

O conhecimento tecnológico, pedagógico e do conteúdo do professor de Matemática

The technological, pedagogical and content knowledge of the mathematics teacher

GILDA DE LA ROCQUE PALIS¹

Resumo:

O objetivo deste artigo é compartilhar uma perspectiva teórica que vem sendo utilizada para pensar sobre o conhecimento requerido dos professores para integrar, de forma eficiente, a tecnologia digital ao ensino de matemática. Apresentamos o conceito de conhecimento tecnológico, pedagógico e do conteúdo, enraizado no conceito de conhecimento pedagógico do conteúdo introduzido por Shulman. Discutimos a contextualização desse referencial teórico na área de matemática e apresentamos um modelo de desenvolvimento desse conhecimento por professores. Uma melhor compreensão do saber necessário para ensinar com tecnologia e de como ele pode ser construído pode fundamentar a concepção de propostas de formação de professores de forma a propiciar o desenvolvimento desse conhecimento.

Palavras chave: *Conhecimento Tecnológico Pedagógico do Conteúdo; Tecnologia no Ensino de Matemática; Formação de Professores de Matemática.*

Abstract:

In this article we share a theoretical framework which has been used to think about what teachers must know in order to teach mathematics effectively with digital technology. We introduce the concept of technological, pedagogical and content knowledge, rooted in the ideas of pedagogical content knowledge introduced by Shulman. We discuss the contextualization of this theoretical framework in mathematics and present a development model of this knowledge by teachers. A better understanding of the necessary knowledge to incorporate technology in mathematics teaching and about how it can be constructed may ground the design of learning experiences towards the development of this knowledge.

Keywords: *Technological Pedagogical Content knowledge; Teaching Mathematics with Technology; Mathematics Teacher Education.*

Introdução

Há tempos, vem-se falando da integração de ferramentas tecnológicas ao ensino e à aprendizagem de alunos nos diversos níveis de ensino e de professores em formação inicial e continuada. O que será que o professor precisa saber para ensinar de forma

¹ Departamento de Matemática e Pós Graduação do Departamento de Educação da PUC do Rio de Janeiro, Professor Colaborador da Pós-Graduação em Ensino de Matemática – UFRJ
email: gildalarocque@gmail.com

eficiente em contextos tecnológicos? Que ferramentas teóricas têm sido construídas para estudar essa questão?

Este texto pretende examinar uma linha de desenvolvimento dessas idéias que se apoia no conceito de conhecimento pedagógico do conteúdo, introduzido por Lee Shulman. Apresentamos um quadro de trabalho que vem sendo construído para pensar sobre a integração de tecnologias digitais em ambientes de ensino, focalizando o conhecimento que os professores precisam ter para ensinar nesses novos contextos educacionais. Prosseguimos apresentando a contextualização desse referencial teórico na área de matemática, o conceito de saber tecnológico, pedagógico e do conteúdo necessário ao professor de matemática para ensinar com tecnologias de forma eficiente. As idéias aqui expostas podem ter utilidades diferentes para professores e pesquisadores e se encontram desenvolvidas mais detalhadamente, sobretudo em Niess et al. (2009), em Mishra & Koehler (2006) e em Koehler & Mishra (2008).

Indicamos alguns trabalhos recentes que tratam do desenvolvimento do saber docente para ensinar matemática com tecnologia e que se fundamentam na conceitualização do conhecimento tecnológico, pedagógico e do conteúdo na área educacional. Apresentamos outros referenciais teóricos que foram propostos para analisar o processo de desenvolvimento de professores de matemática ao integrarem tecnologia no seu ensino.

1. Do conhecimento pedagógico do conteúdo ao conhecimento tecnológico, pedagógico e do conteúdo na área educacional

O conceito de saber pedagógico do conteúdo, introduzido por Lee Shulman, tem influenciado fortemente a pesquisa na área educacional. Shulman (1986) distinguiu três categorias do saber para ensinar: o saber do conteúdo (a estrutura substantiva e sintática da disciplina, incluindo compreender como afirmativas são justificadas, diferenças entre convenção e construção lógica), o saber curricular (programas, materiais instrucionais, parâmetros, currículo horizontal e vertical) e o saber pedagógico do conteúdo. Este último, o saber pedagógico do conteúdo, é um tipo especial de conhecimento que se constitui pela integração do conhecimento de conteúdo e conhecimento pedagógico (conhecimento sobre ensinar e aprender) incluindo, dentre outros: quais representações são mais úteis para apresentar uma idéia matemática específica; analogias, ilustrações, exemplos, explicações e demonstrações com maiores potenciais para tornar o conteúdo

compreensível para os alunos; a compreensão do que torna difícil ou fácil o aprendizado de certo tópico; conhecimentos baseados em pesquisas a respeito das concepções mal formadas e conhecimentos prévios dos alunos relacionados aos tópicos lecionados mais freqüentemente; estratégias para abordar/alterar concepções errôneas.

Os programas de preparação de professores foram, desde então, desafiados a organizar a construção e o desenvolvimento de um saber constituído por uma integração de conhecimentos que interagem e/ou se sobrepõem, apesar do pouco conhecimento sobre como tal saber poderia ser ensinado, aprendido e usado eficientemente no ensino. Este saber é diferente do que a maioria das formações (inicial e continuada) tem proporcionado e também pode ser bem diferente da experiência do professor como aluno da escola básica. A busca por entender os saberes docentes, seu desenvolvimento e utilização, tem sido uma questão recorrente.

A literatura de pesquisa na área de formação docente em matemática, com ou sem menção a uso de tecnologias, tem se apoiado frequentemente nos estudos de Shulman. Dentre os muitos trabalhos que não consideram o uso de tecnologias digitais e se baseiam nas idéias de Shulman, mencionamos o artigo de Ball et al. (2008) no qual é discutida a noção de “conhecimento matemático para ensinar”.

