De la multiplicación a la proporcionalidad: un largo camino por recorrer

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA | GILBERTO OBANDO ZAPATA*

Resumen

Nuestro currículum de matemáticas se caracteriza por tener una alto de grado de desintegración entre los diferentes ejes temáticos que lo componen, y por propender por el aprendizaje memorístico de técnicas algorítmicas de calculo. Estos dos elementos, por supuesto, van en contra vía de unos procesos escolares tendientes a la construcción significativa de los conceptos matemáticos que se desea que los alumnos aprendan. Un caso típico de ello, y de profundas consecuencias en el desarrollo del pensamiento matemático en los alumnos es el relativo al desarrollo de los conceptos relativos al esquema multiplicativo. La multiplicación, la proporcionalidad y las funciones, entre otros, son tratados de forma aislada, a partir de significaciones únicas y favoreciendo el aprendizaje de procesos algorítmicos. A través de este cursillo se pretende mostrar las líneas de continuidad, y por ende, los ejes de integración y la multiplicidad de significados necesarios para el desarrollo de procesos de aprendizaje que favorezcan el desarrollo del pensamiento multiplicativo en los alumnos.

Contrario a como se presenta en la mayoría de los textos escolares, la relación multiplicativa fundamental no es una relación ternaria, sino cuaternaria. Esto es, en un problema como el siguiente, no se relacionan tres términos, sino cuatro: una libra de sal cuesta $ 250, ¿cuánto cuestan 4 libras de sal?. En general este problema es representado así:

$$250 \times 4 = 1000 \text{ o},$$

$$4 \times 250 = 1000,$$

dejando oculta la relación entre la unidad y el precio de la unidad, con base en la cual se puede hallar el valor de las cuatro unidades. La relación por tanto sería:

$$\begin{array}{l} 1 \longrightarrow 250 \\ 4 \longrightarrow \quad x \end{array}$$

Nótese como dos de las cantidades son de un espacio de medida (1 y 4 son medidas de peso), mientras que las otras dos son del otro (250 y x son las medidas del valor de cada libra de peso). Que la multiplicación a realizar sea por 4 o por 250, depende de cual sea la relación escogida para la solución del problema: horizontal: entre un espacio de medida y otro; o vertical: al interior del mismo espacio de medida.

Este tipo de situaciones multiplicativas también suelen ser presentada como una adición repetida de un sumando. En estos casos, se esconde aun más la relación de proporcionalidad que implica la relación cuaternaria de la multiplicación. El modelo de la suma repetida de un sumando es importante para producir un modelo inicial de significación a la multiplicación, pero es insuficiente para dar cuenta de la complejidad subyacente a las estructuras multiplicativas. Multiplicar implica operar de manera simultánea con varias variables, y desde la suma de sumando iguales este tipo de operaciones aun quedan escondidas.

Conclusiones

En el tratamiento tradicional que se da a la multiplicación en el contexto escolar, esta es analizada prácticamente a partir de una única interpretación: la suma de sumando iguales. Si bien este interpretación es marca una ruta indispensable en el tránsito del pensamiento aditivo al multiplicativo, si el trabajo se deja solo a este nivel, queda a un nivel muy inicial, y en el fondo no se favorece el desarrollo del pensamiento multiplicativo en los alumnos.

Igualmente, otros ejes temáticos del currículo de matemáticas que están estrechamente vinculados con el desarrollo de los esquemas multiplicativos, se muestran totalmente desligados del aprendizaje mismo de la multiplicación. Es el caso de la proporcionalidad, los porcentajes, las funciones etc.. Estos ejes temáticos son tratados desde una perspectiva puramente algorítmica, y por lo tanto no se logra mostrar los niveles de integración y continuidad conceptual que hay unos a otros.

Una estructura curricular que tome como eje central el desarrollo del pensamiento proporcional se muestra mucho más prometedora en los niveles de desarrollo conceptual de los alumnos, en tanto que permite desarrollar un trabajo constructivo, de niveles de conceptualización crecientes, con multi-

* Profesor Universidad de Antioquia

plicidad de significados para los conceptos multiplicativos, y con altos niveles de integración no solo desde las matemáticas mismas, sino con otras disciplinas de la educación básica.

