



## TAREFAS DE INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA EM LIVROS DIDÁTICOS DO 8º ANO APROVADOS PELO PROGRAMA NACIONAL DO LIVRO DIDÁTICO – PNLD (2014)

Maiara Aline Junkerfeurbom<sup>1</sup>  
Tiago Emanuel Klüber<sup>2</sup>

### Resumo

A Investigação Matemática é uma importante tendência da Educação Matemática, seja pela literatura produzida sobre o assunto, seja por sua presença em documentos oficiais. No entanto, a partir do estudo da literatura, observou-se que há poucos estudos que reúnem tarefas de Investigação Matemática para o ensino de Matemática, voltado à Educação Básica. Sob essas condições, assumindo aspectos da pesquisa qualitativa, este trabalho analisa os livros didáticos da disciplina de Matemática, aprovados pelo PNLD 2014, a fim de averiguarmos a presença de tarefas com características desta tendência, interrogando: Os livros didáticos do 8º ano, aprovados pelo PNLD 2014, contemplam tarefas de Investigação Matemática? Quais são estas tarefas? Com que frequência aparecem? O que isso revela? Foram realizadas reflexões sobre a presença dessas tarefas no tocante ao seu papel na prática pedagógica dos professores de Matemática. A partir desta análise, conclui-se que tais tarefas pouco aparecem nos livros analisados.

**Palavras-chave:** PNLD. Educação Matemática. Tendências educacionais. Tarefas investigativas.

### MATHEMATICAL INVESTIGATION TASKS IN TEXTBOOKS OF THE 8<sup>TH</sup> GRADE APPROVED BY THE NATIONAL PROGRAM OF DIDACTIC BOOK - PNLD (2014)

### Abstract

The Mathematical Investigation is one important trends of Mathematical Education, either by literature produced on the subject, by its presence in official documents. However, from the study of the literature, it is observed that there are few studies that gather tasks of Mathematical Investigation for the teaching of Mathematics, focused on Basic Education. Under these conditions, assuming the qualitative research, analyzing the textbooks of the Mathematics discipline, approved by the PNLD 2014, the end to find a presence of tasks with characteristics of this tendency, interrogating: The textbooks of the 8th year, approved by PNLD 2014, Count on Mathematical Investigation tasks? What are these tasks? How often do they appear? What does this reveal? We reflect on the presence of these tasks in relation to their role in the pedagogical practice of Mathematics teachers. From this analysis, we conclude that such tasks hardly appear in the analyzed books.

**Keywords:** PNLD. Mathematical Education. Educational trends. Investigative Tasks.

<sup>1</sup> Mestranda em Ensino – Educação Matemática; Universidade Estadual do Oeste do Paraná/UNIOESTE, Foz do Iguaçu, Paraná, Brasil. E-mail: maiarajunkerfeurbom@gmail.com.

<sup>2</sup> Doutor em Educação Científica e Tecnológica pela Universidade Federal de Santa Catarina, Professor Adjunto da Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, Paraná, Brasil. E-mail: tiagokluber@gmail.com

## **Introdução**

Dentre as pesquisas efetuadas em Educação Matemática, há aquelas que se centram nas implicações para a sala de aula e esse artigo é uma delas. Nesse sentido, no ano letivo de 2015, desenvolvemos uma pesquisa que foi motivada pela ausência de materiais didático-pedagógicos concernentes à tendência Investigação Matemática, que sejam voltados para a Educação Básica e, principalmente, para a Escola Pública (JUNKERFEURBOM, 2016).

Essa motivação nos conduziu à pesquisa por meio das questões norteadoras: *Os livros didáticos do 8º ano aprovados pelo PNLD 2014, contemplam tarefas de Investigação Matemática? Quais são estas tarefas? Com que frequência aparecem? O que isso revela?*

Durante nosso estudo, fez-se um apanhado bibliográfico de diversos textos, de diferentes autores (BRAUMANN, 2002; ROCHA, 2002; DIAS, 2005; DOBBINS; VERTUAN 2014; PONTE et al 1999, 2003a, 2003b, 2006; WICHNOSKI, 2012; WICHNOSKI; KLÜBER, 2014). A partir desse estudo, analisamos os dez livros do 8º ano aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático, PNLD 2014, buscando por tarefas de Investigação Matemática. Após realizarmos a análise, à luz desse referencial, organizamos os dados em quadros e explicitamos compreensões sobre aquilo que se revelou.