À medida que a compreensão do conhecimento pedagógico do conteúdo evoluiu, as tecnologias digitais também ficaram mais acessíveis e começaram a ser consideradas úteis para o ensino e a aprendizagem. Sociedades educacionais se mobilizam então na promoção e na avaliação do uso pedagógico das novas tecnologias. Entre 2002 e 2008, a Sociedade Internacional para Tecnologia na Educação (*ISTE*² – *International Society for Technology in Education*) lança diversos parâmetros com o objetivo de apoiar a evolução do uso efetivo de tecnologias apropriadas no ambiente escolar. Esses parâmetros visam a redirecionar o foco da integração de tecnologia no ensino: da integração definida por *qual* e *quanta* tecnologia é empregada para *como* e *por que* é usada; da tecnologia propriamente dita para preocupações com o conteúdo ensinado e práticas instrucionais efetivas com a tecnologia.

Inspirados nas idéias de Shulman, pesquisadores definem o conhecimento tecnológico e pedagógico do conteúdo (*TPACK* – *Technological Pedagogical Content Knowledge*) como o conhecimento que os professores precisam ter para ensinar *com* e *sobre* tecnologia em suas áreas disciplinares e nível escolar de atuação. Inclui questões

² <http://www.iste.org/welcome.aspx>

instrucionais e de gestão de sala de aula, relações entre tecnologia e conteúdo específico, concepções e usos pedagogicamente apropriados da tecnologia. Esse referencial procura capturar algumas das qualidades essenciais do conhecimento do professor requerido para integrar tecnologia no ensino, ao mesmo tempo em que leva em conta a natureza situada, complexa e multifacetada desse conhecimento. O desenvolvimento teórico desta base de conhecimentos tem o potencial de informar a prática e a formação, estimular o pensamento de professores e pesquisadores (Mishra & Koehler, 2006; Koehler & Mishra, 2008).

Esse conceito foi introduzido com a sigla *TPCK*, posteriormente modificada para *TPACK* para enfatizar que se trata de um pacote total (*total package*) requerido para integrar verdadeiramente tecnologia, pedagogia e conteúdo, no delineamento do currículo e da instrução destinados a preparar estudantes para pensar e para aprender com tecnologias digitais (Niess et al., 2009).

Questões de integração tecnológica se aplicam a tecnologias tanto analógicas (ex.: giz, lápis) quanto digitais (computadores, por ex.), bem como a antigas ou a novas tecnologias. A maior parte das tecnologias tratadas na literatura atual são novas e digitais: computadores, softwares, internet etc. (Koehler & Mishra, 2008).

O termo *integração*, usado aqui, é bastante abrangente, e não se refere à justaposição de atividades baseadas em computadores, como um anexo, em um ensino essencialmente inalterado em outros aspectos, mas denota a utilização de tecnologia no desenvolvimento conceitual, e procedimental, na resolução de problemas e na avaliação. Além disso, não discutimos se o trabalho docente e discente com apoio de tecnologia é, em algum sentido, mais ou menos eficiente que o trabalho sem recursos computacionais. A utilização de tecnologia digital em ambientes educacionais é vista atualmente como parte de um sistema global de meios instrucionais que inclui também aulas expositivas, textos e resolução de questões com papel e lápis (Palis, 2009).

O *TPACK* foi apresentado como interação e interseção dos conhecimentos do conteúdo, pedagógico e tecnológico. Além dos conhecimentos do conteúdo, pedagógico e tecnológico do conteúdo, temos mais três componentes nesta categorização de saber docente, mencionados a seguir.

O conhecimento tecnológico, em constante mudança devido ao avanço contínuo das tecnologias, inclui a habilidade de aprender e de adaptar-se a uma nova tecnologia. Também abrange habilidades de operar tecnologias específicas.

O conhecimento tecnológico do conteúdo compreende o impacto de tecnologias nas práticas e conhecimentos de áreas de conteúdo específico. Inclui conhecimentos sobre como o conteúdo a ensinar pode ser modificado pelo uso de uma tecnologia e reciprocamente.

O conhecimento tecnológico pedagógico abrange as potencialidades e as limitações de uma tecnologia particular e como esta pode ser usada no ensino e na aprendizagem. Inclui o conhecimento de como o ensino e a aprendizagem podem mudar como resultado do uso de certa tecnologia e reciprocamente. Compreende como as características de uma tecnologia se relacionam com estratégias pedagógicas. O fato de que muitos softwares educacionais não são concebidos com propósitos educacionais torna o conhecimento tecnológico pedagógico especialmente importante.

O conhecimento tecnológico, pedagógico e do conteúdo vai além dos três componentes que o compõem quando considerados isoladamente e emerge da interação entre eles. É a base para um ensino efetivo com tecnologia incluindo a compreensão de representações de conceitos usando tecnologia, técnicas pedagógicas que empregam tecnologia para ensinar conteúdos, de como uma tecnologia pode ajudar a lidar com as dificuldades dos alunos.

Maiores detalhes desses diferentes tipos de saberes e das relações entre eles podem ser encontrados em Mishra & Koehler (2006) e em Koehler & Mishra (2008).

2. O Conhecimento Tecnológico, Pedagógico e do Conteúdo na área de Matemática.

Na literatura recente encontram-se trabalhos que tratam do desenvolvimento do saber docente para ensinar matemática com tecnologia e que se fundamentam no referencial *TPACK*. Niess et al. (2006) analisam um programa de desenvolvimento profissional de professores dirigido ao desenvolvimento do conhecimento tecnológico, pedagógico e do conteúdo necessário para ensinar matemática usando planilhas eletrônicas. Özgün-Koca et al. (2009/2010) examinam o desenvolvimento do conhecimento tecnológico, pedagógico e do conteúdo de professores em formação inicial ao utilizarem a calculadora *TI-Nspire* para conceber e implementar atividades de ensino de matemática com alunos de nível médio. Lee & Hollebrands (2008) discutem alguns exemplos do material que foi criado para dar suporte a um projeto de desenvolvimento de professores para usar tecnologia no ensino de estatística e probabilidade. Özmantar et al. (2010)

examinam o desenvolvimento de professores ao serem preparados para usar tecnologia (*Graphic Calculus*) no ensino de derivada.