Bibliografía

LEHS, Richard; POST, Thomas; BEHR, Merlyn. Proportional Reasonig. In Number concepts and operations in the middle grades. James Hierbert and Merlyn Behr (eds.). National Council of Teacher of Mathematics. Virginia (USA): Lawrence Erlbaum associates. 1988. Pgs. 93-117.

VERGNAUD, Gerard. El Niño, las Matemáticas y la Realidad. Editorial Trillas. Mexico. P 275, 1991.

VERGNAUD, Gerard. Le Moniteur de Mathematique: Fichier pedagogique. Editons Nathan.Paris 1993a.

VERGNAUD, Gerard. Multiplicative Structures. In Number concepts and operations in the middle grades. James Hierbert and Merlyn Behr (eds.). National Council of Teacher of Mathematics. Virginia (USA): Lawrence Erlbaum associates. 1988. Pgs. 141-146.

VERGNAUD, Gerard. La teoría de los campos conceptuales. En Lecturas de didáctica de las matemáticas, escuela francesa. Compilación de Ernesto Sánchez y Gonzalo Zubieta. 1993b. Traducido de: La theorie des Champs Conceptuales. Recherches en didactiques des mathematiques. Vol 10. Nros 2 y 3. 1990. Pgs. 133-170.

Estudio de la variación conjunta en la identificación de funciones

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
"UNA EMPRESA DOCENTE"

EDGAR A. GUACANEME S.

En la escuela la identificación de una función polinómica usualmente se logra a través de su representación algebraica, particularmente a través de polinomios de una variable; así, a menudo se asocia un polinomio de grado uno con la función a fín[1], uno de grado dos con la cuadrática, uno de grado tres con la cúbica, etc. El trabajo escolar —particularmente en los cursos de Precálculo— que se hace con estas funciones así definidas, contempla asuntos y procedimientos tales como construir sus gráficas cartesianas, calcular los ceros de la función, examinar el crecimiento relativo de las variables, determinar características de la función tales como su paridad o su carácter biyectivo, etc. En la mayor parte de este trabajo, la idea de correspondencia prima sobre la de variación conjunta. Por ejemplo, para construir la gráfica casi siempre se elabora previamente una tabla de valores por medio del cálculo de las imágenes a partir de valores estándares de las preimágenes, lo cual implica *evaluar el polinomio* para cada valor de las preimágenes. Eventualmente, como en la descripción del carácter monótono de la función, la variación conjunta de las variables relacionadas se convierte en objeto y medio de estudio de la función; sin embargo, casi siempre el estudio de este aspecto se limita a señalar —a partir de la visualización de la gráfica— si la función es o no monótona, o si es creciente —o decreciente— en un intervalo específico.

La reflexión llevada a cabo en "una empresa docente" en torno a las representaciones de las funciones, a la caracterización de las funciones a través de éstas y al margen de las mismas, y a la variación conjunta de las variables, nos ha permitido explorar rasgos característicos de las funciones polinómicas que permiten caracterizarlas por la manera cuantitativa —numérica y no numérica— como varían sus variables.

Examinemos, en primer lugar, el caso de una función afín cualquiera, a través de su gráfica cartesiana sin ejes graduados. A través de segmentos verticales equidistantes dos a dos se puede hacer una partición *constante* del dominio de la variable independiente, cada uno de estos segmentos determina un punto de corte con la curva que como se sabe corresponde a una pareja de la función; a partir de estos puntos se pueden construir hacia la derecha[2] segmentos horizontales que representan las diferencias de dos valores *consecutivos*[3] de la variable independiente, y a partir del extremo derecho de cada segmento, trazar sendos

[1] Desde nuestra perspectiva la denominación correcta para estas funciones es afín y no lineal como se presenta en muchos libros de texto y clases de matemáticas. Consideramos que las funciones lineales deben satisfacer las condiciones de linealidad (homogeneidad y aditividad) y que las funciones descritas por polinomios de grado uno (v.g., $f(x)=ax+b$) sólo cumplen esta condición cuando b es cero.

[2] También podría seleccionarse como norma de construcción el trazo hacia la izquierda, pero en tal caso el dibujo obtenido sería un poco diferente.

[3] Llamamos valores consecutivos a las abcisas de los puntos adyacentes de corte de los segmentos con el eje denotado con la letra x.