Os caminhos percorridos para essa análise revelam que a metodologia que assumimos é a qualitativa, a qual solicita informações mais descritivas que se preocupam com o significado dado às ações (BORBA; ARAÚJO, 2006). A fim de dar clareza ao leitor, organizamos esse artigo contendo, essa introdução, uma seção sobre a Investigação Matemática e o Livro Didático, um exemplo de tarefa investigativa, a síntese dos resultados da pesquisa e as considerações.

## **Investigação Matemática e o Livro Didático**

A dinâmica da aula pautada na Investigação Matemática propõe um trabalho colaborativo entre professores e alunos voltado para as tarefas de caráter investigativo, através das quais o aluno é estimulado a utilizar sua criatividade e despertar sua curiosidade.

Nas tarefas de Investigação Matemática, o importante não é o produto final, mas o caminho percorrido e as descobertas que o aluno realizará. Nas palavras de Fonseca et al (1999, p.3, inserção nossa) “[uma] investigação é uma viagem até o desconhecido. A ideia

pode ser ilustrada pela metáfora geográfica de Susan Pirie, quando diz que “o importante é explorar um aspecto da Matemática em todas as direções. O objetivo é a viagem e não o destino”.

Em uma investigação propriamente dita, os alunos partem de uma dada situação inicial e, a partir dela, formulam questões e percorrem caminhos escolhidos por eles mesmos. Por isso, não é possível prever, ao menos na totalidade, os pontos de chegada.

Ao que concerne às tarefas de Investigação Matemática, resumidamente, segundo Ponte (2003a), elas são abertas e solicitam o envolvimento do aluno para que se efetivem. Elas não possuem respostas únicas. Em outras palavras, o aluno vai percorrendo um caminho que poderá levar a uma situação não pensada previamente pelo professor. É nesse sentido que defendemos que práticas investigativas auxiliam aos alunos a compreenderem mais adequadamente Matemática, uma vez que são incentivados a pensar matematicamente.

Embora existam benefícios provenientes do trabalho com a Investigação Matemática no contexto da sala de aula, dentre os quais, os que explicitamos anteriormente, preparar uma aula de Matemática utilizando esta tendência não é algo simples. O professor precisa ter uma prática que se alie com a teoria, de tal maneira que a primeira não seja esvaziada ou contraditória à segunda. Por este motivo, os cursos de formação de professores, tanto inicial, quanto continuada, devem permitir que os professores vivenciem experiências com essa tendência, de modo que possam se aproximar de uma postura investigativa e do pensamento reflexivo.

Para que a Investigação Matemática se efetive na escola básica, estes cursos devem contemplar tais aspectos, pois o professor só levará para a sala de aula aquilo com o que souber, minimamente, lidar.

Nesse contexto, o livro didático é uma das possibilidades de fornecer aos professores subsídios teóricos e práticos. Em geral, eles recorrem às tarefas matemáticas contidas nesse recurso didático que ainda é, segundo Turíbio (2015), o principal material de apoio para o professor. Desse ponto de vista, a presença de tarefas de Investigação Matemática, em livros didáticos, pode favorecer a sua inserção em sala de aula.

Ainda no tocante à prática com Investigação Matemática, outra dificuldade é a escolha dessas tarefas por parte dos professores. O papel do professor é fundamental neste momento, pois, conhecendo seus alunos, deve proporcionar tarefas que lhes auxiliem a pensar matematicamente. Sobre o papel do professor, Ponte (2003a, p. 36) afirma: “[...] o papel do

professor é o de orientador, procurando motivar e incentivar os alunos a dar-lhes espaço para fazerem a sua Matemática [...]”.

