La ausencia de una adecuada relación entre el conocimiento disciplinar y el pedagógico en programas de formación de profesores de matemáticas

Cecilia Agudelo-Valderrama[*]

… algunas veces, el conocimiento disciplinar es considerado irrelevante en la formación del conocimiento pedagógico. Cuando esta actitud es asumida… el conocimiento pedagógico es visto como un anexo externo al conocimiento disciplinar (Dewey (1904/1964, p. 160).

RESUMEN

El problema de la separación entre el conocimiento disciplinar (i. e., matemático) y el pedagógico en la formación de licenciados fue subrayado por John Dewey hace más de un siglo; esta separación continúa haciéndose evidente, hoy, en programas de formación de licenciados, tanto en el nivel cognitivo (como lo plantea Dewey) como en el operacional; esto sucede a pesar de los urgentes y continuos llamados al cambio hacia una enseñanza que promueva la comprensión y el significado en el aprendizaje de las matemáticas escolares (e. g., Ministerio de Educación Nacional 'MEN', 1998; NTCM, 1989, 2000), y a pesar de los propósitos centrales que los mismos programas plantean, e. g., Formar Licenciados con pensamiento crítico e innovador, con las competencias para (i) construir el currículo en forma permanente, (ii) para identificar problemáticas en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas escolares y proponer formas de abordar dichas problemáticas. Ofrezco ilustraciones y explicaciones sobre la separación subrayada, en los niveles que he llamado cognitivo y operacional, en los programas de formación de licenciados, así como implicaciones pertinentes.

[*] Universidad del Tolima. Dirección electrónica: agudelo.cecilia@gmail.com

EL *QUÉ* Y EL *CÓMO* DE LA MATEMÁTICAS EN LA FORMACIÓN DE LOS LICENCIADOS

Siguiendo los planteamientos de Dewey en la cita presentada, en la formación matemática de estudiantes de Licenciatura, el *qué* de las matemáticas enfocadas en los diferentes cursos del programa es también el *cómo*. En otras palabras, para estudiantes que están formándose para enseñar matemáticas, lo *que* están aprendiendo es también *como* lo están aprendiendo. Las formas en que les son enseñadas las matemáticas –"el método" en palabras de Dewey— se vuelven parte del *qué* de la formación matemática de los licenciados, como se muestra más adelante. La creencia de que en un aula los estudiantes aprenden contenidos matemáticos y en otra los métodos de enseñanza de dichos contenidos está apoyada en una concepción *objetivista* del conocimiento; el estatus epistemológico del conocimiento que está detrás de estas concepciones ha sido razón de serias críticas a las categorizaciones del conocimiento del profesor, propuestas por Shulman (1986, 1987), en "conocimiento del contenido" y "conocimiento pedagógico del contenido" (ver, por ejemplo, Fenstermacher, 1994; McEwan & Bull, 1991).

En muchos programas de formación de licenciados en matemáticas, en nuestro país, el conocimiento matemático —como componente *fundamental* de formación— es asociado con una lista de contenidos de tipo académico y formalista que promueve *formas específicas de saber* matemáticas. La inclusión de estos cursos y sus contenidos en los programas obedece a establecimientos de la tradición, ya que desde el período clásico este era el requerimiento para los profesores de matemáticas escolares (Liljedahl, 2009). Las muchas evidencias de la investigación en el contexto colombiano (*e. g.*, Agudelo-Valderrama, 2000, 2002, 2004; Agudelo-Valderrama y Vergel, 2009; Díaz, Solarte y Arce, 1997; González y Pedroza, 1999) y en otros contextos internacionales (*e. g.*, Stigler y Hiebert, 1999) señalan que en la enseñanza de las matemáticas escolares persiste un patrón:

1. Presentación, por parte del profesor, de definiciones de términos/conceptos/algoritmos procedimentales matemáticos (*i. e.*, de los formalismos)