Niess et al. (2009) tratam da especialização do *TPACK* para matemática após a apresentação de uma descrição sucinta da evolução da utilização da tecnologia digital no ensino de matemática em seu país.

Esses autores mencionam que, no final dos anos 70 e nos anos 80, procurava-se identificar tópicos do currículo de matemática onde se poderiam inserir aplicações de tecnologias digitais. Muitos softwares permitiam atividades de repetição e prática (*drill and practice*) em ambientes mais divertidos do que usando papel e lápis. Calculadoras gráficas eram capazes de gerar gráficos úteis para apresentar e visualizar idéias matemáticas. O uso de tecnologia digital em educação matemática era concebido basicamente como uma ferramenta para apresentação e verificação de idéias previamente desenvolvidas sem tecnologia e para atividades do tipo repetição e prática (*drill and practice*). Ao final dos anos 80 e início dos anos 90, alguns professores já se engajavam na utilização de calculadoras gráficas, planilhas eletrônicas e softwares de geometria dinâmica, mas o seu desconhecimento a respeito de estratégias instrucionais adequadas e formas de aprender dos alunos podiam restringir essa utilização novamente a atividades de repetição e prática, apresentações e verificações. A ausência de oportunidades de desenvolvimento profissional na área de educação com tecnologia e a falta de materiais curriculares adequados não encorajavam professores a incorporar tecnologia em suas aulas. Ainda hoje, o conhecimento pedagógico do conteúdo de muitos professores de matemática não inclui uma integração consistente de modernas tecnologias digitais. A tecnologia avança, mas o desenvolvimento de estratégias para uma efetiva integração de tecnologia não ocorreu com a mesma velocidade.

Desde 2007, o Comitê de Tecnologia da Associação de Educadores Professores de Matemática (*AMTE – Association of Mathematics Teachers Educators*) vem procurando desenvolver um quadro teórico para pensar sobre o *TPACK* na área de matemática. Levando em conta o trabalho de Mishra & Koehler (2006), avança-se na elaboração de considerações relacionadas ao ensino e aprendizagem de matemática com tecnologias apropriadas propondo o referencial denominado Conhecimento Tecnológico e Pedagógico do Conteúdo na área de matemática (*Mathematics Tpack*) para níveis escolares do início do fundamental à universidade. Revisões sucessivas desses parâmetros têm sido realizadas e discutidas em reuniões da Sociedade para a Tecnologia

da Informação e Formação de Professores (*SITE – Society for Information Technology and Teacher Education*) e *AMTE*³.

De acordo com esse documento, a *AMTE* considera que estudantes de todos os níveis, do fundamental ao superior, podem se beneficiar de ambientes de aprendizagem providos de recursos tecnológicos, e que os professores podem enriquecer a aprendizagem de seus alunos ao planejar seu ensino levando em conta o impacto potencial das novas tecnologias digitais. O referencial teórico *Mathematics TPACK* se propõe a ser um guia para educadores matemáticos (professores de ensino fundamental e médio, professores universitários, formadores de professores) e pesquisadores planejarem, examinarem, melhorarem e avaliarem o ensino de matemática com suporte tecnológico em todos os níveis. Ele é organizado em torno de quatro áreas: concepção e desenvolvimento de experiências e ambientes de aprendizagem matemáticos com apoio tecnológico; orientação de instrução matemática com ferramenta tecnológica integrada; avaliação de ambientes de ensino aprendizagem matemáticos apoiados por tecnologias; desenvolvimento profissional e continuado do conhecimento.

Dentre as orientações descritas nesse referencial, destacamos as que se referem à implementação de objetivos curriculares com apoio de tecnologias apropriadas.

Segundo esse referencial, professores podem executar planejamentos curriculares que integram tecnologia apropriada para maximizar o aprendizado e a criatividade matemáticos, com destaque para:

- incorporar o conhecimento das características dos aprendizes a situações instrucionais mediadas por tecnologia;
- promover experiências enriquecidas por tecnologia para estimular a criatividade, o desenvolvimento conceitual e as habilidades de raciocínio de alto nível;
- promover o discurso matemático entre alunos e entre professores e alunos, bem como atividades centradas nos alunos; encorajar os estudantes a se responsabilizarem e refletirem sobre sua própria aprendizagem com tecnologia.

Com relação à avaliação do ensino e da aprendizagem matemáticos com apoio de tecnologia, a orientação dada é que os professores acessem e avaliem o ensino e a aprendizagem de matemática usando ferramentas e estratégias apropriadas, por exemplo:

³ A versão atual desse referencial pode ser encontrada no endereço http://www.amte.net/AMTE_legacy/Math%20TPACK%20Framework.pdf

- os resultados de avaliação de aprendizagem, quando realizada com tecnologia, sejam analisados e seus resultados comunicados aos alunos usando ferramentas e técnicas variadas;
- promovam o uso ético dos recursos tecnológicos, usem avaliação formativa de atividades com tecnologia para analisar o aprendizado construído e ajustar estratégias instrucionais;
- alinhem as expectativas tecnológicas das avaliações com a que consta das atividades instrucionais.

Podemos ver que as recomendações da *AMTE*, sobre um bom ensino com tecnologia, não se distinguem de um bom ensino sem tecnologia computacional em muitos dos seus aspectos essenciais.

Niess et al. (2009) apontam que o *Mathematics Tpack* estabelece objetivos para a integração tecnológica, mas que não fornece informações sobre como professores se apropriam progressivamente deste conhecimento. Niess e colaboradores (Niess et al. (2009)) propõem então um modelo que expõe a progressão do *Mathematics Tpack* conforme os professores integram tecnologia ao ensino e à aprendizagem de matemática. Este se inspira, por sua vez, no modelo de processo de decisão de inovação (*innovation-decision process*) introduzido por Rogers (1995).

