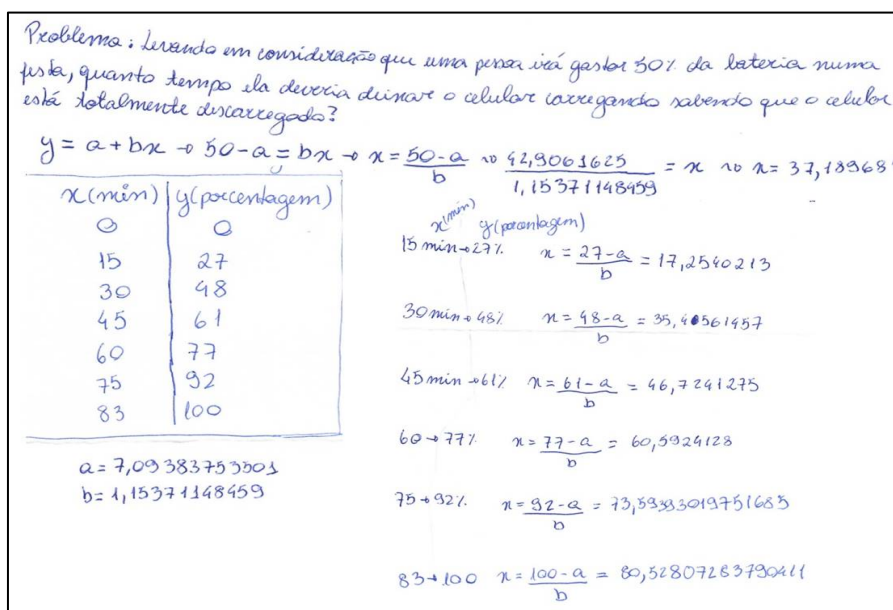
Considerando os alcances da análise, a quantidade de atividades desenvolvidas e os limites de espaço da revista, elegemos a atividade de um dos grupos – G1 – para apresentar o encaminhamento de avaliação em fases. Do ponto de vista metodológico, trata-se de uma pesquisa qualitativa e de análise interpretativa.

Para o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática, se faz necessário, a partir de uma situação-problema e dos dados coletados, definir um problema a ser estudado, elencar as hipóteses consideradas, definir as variáveis, deduzir um modelo

matemático, validá-lo, apresentar uma solução para o problema e realizar uma interpretação com a situação original. Nesse sentido, em um tempo limitado de três horas/aula, os alunos desenvolveram a atividade considerando esses procedimentos.

A partir dos registros escritos entregues pelos alunos, pudemos evidenciar que em sala de aula, no desenvolvimento da atividade, a partir dos dados, eles definiram um problema a ser estudado: *Levando em consideração que uma pessoa irá gastar 50% da bateria numa festa, quanto tempo ela deveria deixar o celular carregando sabendo que o celular está totalmente descarregado?* Para apresentar uma solução ao problema, consideraram por hipótese que o fenômeno de carregamento da bateria do telefone celular pode ser representado por meio de uma função linear $y = 7,09383753501x + 1,15371148459$, em que y representa o percentual de carregamento da bateria do telefone celular em função do tempo x (em minutos). O modelo matemático foi validado pelos alunos. Com isso, para obter um carregamento de 50%, seriam necessários aproximadamente 37 minutos. Os registros do desenvolvimento da atividade de modelagem em sala de aula são apresentados na Figura 1.

Figura 1 – Registros dos alunos no desenvolvimento da atividade em sala de aula



Fonte: Relatório dos alunos.

De posse dos registros escritos dos alunos, a professora, com o intuito de esclarecer e complementar alguns procedimentos realizados para o desenvolvimento da atividade, fez cinco questionamentos na segunda fase:

1. Descrevam como foi realizada a coleta de dados.

2. De que maneira foram encontrados os valores dos parâmetros a e b ?
3. Explicitem a solução que foi obtida para o problema.
4. A função linear é válida para todo domínio?
5. Reescrevam o modelo matemático considerando o carregamento total da bateria do telefone celular.

O primeiro questionamento teve como objetivo esclarecer os procedimentos de coleta de dados com relação ao carregamento da bateria do telefone celular. Já o segundo, solicitar explicações sobre a obtenção dos parâmetros a e b para a dedução do modelo matemático que, por hipótese, foi considerado uma função linear $y = ax + b$, em que $a > 0$, logo a função é crescente em todo seu domínio. É evidente, nos registros dos alunos, que tal modelo matemático é válido, bem como possibilita obter uma solução para o problema.