A partir de Dias (2005) elaboramos um quadro que resume o papel do professor nas aulas de investigação:

**Quadro1** - Papel do professor em uma aula de Investigação Matemática

Fase da atividade de investigação	Papel do professor
Fase inicial	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Propor a tarefa;</li> <li>• Envolver os alunos no trabalho;</li> <li>• Estimular os alunos a realizarem tal tarefa;</li> <li>• Incentivar a comunicação, entre ele e os alunos e entre os próprios alunos;</li> </ul>
Desenvolvimento da atividade	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Verificar se os alunos estão trabalhando de modo produtivo;</li> <li>• Auxiliar os alunos a partir de suas dificuldades;</li> <li>• Fornecer informações úteis aos alunos, ajudando-os a recordar ou compreender conceitos matemáticos;</li> <li>• Questionar os alunos sobre as conjecturas;</li> <li>• Incentivar a comunicação, entre ele e os alunos e entre os próprios alunos;</li> </ul>
Fase final	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conduzir a discussão final;</li> <li>• Incentivar a comunicação, entre ele e os alunos e entre os próprios alunos;</li> </ul>

Fonte: elaborado pelos autores a partir de Dias (2005).

A partir do quadro 1, podemos afirmar que o professor não perde seu papel de educador, sempre buscando maneiras de propor um ambiente propício à atividade (aquilo que acontece a partir da tarefa) e se preocupando com a aprendizagem dos alunos.

Essa breve exposição teórica acerca da Investigação Matemática, de sua inserção na sala de aula e do papel do professor em seu desenvolvimento nos conduz, à apresentação, na sequência, de um exemplo de tarefa de Investigação Matemática.

### Um exemplo de tarefa


Da análise dos livros didáticos anteriormente mencionados, selecionamos 63 tarefas que consideramos ter características de Investigação Matemática. Embora nem todas essas tarefas possam ser classificadas *ipsis literis*, como tarefas de Investigação Matemática, em todas elas, identificamos aspectos próprios dessa tendência. Sendo assim, com algumas alterações, o professor poderá desenvolver um trabalho investigativo com seus alunos, a partir das tarefas selecionadas nesses livros.

Um exemplo de tarefa encontrada em nossa análise, é a tarefa três, da página 127 do livro Projeto Araribá (LEONARDO, 2010).

**3** Veja o que Rafael está pensando. Depois, responda às questões no caderno.

a) Os resultados das potências  $14^2$  e  $41^2$  têm os mesmos algarismos em ordem contrária?

b) A hipótese de Rafael está correta?



$12^2 = 144$  e  $21^2 = 441$   
 $13^2 = 169$  e  $31^2 = 961$   
 $102^2 = 10.404$  e  $201^2 = 40.401$   
 Será que sempre que os algarismos das bases estão em ordem contrária os algarismos dos resultados das potências também ficam invertidos?

Figura 1: Tarefa Potências  
 Fonte: (LEONARDO, 2010, p.7).

Analisando a estrutura do enunciado, esta tarefa exploratório-investigativa (PONTE, 2003b) já fornece a conjectura (Será que sempre que os algarismos das bases estão em ordem contrária os algarismos dos resultados das potências também ficam invertidos?). Desse modo, ao aluno cabe a função de testá-la e validá-la ou encontrar algum contraexemplo que mostre a sua não validade. Uma possível modificação dessa tarefa seria entregar aos alunos somente a sequência das potências e seus resultados e pedir para investigarem, assim teriam a oportunidade de formular outras conjecturas, ampliando a investigação. Ainda que o espaço seja limitado para mais exemplos, ele é válido para que o professor possa analisar as tarefas que indicamos em nossos resultados.

### Síntese dos resultados

Como já explicitado, foram analisados dez livros de Matemática do 8º ano, aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) 2014, um livro de cada coleção. Considerando o caráter exploratório da pesquisa realizada (GIL, 1999), não era possível empreender a análise de todos os livros, de todas as coleções. Assim, efetuou-se uma escolha pelos livros, de todas as coleções, concernentes ao 8º ano.