Segundo Rogers (1995), uma inovação é uma idéia, uma prática ou um objeto percebido como novo por um indivíduo (ou unidade de adoção). Não importa se a idéia é objetivamente nova, pelo tempo decorrido desde sua primeira utilização ou descoberta. A “novidade” da idéia, como percebida pelo indivíduo, é que determina seu caráter de inovação. A adoção de novas idéias, mesmo que ela tenha óbvias vantagens, é frequentemente muito difícil. O processo de tomada de decisão em relação a uma inovação é uma atividade de busca e processamento de informações na qual o indivíduo procura obter dados de forma a diminuir o nível de incerteza relacionado à inovação.

Rogers descreve as cinco etapas desse processo:

- 1ª. Conhecimento: o indivíduo inteira-se da existência da inovação e adquire algum conhecimento sobre o que é a inovação, e sobre como e por que ela funciona.
- 2ª. Persuasão: o indivíduo forma uma opinião favorável ou não a respeito da inovação.
- 3ª. Decisão: o indivíduo se engaja em atividades que o levam a adotar ou a rejeitar a nova idéia. A decisão é influenciada por características da inovação (vantagem relativa, compatibilidade, complexidade, possibilidade de experimentação e de observação).

No nível de persuasão, e especialmente no nível de decisão, o indivíduo procura informações relativas à avaliação da inovação para reduzir as incertezas sobre as

consequências esperadas da inovação, inclusive as vantagens e as desvantagens da mesma em sua situação particular.

4ª. Implementação: o indivíduo coloca a inovação em uso efetivo.

5ª. Confirmação: o indivíduo procura confirmar a decisão de usar a tecnologia. Porém, ele pode mudar sua decisão anterior, ante informações inconciliáveis sobre a inovação.

Niess e colaboradores (Niess et al., 2009) reconstruíram o processo descrito acima no contexto da aprendizagem para integrar uma tecnologia (ainda não integrada) por professores de matemática. Esta reconstrução se baseou em investigações realizadas durante mais de quatro anos, nas quais os autores citados observaram e analisaram professores de matemática aprendendo a integrar uma tecnologia (planilha eletrônica) como ferramenta de aprendizagem em suas salas de aula. Esses estudos os levaram a propor que os professores progridem ao longo de um processo de desenvolvimento em cinco níveis quando aprendem a integrar uma tecnologia particular no ensino e na aprendizagem de matemática, a saber ⁴:

1. Conhecimento: os professores são capazes de usar a tecnologia e reconhecem o alinhamento da tecnologia com conteúdos matemáticos, no entanto não integram a tecnologia ao ensino e à aprendizagem de matemática.

2. Persuasão: os professores desenvolvem uma atitude favorável ou desfavorável frente à integração de uma tecnologia apropriada ao ensino e à aprendizagem de matemática. Podem propor-se a engajar seus alunos na aprendizagem de matemática com tecnologia.

3. Decisão: os professores se engajam em atividades que os conduzem a aceitar ou a rejeitar o ensino e a aprendizagem de matemática com uma dada tecnologia.

4. Implementação: os professores integram ativamente uma tecnologia apropriada ao ensino e à aprendizagem de matemática.

5. Confirmação: os professores avaliam os resultados da decisão de integrar uma tecnologia apropriada ao ensino e à aprendizagem de matemática.

É importante chamar a atenção para o fato de que este desenvolvimento não é linear; a transição de um nível a outro não apresenta uma progressão consistentemente regular. Um professor pode estar em diferentes níveis com relação a diferentes aspectos de sua atividade docente; algumas experiências podem fazê-lo regredir ou mesmo pular algum nível.

Niess et al. (2009) apontam que os níveis de pensamento e compreensão dos professores, à medida que constroem o *Mathematics Tpack*, precisam ser elucidados.

⁴ Mantivemos a nomenclatura de Rogers para os cinco níveis. Niess et al. (2009) usam os termos *Recognizing, Accepting, Adapting, Exploring, Advancing*.

No apêndice B de seu artigo, apresentam exemplos de pensamentos, compreensões e ações de professores ao longo dos cinco níveis do modelo de desenvolvimento desse referencial ao longo de quatro temas: Currículo e Avaliação, Ensino, Aprendizagem e Acesso. O tratamento do currículo e o da avaliação não são feitos em separado; a união dos dois temas procura salientar a conexão entre os processos de tomada de decisão relacionados a currículo e a avaliação.

Fornecemos a seguir uma reconstrução parcial do apêndice mencionado. Salientamos que: apresentamos os temas Currículo e Avaliação separadamente, para facilitar a exposição, apesar de considerarmos que são inseparáveis; eliminamos exemplos relacionados a conteúdos específicos de matemática por considerá-los não suficientemente elaborados, até porque exemplos específicos descontextualizados são de difícil compreensão; omitimos questões ligadas ao papel do desenvolvimento profissional por consideramos que este termo abrange processos bem mais amplos e diversos do que os que apresentados no texto em discussão.

3. Exemplificação dos níveis de desenvolvimento do Mathematics Tpack

Aqui são apresentados exemplos de pensamentos, compreensões e ações de professores ao longo dos cinco níveis do modelo de desenvolvimento desse referencial ao longo dos cinco temas: Currículo, Avaliação, Ensino, Aprendizagem e Acesso.

Com relação ao tema do Currículo:

No nível de conhecimento, o professor reconhece que a apresentação de idéias matemáticas com tecnologias pode contribuir para a construção, pelos alunos, de significados de noções matemáticas presentes no currículo. No entanto, tem dúvidas sobre como a tecnologia pode ajudar na aprendizagem de conceitos básicos.

No nível de persuasão, o professor expressa o desejo de incluir tecnologia como ferramenta de aprendizagem, mas apresenta dificuldade em identificar tópicos do currículo nos quais realizar essa integração.