No entanto, para evidenciar o que os alunos entendem sobre a representatividade do modelo matemático para a situação em estudo, a professora os questiona sobre o domínio da função e o carregamento total da bateria do telefone celular. Com isso, poderia evidenciar se os alunos reconhecem que o modelo matemático é válido até quando $y = 100$, ou seja, a bateria do telefone celular está completamente carregada e, depois disso, a função linear não representaria mais a situação. Para tanto, a abordagem de uma função definida por duas sentenças seria necessária.

Com esses questionamentos, os alunos esclareceram a maneira como realizaram a coleta de dados e que fizeram uso do *software* Excel para obter os valores dos parâmetros a e b , além de explicitarem a solução para o problema que definiram. Com relação ao questionamento sobre o domínio da função, os alunos se pautaram na validação e consideraram que o domínio se iniciaria em $x \geq a$, ou seja, $x \geq 7,09383753501$, fizeram uma representação gráfica e explicitaram um modelo matemático representado por uma função definida por duas sentenças $y = \begin{cases} 7,09383753501x + 1,15371148459, & \text{se } a \leq x < 80,53 \\ 100, & \text{se } x \geq 80,53 \end{cases}$, levando em consideração o carregamento total da bateria do telefone celular. Os registros das respostas aos questionamentos da segunda fase da avaliação da atividade de modelagem são apresentados na Figura 2.

Figura 2 – Registros dos alunos para os questionamentos realizados na segunda fase da avaliação

Deixou-se um celular (Zenfone 2) descarregar totalmente e, em seguida, o mesmo foi carregado completamente. A cada 15 min que o celular passou carregando, foi anotada a porcentagem de bateria que ele possuía até que chegasse em 100%.
O Zenfone 2 possui uma bateria de 3000 mAh e o carregador funciona a 5V e 2A ou 9V e 2A.

$y = a + bx \rightarrow 50 - a = bx \rightarrow x = \frac{50 - a}{b} \rightarrow x = 42,9061625$
 $x = 37,1896814$ $b = 1,153711484$

Ou seja, é necessário aproximadamente 37 min para que o celular atinja os 50%. teoricamente de acordo com a equação $y = a + bx$ criada pelo programa do computador. Foi dado pelo programa que $a = 7,09383753501$ e que $b = 1,15371148459$.

Para saber se essa ~~equação~~ função é válida para todo domínio, ou seja, para qualquer minuto, a porcentagem resultante seria a mesma da coletada, foi utilizada prova real com os dados coletados.

Assim, foi possível perceber que apesar de se aproximar do valor esperado, os valores não são tão precisos.

Em 15 min resultou em 17,25 min; em 30 min resultou em 35,46 min; em 45 min resultou em 46,72; em 60 min resultou em 60,59; 75 min resultou em 73,59; e do 85 min que deixaram os 100; obtiveram-se 80,53.

não tem como ter -6,15 min como começo, o começo teria que ser um número não negativo, então uma função é válida apenas para $x \geq a$. Este intervalo dos pontos calculados acima está representado no gráfico a seguir.

$y = \begin{cases} 7,09383753501 + 1,15371148459x, & \text{se } a \leq x < 80,53 \\ 100 & , \text{se } x \geq 80,53 \end{cases}$

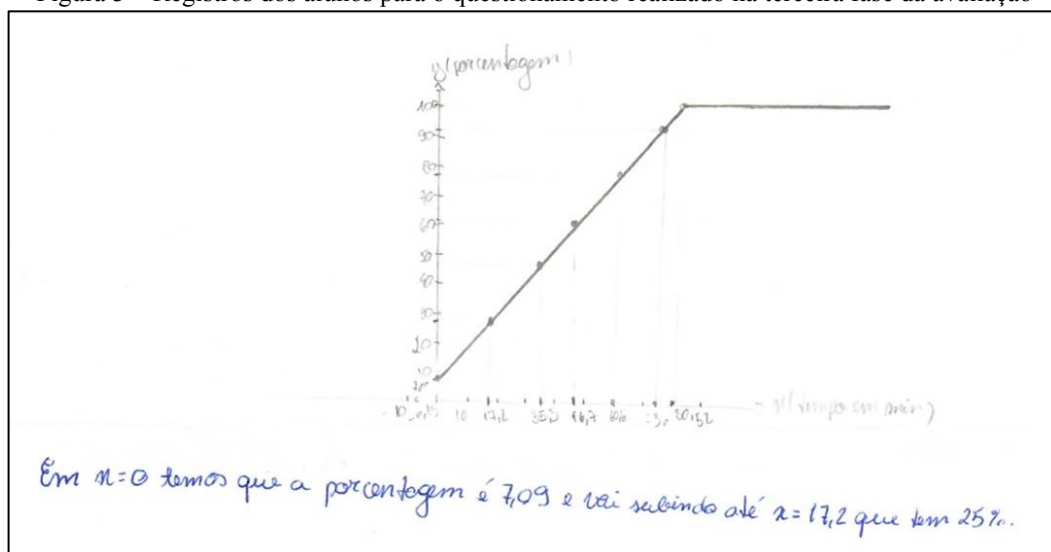
Fonte: Relatório dos alunos.