2. Explicación de un problema/ejercicio por parte del profesor

3. Mecanización de procedimientos explicados (trabajo que exigen bajo nivel de pensamiento)

4. Asignación de tarea sobre el uso del mismo tipo de procedimiento

No hay objeción a los formalismos, como tales, pues estos constituyen parte importante de las matemáticas, sino a las concepciones de las matemáticas que estos patrones de enseñanza-aprendizaje promueven —resaltando las matemáticas como las formalizaciones solamente— y a los elementos pedagógicos implicados en éstas que influyen poderosamente en las imágenes y actitudes matemáticas de quienes más adelante se convierten en profesores de matemáticas (Agudelo-Valderrama, 2008; Agudelo-Valderrama, Clarke & Bishop, 2007; Bishop, 1988; Ernest, 1989; Jaworski, & Gellert, 2003). Como lo han resaltado numerosos estudios sobre las concepciones de profesores de matemáticas escolares (ver, por ejemplo; Agudelo-Valderrama, 2002, 2004, 2007; Cooney & Wiegel, 2003; Jaworski & Gellert, 2003), la experiencia de atender a clases de matemáticas donde se muestra un enfoque formalista de las matemáticas lleva a los estudiantes a tomar ese modelo de enseñanza como un modelo ejemplar, *i. e.,* un modelo a seguir en sus futuras prácticas como docentes. Estos son los modelos que se promueven en las matemáticas universitarias (Freudenthal, 1973). Sin embargo, los propósitos declarados de muchos programas de formación de licenciados hacen énfasis en el desarrollo de competencias, capacidades y valores en los futuros licenciados, que los empoderen para "formar ciudadanos críticos y productivos" —como se enfatiza en Ley General de la Educación— con pensamiento crítico y creativo, y con una comprensión profunda de las matemáticas. Los programas también subrayan el propósito de 'formar profesores para que puedan identificar problemáticas en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas escolares, y proponer formas innovadoras para abordarlas' —propósitos de formación que hacen eco a las recomendaciones de la comunidad nacional e internacional de educadores matemáticos y que son consistentes con los "Lineamientos curriculares de matemáticas" (MEN, 1998).

La enseñanza de las matemáticas escolares requiere del diseño y la organización de ambientes de aprendizaje que promuevan el establecimiento de significado y el desarrollo de comprensión conceptual, por parte de los alumnos. Para el alcance de estos propósitos, en la educación matemática escolar, es necesario que el profesor centre la atención en los procesos de pensamiento de los alumnos, a medida que se desarrolla la actividad matemática propuesta para tomar decisiones sobre la enseñanza; es decir, se requiere que el profesor ponga en juego sus capacidades como constructor permanente del currículo –lo que es posible si el profesor cuenta con un conocimiento profundo y "especializado de las matemáticas para su enseñanza" (Ball, Lubienski & Mewborn, 2001; Ball, Thames & Phelps, 2008; Ponte & Chapman, 2003).

¿En qué medida y de qué maneras las experiencias de aprendiz*aje de las matemáticas universitarias, de los futuros profesores, contribuyen al desarrollo de las capacidades que la enseñanza de las matemáticas escolares requiere de ellos?*

Ésta es una pregunta crucial que, en forma inaplazable, necesitamos enfocar como educadores matemáticos, formadores de profesores.

SEPARACIÓN EN EL NIVEL COGNITIVO: SE CONCIBE EL CONOCIMIENTO PEDAGÓGICO COMO ALGO EXTERNO AL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO

La descripción del panorama anterior evidencia una tensión considerable entre la naturaleza de los cursos de matemáticas de los estudiantes de Licenciatura y la naturaleza de las experiencias de enseñanza-aprendizaje que los practicantes y futuros profesores necesitan poner en acción en el contexto escolar –centro de su práctica profesional. Esta tensión, en términos de las concepciones de la naturaleza del conocimiento y consecuentemente de los elementos pedagógicos implicados, desvelada por Dewey hace más de un siglo, actualmente está siendo re-enfocada por la comunidad internacional de educadores matemáticos (ver, por ejemplo, The 15th ICMI Study1, 2005). La tensión —que en esta ponencia es señalada como "la ausencia de una adecuada relación"— entre las formas de saber matemáticas y los principios pedagógicos que guían la enseñanza de las matemáticas escolares también es identificada por los mismos egresados de los programas de Licenciatura, tanto principiantes como no principiantes en nuestro país. A continuación se presentan unos apartes de las declaraciones de un profesor de matemáticas, que en el año 2002 —cuando participó en un estudio centrado en las concepciones de profesores sobre sus propias prácticas de enseñanza del álgebra escolar, realizado en Bogotá (ver Agudelo-Valderrama, 2004) — se encontraba en su tercer año de trabajo como profesor de matemáticas en secundaria:

> . . . . Uno sale del bachillerato creyendo que las matemáticas son todo eso que uno hacía mecánicamente . . . en la universidad se ven otras matemáticas, pero eso no cambia. Cuando uno sale de la universidad, y empieza a enseñar, uno no tiene la menor idea sobre cómo enfrentar situaciones de enseñanza . . . . Cuando empecé [como profesor] en este colegio traté de hacer lo mismo que hacía cuando yo estudiaba en el colegio… Me preguntaba, ¿Cómo era que se hacía esto? 'Ah, con tal fórmula o multiplicando'. ¡Mecánico! Uno se da cuenta que eso no está funcionando al enseñar, pero uno no sabe otra forma de hacerlo… (Alex, Entrevista 2, mayo, 2002).

1 The 15th ICMI Study: The Education and Professional Development of Teachers of Mathematics, Brazil, 2005.

Ahora es claro que para mejorar mi práctica de enseñanza necesito analizar y clarificar por qué lo que estoy enseñando es importante para la formación de los alumnos. Pero muchas veces uno no sabe; por ejemplo, el año pasado . . . enseñando el teorema de Pitágoras, un estudiante me preguntó:' ¿por qué tengo que aprender esto, es que esto me va a salvar la vida o qué?'. ¡Y yo no supe qué contestar! Hay muchos profesores que no saben, por ejemplo, ¡por qué hay que enseñar álgebra!... (Alex, Entrevista 3, Sep., 2002).

Como Alex, muchos otros profesores (principiantes, y no principiantes) declaran no encontrarse preparados para enfrentar las actuales demandas de la enseñanza de las matemáticas escolares. Las evidencias recolectadas en mi trabajo, durante el período 2006-2010, con diferentes cohortes de profesores de matemáticas que realizaban programas de posgrado, mostraban que su forma de saber álgebra escolar (*i. e.*, matemáticas) era netamente instrumental (Skemp, 1976), compartimentada y formalista, centrada en el uso de fórmulas y la obtención de respuestas correctas; la gran mayoría reportaba prácticas de aula guiadas por los textos guía disponibles, y basadas en la *transmisión* y *repetición mecánica* de algoritmos procedimentales *dados*. En los diarios de reflexión que elaboraron, a medida que se desarrollaba el trabajo del programa, los profesores empezaron a identificar la razón de ser del álgebra y a subrayar la desconexión existente entre sus formas de saber matemáticas y los principios pedagógicos que puede sugerir la teoría (e. g., el constructivismo social, aprendizaje significativo, currículo por procesos) que habían estudiado en sus cursos de la Licenciatura.

La evidencias sobre las inadecuaciones del conocimiento matemático de los profesores escolares —cuando el propósito del trabajo de aula es, por ejemplo, apoyar el establecimiento de conexiones entre conceptos— es abundante y robusta (*e. g.*, Agudelo-Valderrama, 2002, 2004; 2005: Perry, Guacaneme, Andrade & Fernández, 2003; Agudelo-Valderrama & Vergel, 2009).

SEPARACIÓN EN EL NIVEL OPERACIONAL: ¿CONSECUENCIA DE LA SEPARACIÓN EN EL NIVEL COGNITIVO?