No nível de decisão, o professor compreende alguns dos benefícios da incorporação de tecnologia apropriada como ferramenta de ensino e aprendizagem da matemática constante do currículo. Seleciona tópicos centrais do currículo para serem explorados com tecnologia. Desenvolve aulas para apresentar conceitos matemáticos com tecnologia e atividades nas quais os alunos examinam e reforçam esses conceitos.

No nível de implementação, o professor investiga tópicos curriculares nos quais possa incluir tecnologia como ferramenta de aprendizagem; busca idéias e estratégias para implementar tecnologia de forma que esta tenha um papel importante no desenvolvimento da matemática que os alunos estão aprendendo. Desenvolve suas próprias idéias sobre o uso de tecnologia para melhorar o currículo, adapta aulas pré-existentes para nelas incluir tecnologia e cria novas atividades com tecnologia.

No nível de confirmação, o professor compreende que é essencial manter o currículo adotado sob investigação, sujeito a modificações e melhorias, para incorporar tecnologia de forma efetiva e eficiente como ferramenta de ensino e aprendizagem. Desenvolve maneiras inovadoras de como usar tecnologia para desenvolver o pensamento matemático dos alunos. Modifica e aperfeiçoa o currículo, explorando as possibilidades da tecnologia como ferramenta de ensino e aprendizagem.

Com relação ao tema da Avaliação:

No nível de conhecimento, o professor resiste à idéia de usar tecnologia em avaliação, apontando que a tecnologia interfere na apreciação da compreensão matemática do aluno.

No nível de persuasão, o professor reconhece que pode ser apropriado permitir o uso de tecnologia em parte de uma prova e tem uma visão limitada de seu uso. Quando usa tecnologia em provas, pode retestar as questões com papel e lápis para ter certeza de que a aprendizagem dos alunos se realizou “da forma correta”.

No nível de decisão, o professor compreende que é preciso propor questões diferentes das usuais (sem tecnologia) se o uso de tecnologia é permitido. Quando permite o uso de tecnologia, o professor foca a avaliação em conhecimento conceitual e não em procedimental.

No nível de implementação, o professor investiga ativamente o uso de tipos diferentes de questões próprias para avaliação com suporte tecnológico.

No nível de confirmação, o professor reflete e adapta práticas de avaliação que examinem a compreensão conceitual do aluno sobre o conteúdo e demandem um uso pleno da tecnologia. Desenvolve avaliações inovadoras visando capturar a compreensão dos alunos a respeito da matemática embutida em uma tecnologia particular.

Com relação ao Tema da Aprendizagem:

No nível de conhecimento, o professor acredita que a matemática é aprendida de maneiras específicas e que a tecnologia pode prejudicar a aprendizagem. Aceita melhor

a tecnologia como ferramenta de ensino do que de aprendizagem. A tecnologia pode ser usada em atividades extraclasse.

No nível de persuasão, o professor se preocupa com que a atenção do aluno se desvie da aprendizagem da matemática para a tecnologia propriamente dita ao longo de atividades de ensino. O professor limita o uso de tecnologia, particularmente durante a introdução e o desenvolvimento de tópicos centrais. O professor se preocupa com o fato de que o aluno pode não desenvolver habilidades de raciocínio matemático apropriadas quando a tecnologia é usada como uma ferramenta de demonstração em atividades exploratórias. O professor pode refazê-las sem tecnologia para se assegurar que os alunos aprenderam o esperado.

No nível de decisão, o professor começa a explorar, a experimentar e a praticar a integração de tecnologias como ferramentas de aprendizagem matemática, inclusive em atividades exploratórias. O professor acredita que o aluno desenvolve habilidades de raciocínio matemático apropriadas quando a tecnologia é usada como ferramenta de aprendizagem. O professor usa tecnologia na maioria dos tópicos tratados, mas a avaliação continua sendo feita sem tecnologia.

No nível de implementação, o professor usa tecnologias como ferramentas de apoio à aprendizagem de tópicos específicos do currículo. O professor planeja, implementa e reflete sobre o ensino e aprendizagem com a preocupação de orientar o processo de compreensão dos alunos.

No nível de confirmação, o professor planeja, implementa e reflete sobre o ensino e a aprendizagem convencido de que a compreensão e raciocínio matemáticos do aluno são aprimorados pela integração de tecnologias. A integração de tecnologia é global e permeia, de forma integral, o desenvolvimento da aprendizagem matemática. O professor propõe atividades que exigem raciocínios de alto nível e se apoiam em tecnologia como uma ferramenta de aprendizagem.

Com relação ao tema do Ensino:

No nível de conhecimento, o professor se preocupa com o fato de que a necessidade de ensinar sobre a tecnologia “rouba” tempo do ensino. O professor não usa tecnologia para desenvolver conceitos matemáticos. Os alunos usam tecnologia por conta própria, nenhuma instrução com tecnologia está presente ou os alunos somente usam tecnologia para atividades de rotina ou reforço de conceitos aprendidos sem tecnologia.

No nível de persuasão, o professor usa atividades com suporte tecnológico como dever de casa, pouco exigentes em termos de conhecimentos da tecnologia ou desconectadas da instrução em sala de aula. O uso de tecnologia é dirigido passo a passo, não tem características exploratórias.

No nível de decisão, o professor usa tecnologia para melhorar ou reforçar idéias matemáticas que os alunos aprenderam previamente com papel e lápis. O professor incorpora aulas baseadas em tecnologia adaptadas às necessidades dos alunos. O professor comanda rigidamente as atividades instrucionais com tecnologia para manter o controle sobre o andamento da mesma. O professor começa a adaptar abordagens instrucionais que dão oportunidades de exploração aos alunos em parte das aulas.