Esses livros foram analisados, na íntegra, mais de uma vez, à luz do referencial estudado sobre Investigação Matemática, de tal maneira que identificássemos alguma semelhança nos enunciados contidos nas obras. Ainda que se refira a um único ano, o estudo é, no mínimo, um bom indicativo da presença ou não de tarefas de cunho investigativo.

Da análise individual de cada obra, apresentamos uma síntese geral, no quadro 2, na mesma ordem em que aparecem no guia do PNLD 2014, contendo o nome do livro e dos

autores, o bloco<sup>3</sup> a que o conteúdo pertence, a página e o número da tarefa investigativa identificada.

Quadro 2 - Tarefas investigativas em livros didáticos de Matemática

Livro	Autor(es)	Tarefas investigativas	
		Bloco	Página/ Número
1.Descobrindo e Aplicando Matemática	Alceu S. Mazzeiro; Paulo F. Machado.	Números e operações	237/33; 237/34; 238/35; 238/36.
2.Matemática Bianchini	Edwaldo R. Bianchini	Espaço e Forma	110/ Pense mais um pouco
3.Matemática Ideias e Desafios	Iracema Mori; Dulce S. Onaga	Espaço e Forma	12/4; 13/Seção +87/8
		Grandezas e Medidas	70/2; 71/ Troquem ideias e resolvam; 75/Seção +;85/Seção +
4.Matemática Imenes & Lellis	Luiz M. Imenes;Marcelo Lellis	Números e Operações	17/Faça uma descoberta Matemática!; 25/ 32; 25/33; 26/34, 41/39, 102/10
5.Matemática teoria e contexto	Marília Centurión; José Jakubovic	Espaço e Forma	49/Ação
		Grandezas e Medidas	66/8; 68/10; 68/15; 68/16; 68/1 (Desafio)
6.Praticando Matemática	Álvaro Andrini; Maria J. Vasconcelos	Números e Operações	8/ Tarefa quadro amarelo 15/17, 43/ Tarefa quadro amarelo; 57/ 17 e 18; 73/4; 139/59
		Grandezas e Medidas	64/38
		Espaço e Forma	50/75; 69/77; 76/8; 187/21; 199/Tarefa quadro amarelo; 226/54
7.Projeto Araribá Matemática	Obra coletiva Editor responsável: Fabio Martins de Leonardo	Espaço e Forma	78/3; 78/4, 161/3, 167/2
		Números e Operações	127/3
		Grandezas e Medidas	154/Organize suas ideias
8.Projeto Teláris Matemática	Luiz Roberto Dante	Espaço e Forma	27/ Oficina; 87/47; 239/ Oficina
		Grandezas e Medidas	44/4; 65/6
		Números e Operações	281/ Oficina
9.Projeto Matemática Velear	Antonio Lopes (Bigode)	Grandezas e Medidas	12/Pirâmides Mágicas
		Espaço e Forma	55/18, 56/23; 147/1; 147/3; 147/5; 147/6
10.Vontade de Saber Matemática.	Joamir Souza; Patricia M. Pataro	Números e operações	35/5; 36/17; 48/47, 60/21,72/56
		Grandezas e Medidas	103/37
		Espaço e Forma	233/14

Fonte: Adaptado de Junkerfeurbom (2016)

A análise do quadro revela que o número de tarefas de Investigação Matemática presentes nos livros é pequeno, quase inexpressivo. Quando há a presença de tarefas de

<sup>3</sup> Organizamos os conteúdos em blocos, conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais.

Investigação Matemática, estas aparecem no final das seções, mescladas a diferentes tipos de exercícios matemáticos; aparecem como desafios, como tarefas para a retomada de conceitos já conhecidos. Em geral, as tarefas não aparecem como sugestão para a introdução do conteúdo a ser estudado, o que vai na contramão daquilo que se aventa para a Investigação Matemática, conforme a literatura. As tarefas de Investigação Matemática têm seu sentido para o ensino do novo, por isso argumentamos que tarefas como as encontradas poderiam estar na introdução dos capítulos e não na lista de exercícios dos livros.