Es cierto que el conocimiento pedagógico para la enseñanza de las matemáticas abarca una variedad de componentes — *e. g.*, conocimiento curricular, identificación de las inadecuaciones de las secuencias de trabajo matemático sugerido en textos guía, comprensión de procesos que los estudiantes pueden seguir en su aprendizaje, conocimiento de principios y fines de la educación— para nombrar solo algunos; pero todos estos conocimientos que se desarrollan en continua reflexión sobre la práctica real del aula, adquieren relevancia y sentido en la medida en que se puedan conectar con la *forma de saber* el contenido matemático, en la medida en que el grado de comprensión conceptual matemática lo permita. Esta ponencia está centrada en el componente pedagógico implicado en el conocimiento de las matemáticas que un profesor pueda tener (*i. e.*, su forma de saber matemáticas).

El conocimiento matemático de los profesores juega un papel *crucial* en los enfoques de enseñanza que privilegian. No es fácil poner en acción un trabajo de aula que apoye, por ejemplo, el establecimiento de conexiones entre conceptos a través de actividades diseñadas con este propósito en mente —y que, además, sean de acceso fácil para la variedad de capacidades de desempeño que se observa en un aula de clase– cuando el profesor concibe las matemáticas escolares como una lista de ítemes de contenido que deben ser organizados y enfocados en forma compartimentada y jerárquica. Dificultades como éstas evidencian la ausencia de una adecuada relación entre las formas de saber matemáticas de los profesores y el conocimiento categorizado como *pedagógico* en los programas de Licenciatura; este conocimiento pedagógico que no es integrado al conocimiento de las matemáticas para su enseñanza se convierte en un "anexo externo al conocimiento disciplinar" (Dewey, 1904). Ésta era la tensión, y la dificultad, resaltada por los profesores, estudiantes de posgrado, citados en la sección anterior.

La separación entre el conocimiento matemático y el pedagógico está presente en la conceptualización del currículo "como intención" (el currículo planeado) para la formación de licenciados, que se refleja y se refuerza, luego, en la estructura organizacional que lo pone en acción (el currículo *real*). El currículo hace separaciones entre áreas de conocimiento que viven en diferentes facultades, departamentos y/o escuelas de la institucional universitaria –lo que muchas veces no favorece la interacción intencional de sus cuerpos colegiados ni, mucho menos, el trabajo en equipo: pedagogía, didáctica, humanidades, matemáticas, etc. El problema de la separación entre conocimiento matemático y pedagógico en programas de formación de profesores de matemáticas, en universidades de Brasil, ha sido descrito por Firer (2005), quien resalta "La estructura 3 +1… 3 años de estudios en matemáticas seguidos de 1 año de disciplinas con énfasis pedagógico" (p. 1), y sostiene que esta estructura alimenta y, al mismo tiempo, es fruto de "una profunda incomprensión y disociación entre los profesionales de las áreas de matemáticas y de educación".

La incomprensión no emerge solamente de prejuicios, que son mutuos, entre comunidades de matemáticos y comunidades de pedagogos; también emerge de la dificultad de promover el encuentro y el diálogo entre dos enfoques [y preocupaciones] diferentes... (p. 2). Los matemáticos están preocupados con el *qué* enseñar y los pedagogos únicamente con el *cómo* enseñar [mi énfasis en cursiva] (p. 3)

Como ya enfaticé, lo *que* enseñamos en el aula de matemáticas, y *cómo* lo enseñamos hacen parte del mismo foco de aprendizaje para los estudiantes de Licenciatura, y si la preocupación de los pedagogos está en *cómo* enseñar, este "cómo" debe estar anclado en un contenido (en este caso) matemático; de otra manera, el conocimiento pedagógico se queda en el nivel de conocimiento *declarativo* (*i. e.*, pura teoría) que no entra a ilustrar lo que se plantea, ni a crear oportunidades para el establecimiento de significado o el desarrollo de creatividad por parte de los estudiantes, es decir, se queda como un "anexo externo" al conocimiento matemático.