No nível de implementação, o professor propõe atividades para o aprendizado de matemática que exigem raciocínio de alto nível e usam a tecnologia como uma ferramenta de construção de conhecimentos. Professores compartilham aulas já testadas, baseadas em tecnologia, idéias e sucesso com seus pares. O professor propõe atividades matemáticas exploratórias com tecnologia nas quais tem um papel de guia e não de condutor da exploração. O professor explora várias estratégias instrucionais (incluindo estratégias dedutivas e indutivas) com tecnologia para engajar os alunos em raciocínios matemáticos. O professor incorpora uma variedade de tecnologias em diversos tópicos.

No nível de confirmação, o professor aceita de forma ativa e consistente as tecnologias como ferramentas de ensino e de aprendizagem matemática que apresentam conceitos e processos matemáticos em formatos compreensíveis para os alunos. O professor adapta várias estratégias instrucionais (incluindo estratégias dedutivas e indutivas) com tecnologia para engajar os alunos em raciocínios matemáticos. O professor administra atividades com suporte tecnológico de tal forma que os alunos mantêm a atenção e a autonomia no aprendizado de matemática.

Com relação ao tema do Acesso;

No nível de conhecimento, o professor permite o uso de tecnologia pelos alunos somente após o domínio de certos conceitos. O professor é resistente a considerações de mudança em um conteúdo ensinado, quando estas envolvem uso de tecnologias mesmo se estas tornarem o conteúdo mais acessível a um número maior de estudantes. O acesso do aluno à tecnologia é limitado ao “depois” da aprendizagem com papel e lápis, para atividades rotineiras ou de memorização.

No nível de persuasão, o professor permite o uso de tecnologia pelos alunos de forma bastante limitada durante os períodos de instrução regular. O professor se preocupa com questões de acesso e administração relacionadas à incorporação de tecnologia na sala de aula.

No nível de decisão, o professor permite o uso de tecnologia em situações especificamente planejadas para tanto. O professor usa tecnologia como uma ferramenta para aprimorar sua aula e para mostrar aos alunos uma nova maneira de abordar a matemática. Conceitos aprendidos com tecnologia não são avaliados com tecnologia. Conceitos são ensinados de forma diferente já que a tecnologia dá acesso a conexões previamente fora do alcance.

No nível de implementação, o professor permite o uso de tecnologia para explorar tópicos matemáticos específicos. O uso da tecnologia é assegurado e encorajado, para exploração matemática durante as aulas. O professor reconhece os desafios presentes no ensino de matemática com tecnologia, mas explora estratégias e idéias para minimizar o impacto desses desafios. A tecnologia é usada extensivamente em avaliações. O uso de tecnologia permite que tópicos centrais (fundamentais) sejam explorados, aplicados e avaliados incorporando representações múltiplas de conceitos e suas relações.

No nível de confirmação, o professor permite o uso de tecnologia em todos os aspectos da aula de matemática. A tecnologia é vista como uma oportunidade para questionar noções a respeito de qual matemática os alunos podem dominar. O professor reconhece os desafios presentes no ensino de matemática com tecnologia e enfrenta esses desafios por meio de planejamentos abrangentes para maximizar o uso dos recursos e ferramentas disponíveis. A tecnologia é usada para desenvolver os conceitos matemáticos que podem ser acessados pelos alunos. Os alunos são ensinados e lhes é permitido explorar tópicos ou relações matemáticas mais complexas como parte de sua experiência normal de aprendizagem.

Essa exemplificação de pensamentos, compreensões e ações de professores ao longo dos diferentes níveis e temas pode ser útil para professores e pesquisadores. Professores podem usá-la para refletir sobre o seu trabalho com tecnologia e planejar seu próprio desenvolvimento profissional. Formadores de professores podem usá-la para planejar a preparação tecnológica de professores em formação inicial ou continuada. Essa estrutura pode também fornecer uma linguagem e construções comuns a pesquisadores que desejem estabelecer relações entre seus trabalhos.

Em se tratando de tópicos específicos do currículo de matemática, Niess et al. (2009) mencionam explicitamente o suporte que a tecnologia pode dar ao processo matemático da raiz quadrada e a mudanças de enfoque resultantes da integração tecnológica. De início, o professor pode aceitar o uso de tecnologia como alternativa para o procedimento algorítmico para determinar a raiz quadrada de um número, apesar de sua preocupação com a perda de habilidades de manipulação algébrica para tal tarefa. A certa altura, o professor pode focar na obtenção de estimativas de raízes quadradas e comparação destas com o que pode ser obtido com uma calculadora. Pode também propor o uso da calculadora para calcular raízes quadradas em problemas aplicados nos quais é permitido o uso de uma calculadora. Mais adiante, o professor pode não enfatizar o ensino do algoritmo de cálculo de raiz quadrada e permite o uso de tecnologia para calculá-la. Decisões de mudanças curriculares são tomadas; o enfoque passa a ser o conceito de raiz quadrada e a estimativa de raízes quadradas. Uma nova componente curricular pode ser introduzida para estudar a compreensão da diferença entre soluções exatas e aproximadas.

Em nossas próprias experiências de integração tecnológica (Palis, 2009), resultantes de autodidatismo e trabalho colaborativo, pudemos detectar evoluções ao longo dos níveis propostos por Niess et al. (2009). Com relação ao estudo das diferenças entre soluções exatas e aproximadas, por exemplo, o uso do software *Maple* nos levou a trabalhar com cálculos aproximados sem mencionar explicitamente as aproximações realizadas, em nossa fase de decisão. Depois progredimos, em nossa fase de implementação, para o trabalho com as noções de soluções numéricas exatas ou aproximadas com um erro menor do que um número ϵ . No contexto de utilização do *Maple*, aproximações de um número A , calculadas, por exemplo, com o comando *evalf*, são truncamentos ou arredondamentos do desenvolvimento decimal do número A . Algumas concepções errôneas apareceram com o uso da terminologia “soluções exatas” e “aproximadas”; os alunos davam interpretações desses dois conceitos contrárias ao desejado, relacionando mesmo o termo “exato” a “real” (contexto real); alguns alunos até desenvolveram a idéia que a diferença entre um valor exato e uma aproximação é que um valor exato não pode ter “vírgula”. Dessa forma, por exemplo, 3,589 seria uma aproximação (de qual número?) enquanto $3589/1000$ é um valor exato.