Pelo fato de o Livro Didático ser um dos principais recursos utilizados pelo professor de Matemática, articulado à tímida presença de tarefas investigativas nesses mesmos livros, podemos afirmar que dificilmente os professores a implementarão em sala de aula, privando os alunos da Educação Básica de desenvolverem tarefas de Investigação Matemática regularmente, salvaguardadas as exceções. Diante desse fato, o aluno terá poucas possibilidades de um trabalho mais autônomo, ficando a maior parte do tempo, trabalhando com tarefas no modelo de ensino tradicional.

Dessa maneira, é pouco provável que os professores e os alunos adquiram uma cultura investigativa na escola. Essas poucas tarefas que aparecem nos livros podem ser ignoradas ou subutilizadas por parte dos professores, uma vez que elas fogem ao escopo do ensino mais usual em que se valorizam regras, exercícios e memorização, em detrimento da conjectura, invenção e detecção de padrões e por serem diluídas sob a perspectiva hegemônica do uso do livro.

Tarefas de Investigação Matemática genuínas, por assim dizer, possuem um grande potencial para contribuir no momento da introdução dos conteúdos, levando o aluno a construir novos conceitos, a partir de seus conhecimentos prévios e de seu próprio trabalho.

Em síntese, uma tarefa genuinamente investigativa permitirá a aprendizagem de um novo conceito ou uma reflexão sobre um conceito conhecido sob uma perspectiva diferente. Sobre a investigação, Ponte (2003b, p. 2, inserção nossa) destaca que ela permite que se "[...] [trabalhe] a partir de questões que nos interessam e que se apresentam inicialmente confusas, mas que conseguimos clarificar e estudar de modo organizado".

Em última análise, as tarefas de Investigação Matemática não estão distribuídas em toda a estrutura dos livros. Em nenhum livro, pensou-se tarefas de Investigação Matemática para todo o processo, centram-se em alguns conteúdos, sendo, a maioria delas, tarefas exploratórias-algébricas.

## Considerações

Esse artigo possui implicações a serem consideradas para sala de aula. Dentre elas, podemos destacar a possibilidade de o professor seguir os resultados apresentados e reconhecer tarefas exploratório-investigativas. O trabalho de coleta e organização resultou num produto didático-pedagógico útil ao professor.

Para além desse aspecto pragmático, a pesquisa indicou que os livros didáticos começam, ainda que de modo tímido, a incorporar resultados das pesquisas em Educação Matemática naquilo que concerne à Investigação Matemática (JUNKERFEURBOM, 2016).

Por fim, ainda expressa o longo caminho a ser percorrido pela pesquisa e pelos professores para a efetiva implantação de práticas investigativas nas aulas de matemática, pois o próprio livro didático, um dos principais recursos do professor de matemática, ainda está mais propenso a perspectivas baseadas no paradigma do exercício, segundo a nossa leitura de Alrø e Skovsmose (2006).

## Referências

ALRØ, H; SKOVSMOSE, **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

BRAUMANN, C. A. Divagações sobre Investigação Matemática e o seu papel na aprendizagem da matemática. In: **Actividades de investigação na aprendizagem da Matemática e na formação de professores**, Coimbra, 2002. Disponível em: < [http://spiem.pt/DOCS/ATAS\\_ENCONTROS/2002/2002\\_02\\_CABraumann.pdf](http://spiem.pt/DOCS/ATAS_ENCONTROS/2002/2002_02_CABraumann.pdf)> Acesso em: 26 maio, 2015.

BORBA, M. C. ; ARAÚJO, J. de L. . Introdução. In: BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Lóiola. (Org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006, p. 23-26.

DIAS, P. J. R. **Avaliação reguladora no ensino secundário Processos usados pelos alunos em Investigações matemáticas**. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação. Didática da Matemática). Universidade de Lisboa, Lisboa. 2005. Disponível em: <<http://area.fc.ul.pt/pt/Teses%20Mestrado%20e%20Doutoramento/Tese%20Mestrado%20Paulo%20Dias/Capitulo%202.pdf>> Acesso em: 20 fev. 2015.