Diante da justificativa apresentada pelos alunos com relação ao domínio da função iniciar em $x \geq 7,09383753501$ e da representação gráfica em que o domínio é $x \geq 17,2$, a professora, na terceira fase, fez uma solicitação:

- revejam a representação gráfica que vocês fizeram para representar a situação e esclareçam o que acontece com o percentual de carregamento da bateria do telefone celular no intervalo $0 \leq x \leq 17,2$.

O que fica evidente é que os alunos, ao fazerem uso da função definida por duas sentenças, não tinham clareza em que intervalo a função se iniciava e desconsideraram uma parte do domínio. Com o questionamento proposto, eles teriam de retomar a situação, a expressão algébrica e a representação gráfica. Para tanto, optaram por fazer uma nova representação gráfica, considerando o intervalo em questão, conforme apresentado na Figura 3.

Figura 3 – Registros dos alunos para o questionamento realizado na terceira fase da avaliação



Fonte: Relatório dos alunos.

A representação gráfica é um modelo matemático da situação em estudo, o percentual de carregamento da bateria de um telefone celular. Isso porque essa representação explicitada pelos sujeitos está em um nível matemático (BORRAMEO FERRI, 2006).

A quarta e última fase da avaliação para esse grupo se configurou com o questionamento da professora sobre as impressões dos alunos com relação ao desenvolvimento da atividade de modelagem sobre o carregamento da bateria do telefone celular. Dois dos três alunos do grupo apresentaram suas impressões conforme apresentado na Figura 4.

Figura 4 – Registros dos alunos para o questionamento realizado na quarta fase da avaliação

Achei bastante interessante a atividade, pois foi possível comparar lidar com experiências / noções de cálculo com os colegas ~~estudantes~~ e por em prática o ato de ensinar. Foi muito mais divertido que fazer uma prova, apesar de mais trabalhoso.

O debate foi bem interessante, pois no meu caso estive com um pouco de dificuldade em cálculo, e por mesmo como foi realizado, pude compartilhar ideias com os demais, e aprender assim bem mais, gostei muito por bem porque pois conseguimos integrar uns com os outros.

Achei bastante interessante a atividade, pois foi possível compartilhar experiências/noções de cálculo com os colegas e por em prática o ato de ensinar. Foi muito mais divertido que fazer uma prova, apesar de mais trabalhoso. O trabalho foi bem interessante, pois no meu caso estava com um pouco de dificuldade em cálculo e pela maneira como foi realizado, pude compartilhar ideias com os demais e aprendem assim bem mais, gostei muito, foi bem bacana pois conseguimos interagir uns com os outros.

Fonte: Relatório dos alunos.

A partir das impressões dos alunos, ficam evidentes prerrogativas do desenvolvimento de atividades de modelagem matemática em sala de aula, em que os alunos compartilham conhecimentos entre os integrantes do grupo. Como são estudantes de um curso de Licenciatura, destacam a ação de ensinar que foi possibilitada pelo desenvolvimento da atividade em grupo.

Levando em consideração o desenvolvimento da atividade de modelagem matemática pelo G1 em uma primeira fase da avaliação, bem como as respostas dadas aos questionamentos em cada uma das fases *a posteriori*, podemos inferir que esses alunos apresentaram conhecimentos matemáticos sobre funções - linear e definida por duas sentenças -, domínio de funções e manejo do *software* Excel. Além de demonstrarem conhecimentos sobre desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, percorrendo os procedimentos que as caracterizam. Nesse sentido, ponderamos que atividades desta natureza podem se constituir enquanto estratégia de avaliação da aprendizagem.

Discussão e implicações para a sala de aula

Neste artigo, debruçamo-nos a investigar como o desenvolvimento de uma atividade de modelagem configura-se como uma estratégia de avaliação da aprendizagem. Partindo de três princípios para a avaliação da aprendizagem apresentados por De Lange (1999), relatamos e analisamos a experiência do desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática que se configurou em fases, cuja ideia foi inspirada na prova em fases (MENDES, 2014; PIRES, 2013; TREVISAN, 2013).