Estes desvios conceituais nos levaram, em nossa fase de confirmação a modificar o ensino dessas noções, colocando-as em destaque desde o início do semestre (por intermédio de definição precisa, exemplos e exercícios) e a modificar a terminologia

empregada⁵. Passamos a considerar não mais “a resposta exata e a resposta aproximada”, e sim “a resposta numérica de um problema e uma aproximação dessa resposta com um erro menor do que o dado número positivo E ”. Ainda estamos em fase de avaliação desta mudança curricular, sendo que as primeiras observações nos levaram a crer que a nova forma de introduzir formalmente a definição do que é uma aproximação de um número com um erro menor do que E , os exemplos e exercícios propostos, levaram os alunos a um maior índice de sucesso com as questões que incorporam estas idéias e que são muitas em um ambiente tecnológico como o utilizado. Como já havia mencionado anteriormente, eliminamos, da exemplificação dos níveis de desenvolvimento do *TPACK*, os exemplos relacionados a conteúdos específicos de matemática por considerá-los não suficientemente elaborados. Os exemplos apresentados no Apêndice B de Niess et al (2009) sobre o uso de calculadoras gráficas no estudo de sistemas lineares e sobre o uso de softwares de geometria dinâmica não estão suficientemente desenvolvidos nem situados no fluxo escolar o que não permite muitas considerações por parte do leitor. Acreditamos que a exemplificação do caminhar do professor ao longo das diferentes etapas do modelo apresentado, restrito a tópicos matemáticos específicos e em situações didáticas tecnológicas contextualizadas pode ser muito útil para o estudo do desenvolvimento do *TPACK* entre professores e das potencialidades da tecnologia no ensino e na aprendizagem de diferentes conceitos e processos matemáticos.

4. Outros referenciais teóricos

Outros referenciais têm sido propostos para analisar o processo de desenvolvimento de professores de matemática ao integrarem tecnologia no seu ensino. O modelo *Puria*⁶ foi desenvolvido por Beaudin & Bowers (1997) e procura representar a maneira segundo a qual muitos professores respondem às oportunidades oferecidas por um programa computacional do tipo SCA⁷ (Sistema de Computação Algébrica) ao longo de seu desenvolvimento na direção de um novo estilo de ensinar matemática. O autor observa

⁵ A terminologia “soluções exatas e aproximadas” é amplamente utilizada na bibliografia que trata de uso de sistemas de computação algébrica como o *Maple* no secundário e superior inicial.

⁶ Em Beaudin & Bowers (1997), a sigla *Puria* se refere aos modos *Play*, *Use*, *Recommending*, *Incorporating and Assess*.

⁷ A correspondente sigla em inglês é *CAS* (*Computer Algebra System*)

que este desenvolvimento é evolucionário e não revolucionário. O modelo oferece maneiras de diferenciar os modos de utilização de uma tecnologia por professores.

De acordo com esse modelo, de início o professor *brinca* com o programa e experimenta seus recursos; depois percebe que pode *usá-lo* de forma significativa em seu trabalho (geração de questões para provas, verificação de respostas de problemas, produção de material). A certa altura, começa a *recomendar* o programa para alunos. Somente ao observar um bom efeito de seu uso por alunos, o professor se sente confiante para *incorporá-lo* em suas aulas. Por último o professor considera que deveria *avaliar* o uso do programa pelos alunos. A esta altura o emprego do SCA no ensino já está estabelecido firmemente.

Zbiek & Hollebrands (2008) apresentam uma reelaboração e extensão do modelo *Puria*. O novo modelo abarca o uso de tecnologias variadas, não se restringindo às do tipo SCA. Também amplia as descrições de alguns dos cinco modos de utilização de tecnologias. Esses autores consideram que esse modelo é uma ferramenta útil para compreender o estudo da literatura que se propõem a examinar em seu artigo e para trabalhar com professores que estão aprendendo a ensinar com tecnologia.

Nos dois modos iniciais, professores usam a tecnologia, inicialmente sem um propósito matemático claro e depois com propósitos matemáticos próprios. Podem estar utilizando a tecnologia para seu próprio aprendizado, mas não a utilizam com estudantes e em sala de aula. Após ter desenvolvido melhor a sua compreensão da tecnologia, o professor a recomenda para alunos e colegas, mas não a utiliza em sala de aula, não a integra em seu ensino. Adquire confiança para incorporar a tecnologia na sala de aula, o que pode ocorrer em variados níveis de abrangência. Finalmente, a tecnologia já está incorporada e o professor pode se sentir pronto para examinar como os alunos usam a tecnologia e o que eles aprendem com esta utilização.

Dentre vários outros quadros teóricos na área de investigação do saber docente de professores de matemática na área tecnológica, citamos também o modelo proposto por Ruthven (2009). Esse modelo, desenvolvido no contexto do ensino de matemática, coloca em evidência o conhecimento prático do professor (*craft knowledge*). Este termo, '*craft knowledge*', se refere ao sistema, em grande parte automático, de *expertise* situada (habilidades de um especialista), que os professores desenvolvem em conformidade com o seu papel profissional e enraizado na sua prática de sala de aula. Esta perspectiva considera que o desafio prático crucial da integração tecnológica é desenvolver, ou adaptar, um sistema funcionalmente organizado de conhecimento

prático. Para que a capacidade mental de pensar os fundamentos do uso de tecnologia em sala de aula se torne funcional, é preciso que esta abarque a materialidade da sala de aula via desenvolvimento do conhecimento prático. Este quadro teórico volta sua atenção para a organização funcional de um sistema amplo (frequentemente tácito) de conhecimentos do professor que são necessários para que ele leve a cabo tarefas profissionais concretas.