DOBBINS, M. G. G.; VERTUAN, R. E. Uma aparente mágica com cartas de um baralho: uma atividade de investigação matemática. In: XII ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - EPREM, 2014, Campo Mourão. **Anais...** Campo Mourão, PR, 2014.



FONSECA, H., BRUNHEIRA, L., PONTE, J. P. As actividades de investigação, o professor e a aula de Matemática. **Actas do ProfMat 99**. Lisboa: APM, 1999.

GIL, A. C. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2010.

GUIA DE LIVROS DIDÁTICOS: PNLD 2014: Matemática. – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2013.

JUNKERFEURBOM, M. A. **Tarefas de Investigação Matemática em Livros Didáticos**. 2016. TCC (Graduação) - Curso de Licenciatura em Matemática, Universidade Estadual do Oeste do Paraná - Unioeste, Cascavel, 2016

PONTE, J. P. **Investigação sobre Investigação Matemática em Portugal**. Lisboa 2003a.

PONTE, J.P. Investigar, ensinar e aprender. In: **ACTAS do PROFMAT**. Lisboa: APM, 2003 b.

PONTE, J. P; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

ROCHA, A. **Os alunos de matemática e o trabalho investigativo**: Reflectir e investigar sobre a prática profissional (p. 99-124). Lisboa: 2002.

TURÍBIO, S. R. T. **As Mudanças Ocorridas no Livro Didático de Matemática e a sua Influência na Prática Pedagógica Do Professor**. 2015. 151 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Mato Grosso, Rondonópolis/MT, 2015. Disponível em: <[https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id\\_trabalho=2398771](https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=2398771)>. Acesso em: 20 ago. 2017

WICHNOSKI, P.; KLÜBER, T. E. Experienciando a prática da elaboração de atividades investigativas para o ensino da Matemática. In: XII ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - XII EPREM, **Anais...** 2014, Campo Mourão.

WICHNOSKI, P. **Atividades de Investigação Matemática a Partir do Banco de Questões da Olimpíada Brasileira das Escolas Públicas – OBMEP**. 2012. Monografia (Licenciatura em Matemática) – Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel. 2012.

#### **Referência de livros didáticos analisados**

ANDRINI, Á.; VASCONCELOS, M. J. **Praticando Matemática**. 8ºano. 3ed. São Paulo; Editora do Brasil, 2012.

BIANCHINI, E. R.. **Matemática Bianchini**. 8ºano. 7 ed. São Paulo; Editora Moderna, 2011.

CENTURIÓN, M.; JAKUBOVIC, J. **Matemática teoria e contexto**. 8ºano. São Paulo; Saraiva, 2012.

DANTE, L. R. **Projeto Teláris – Matemática**. 8º ano. São Paulo; Ática; 2012.

IMENES, L. M.; LELLIS, M.. **Matemática Imenes & Lellis**. 8ºano. 2 ed. São Paulo; Moderna, 2012.

LEONARDO, F. M. (org). **Projeto Araribá – Matemática**. 8ºano. 3 ed. São Paulo; Moderna, 2010,

LOPES, A.; **Projeto Velear – Matemática**. 8º ano. São Paulo; Scipione, 2013.

MAZZIEIRO, A. dos S.; MACHADO, P. A. F. **Descobrimo e Aplicando a Matemática**. 8ºano. Belo Horizonte; Editora Dimensão, 2012.

ONAGA, D. S.; MORI, I. **Matemática Ideias e Desafios**. 8ºano. 17 ed. São Paulo; Saraiva livreiros editores, 2012.

SOUZA, J.; PATARO, P. M. **Vontade de Saber Matemática**. 8ºano. 2ª edição. São Paulo; FTD, 2012.

Recebido em: 12 de março de 2017.

Aprovado em: 31 de agosto de 2017.