A atividade de modelagem, aqui relatada, foi desenvolvida a partir de uma situação da realidade dos alunos, uma vez que estavam discutindo o tempo de carregamento da bateria do telefone celular de um deles. O problema definido por cada um dos grupos está relacionado

com uma situação do dia a dia e, assim, a matematização realizada na busca pela solução do problema propiciou aos alunos a incorporação do conteúdo matemático já estudado na disciplina - funções de uma variável real - em situações cotidianas, atendendo ao primeiro princípio de avaliação que destacamos dentre os apresentados por De Lange (1999).

Em relação ao segundo princípio que destacamos, em que a avaliação deve permitir que os alunos revelem o que sabem, o diálogo entre professor e alunos, promovido em cada uma das fases, proporcionou aos alunos, além da oportunidade de mostrarem de fato o que sabem, sanar dúvidas e aprimorarem o modelo matemático da situação investigada, enfatizando a importância do recebimento de *feedback* sobre a avaliação, terceiro princípio de De Lange (1999). Destacamos, ainda, o *feedback* recebido pelo professor, pelo qual percebe-se como a atividade, apesar de ser mais trabalhosa que uma prova tradicional para alunos e professor, foi mais motivadora e contribuiu para que a aprendizagem ocorresse por meio do trabalho cooperativo. Segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 32), "a aprendizagem depende em grande medida desses contatos nas relações interpessoais que acontecem durante a comunicação entre os participantes" que desenvolvem a atividade de modelagem.

O uso de fases, no desenvolvimento de atividades de modelagem, possibilitou também o aprimoramento do modelo matemático pelos alunos. Em sala de aula, com tempo determinado, fizeram uso de uma função linear para representar a situação em estudo. Por meio dos questionamentos, o modelo foi revisitado e considerações foram realizadas com relação ao fato de o percentual de carregamento não passar de 100%, no caso da bateria do telefone celular. Com isso, uma função definida por duas sentenças poderia "melhor" representar a situação, mesmo que o problema já poderia ser respondido com a função linear.

Apesar de a experiência ter sido realizada em uma turma do Ensino Superior, os alunos haviam recém ingressado no curso de graduação e, por isso, o conteúdo matemático que utilizaram para matematizar a situação que deveria ser investigada foi conteúdo da Educação Básica. Por isso, acreditamos que esta experiência pode servir de motivação para que professores da Educação Básica utilizem a modelagem não apenas como uma estratégia de ensino, mas também como uma estratégia de avaliação da aprendizagem.

Esta experiência nos faz refletir sobre a importância de se diversificar os instrumentos de avaliação na sala de aula para que os resultados do processo avaliativo possam contribuir com a aprendizagem dos alunos, promovendo o diálogo entre professor e alunos, mesmo em momentos de avaliação, tornando tais momentos também momentos de aprendizagem.

Referências

- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. Semiótica e as ações cognitivas dos alunos em atividades de modelagem matemática: um olhar sobre os modos de inferência. **Ciência e Educação**, v. 18, p. 623-642, 2012.
- ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.
- BARBOSA, J. C. Integrando Modelagem Matemática nas práticas pedagógicas: a abordagem dos modelos matemáticos e como utilizá-los no dia a dia podem facilitar a aprendizagem e despertar o interesse dos alunos. **Educação Matemática Revista**, n. 26, p. 1-9, março, 2009.
- BORROMEO FERRI, R. Theoretical and empirical differentiations of phases in the modeling process. **ZDM**. Berlim, v. 38, n. 2, p. 86-95, abril, 2006.
- HADJI, C. **A avaliação, regras do jogo: das intenções aos instrumentos**. Tradução Júlia Lopes Ferreira e José Manuel Cláudio. 4. ed. Portugal: Porto, 1994.
- DE LANGE, J. **Framework for classroom assessment in mathematics**. Utrecht: Freudenthal Institute and National Center for Improving Student Learning and Achievement in Mathematics and Science, 1999.
- MENDES, M. T. **Utilização da Prova em Fases como recurso para regulação da aprendizagem em aulas de cálculo**. 2014. 275f. Tese de doutorado (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, 2014.
- PIRES, M. N. M. **Oportunidade para aprender: uma Prática da Reinvenção Guiada na Prova em Fases**. 2013. 122f. Tese (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.
- TREVISAN, A. L. **Prova em fases e um repensar da prática avaliativa em Matemática**. 2013. 168f. Tese (Doutorado)- Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.
- TREVISAN, A. L.; MENDES, M. T. Avaliação da aprendizagem Matemática. **Educação Matemática Revista**, n. 45, p. 48-55, ago., 2015.