Conclusão

Os referenciais descritos fornecem um suporte teórico para a concepção, a implementação e a avaliação de propostas de desenvolvimento do saber necessário para ensinar matemática com tecnologia, podendo também ser empregado para análise de situações de ensino com tecnologia nos mais diversos níveis.

Não existe uma maneira única de descrever o conhecimento requerido dos professores para fazer uma integração eficiente de tecnologia no ensino e na aprendizagem de matemática, nem a maneira correta de preparar professores para esta tarefa e nem tampouco uma única forma de realizar uma integração tecnológica. Para começar, podem-se discutir os significados de integração e de eficiência. Diferentes concepções pedagógicas, ênfases curriculares, níveis de ensino, situações institucionais abrangendo níveis de recurso e apoio técnico, e muitos outros fatores influenciam decisões relacionadas a ensino e o aprendizado dos alunos.

À medida que as ferramentas tecnológicas, os estudantes, os professores e as salas de aula variam, o modelo de desenvolvimento do *Mathematics Tpack* fornece um referencial dinâmico para examinar o conhecimento que o professor precisa ter para lidar com a complexidade do ato de ensinar com tecnologia.

Já existe considerável evidência de que o uso de tecnologias pode enriquecer a compreensão da matemática que é construída pelos alunos. No entanto, esses resultados dependem crucialmente de como essas tecnologias são empregadas com e pelos alunos, daí o papel central dos professores no ensino e na aprendizagem com suporte tecnológico (Zbiek & Hollebrands, 2008). De acordo com Wilson (2008), é o professor que faz toda a diferença entre o sucesso e o fracasso da integração tecnológica e é a formação de professores que precisa estabelecer as ligações dos professores com as novas tecnologias, pesquisas, currículos e políticas educacionais associadas. A comunidade matemática já reuniu um conjunto respeitável de conhecimento sobre tecnologia no ensino e na aprendizagem de matemática. Mas não está oferecendo ao

professor a orientação necessária para relacionar idéias matemáticas e tecnológicas e, além disso, tornar aquele corpo de conhecimentos relevante para a sua prática. Aqueles que respondem pela formação de professores têm a responsabilidade de transpor a pesquisa sobre usos favoráveis de tecnologia para a prática do ensino e a aprendizagem de matemática.

Referências

- BALL, D. L.; THAMES, M. H. & PHELPS, G. (2008). **Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special?** *Journal of Teacher Education*, v. 59, n .5, p. 389-407.
- BEAUDIN, M. & BOWERS, D. (1997). **Logistics for facilitating CAS instruction.** In J. Berry, J. Monaghan, M. Kronfellner & B. Kutzler (Eds.), *The State of Computer Algebra in Mathematics Education*, p. 126-135. Sweden: Chartwell-Bratt.
- KOEHLER, M. J., & MISHRA, P. (2008). **Introducing Technological Pedagogical Knowledge.** In: AACTE (Ed.). *The Handbook of Technological Pedagogical Content Knowledge for Educators*. Routledge.
- LEE, H., & HOLLEBRANDS, K. (2008). **Preparing to teach mathematics with technology: An integrated approach to developing technological pedagogical content knowledge.** *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, v.8, n. 4, p. 326-341.
- MISHRA, P., & KOEHLER, M. (2006). **Technological Pedagogical Content Knowledge: A framework for teacher knowledge.** *Teachers College Record*, v. 108, n.6, p. 1017-1054.
- NIESS, M. L., LEE, K., SADRI, P., SUHARWOTO, G. (2006). **Guiding Inservice Mathematics Teachers in Developing a Technology Pedagogical Content Knowledge (TPCK).** Paper presentation for the American Education Research Association Annual (AERA) Conference, San Francisco, CA.
- NIESS, M. L., RONA, R. N., SHAFER, K. G., DRISKELL, S. O., HARPER, S. R., JOHNSTON, C., BROWNING, C., ÖZGÜN-KOCA, S. A., & KERSAINT, G. (2009). **Mathematics Teacher TPACK Standards and Development Model.** *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, v., n.1.
- ÖZGÜN-KOCA, S. A., MEAGHER, M, EDWARDS, M. T. (2009/2010). **Preservice Teachers' Emerging TPACK in a Technology-Rich Methods Class.** *The Mathematics Educator* 2009/2010, v. 19, n. 2, p. 10-20.
- ÖZMANTAR, M. F., AKKOÇ, H. , BINGÖLBALI, E, DEMIR, S. E ERGENE, B. (2010). **Pre-Service Mathematics Teachers' Use of Multiple Representations in Technology-Rich Environments.** *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 2010, 6(1), p. 19-36.
- PALIS, G.L.R. (2009). **Desenvolvimento curricular e pesquisa participante: Integração de um Sistema de Computação Algébrica na transição do ensino médio para o superior em matemática.** In: Dujet-Sayyed, C; Moura, L. M. (Eds.). *Proceedings of the 1st International Congress of Mathematics, Engineering and Society*. PUCPR, Curitiba, Brasil, 2009.

RUTHVEN, K. (2009). **Towards a naturalistic conceptualization of technology integration in classroom practice: The example of school mathematics.** *Education & Didactique* 3(1), p. 131-152.

SHULMAN, L. S. (1986). **Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching.**

ROGERS, E. M. (1995). *Diffusion of innovations*. New York, Free Press. *Educational Researcher*, 15(2), p. 4-14.

ZBIEK, R. M. & HOLLEBRANDS, K. (2008). **A research-informed view of the process of incorporating mathematics technology into classroom practice by in-service and prospective teachers.** In M. K. Heid & G. W. Blume (Eds.), *Research on technology and the teaching and learning of mathematics: Syntheses, cases and perspectives*, v. 1, p. 287-344. Charlotte, NC: Information Age Publishing, Inc.

WILSON, P. S. (2008). **Teacher education.** In G. W. Blume & M. K. Heid (Eds.), *Research on technology and the teaching and learning of mathematics: Syntheses, cases and perspectives*, v. 2, p. 415-427. Charlotte, NC: Information Age Publishing, Inc.