La separación entre el conocimiento matemático y el pedagógico, además de crear incoherencias en los procesos de aprendizaje de los estudiantes de Licenciatura, divide el conocimiento en porciones. ¿Existe la esperanza de que los futuros profesores a través de su práctica profesional desarrollen las clarificaciones y hagan las integraciones necesarias? La investigación ha demostrado en forma contundente que esto no tiene lugar, y que lo que prevalece en las aulas de clase de matemáticas escolares es la enseñanza de una lista de formalismos (*i. e.*, algoritmos y técnicas procedimentales dadas), esto es, prevalece un currículo que Bishop (2005) denomina "el currículo de la técnicas". La persistencia de esta situación en la formación inicial de profesores de matemáticas es preocupante ya que nos conecta directamente con el panorama del desempeño de estudiantes del nivel escolar en matemáticas; en este panorama sobresalen los muy bajos índices de comprensión conceptual y de motivación por el aprendizaje de las matemáticas escolares, de gran parte de los estudiantes colombianos (ver, por ejemplo, los resultados de SABER, 2009; TIMSS, 2007; PISA, 2006).

DISCUSIÓN E IMPLICACIONES PARA LOS PROGRAMAS DE FORMACIÓN DE LICENCIADOS EN MATEMÁTICAS

Muchos estudios que han enfocado las concepciones de estudiantes de Licenciatura, antes y durante el desarrollo del programa, han mostrado que las concepciones instrumentalistas y formalistas que los estudiantes traían al programa tienden a resistir el cambio (ver, por ejemplo, Lampert & Ball, 1998; Jaworski & Gellert, 2003). Visualicemos ahora la situación en el contexto de un programa de Licenciatura en el que los cursos de matemáticas refuerzan las concepciones que traen los estudiantes al programa, como lo declaró Alex.

De acuerdo con Freudenthal (1973), para el matemático, el propósito de la educación matemática es formar matemáticos; el matemático busca identificar los estudiantes con mayor capacidad para las matemáticas, y ya se subrayó la predominancia de enfoques formalistas en estas matemáticas. La orientación que necesitan quienes se están formando para ser profesores de matemáticas es diferente, pues los profesores necesitan desarrollar conocimiento matemático de una *forma tal* que apoye su función de atender a todos los alumnos de un grupo escolar con sus diferentes necesidades de aprendizaje y capacidades de desempeño para, así, apoyar su progreso. Uniéndome a Davis, Simmt y Sumara (2005), quiero hacer hincapié en que los cursos de matemáticas para profesores deben enfocar tanto "las matemáticas establecidas", esto es, las formalizaciones, como los procesos o maneras en que esas formalizaciones se establecen.

El reconocimiento de la naturaleza del "conocimiento de las matemáticas para su enseñanza" que los profesores necesitan, como un conocimiento *especializado* —"profundo" (Ma, 1999), "que evidencia conexiones entre conceptos matemáticos centrales, y con situaciones del mundo real" (Agudelo-Valderrama, 1996, 2004), "descomprimido, y con una comprensión que es única" (Ball, Bass, Sleep & Thames, 2005)— plantea implicaciones muy serias, y de urgente atención, para los currículos de los programas de formación de profesores, y para todos los profesionales involucrados en la formación de profesores que, obviamente, incluye a quienes son responsables de los cursos de matemáticas. Necesitamos enfocar y analizar cuidadosamente los inconvenientes, aquí señalados, de muchos programas de formación de licenciados en matemáticas.

Tomando en consideración la naturaleza del "conocimiento de las matemáticas para su enseñanza", Cooney & Wiegel (2003) proponen tres principios a tener en cuenta en la formación matemática de los profesores, que resaltan la clase de experiencias matemáticas que pueden apoyar un enfoque de enseñanza abierto y centrado en los procesos matemáticos:

En los programas de formación, los futuros profesores deben:

1) Participar en experiencias de aprendizaje de las matemáticas de una manera pluralista;
2) estudiar las matemáticas escolares y reflexionar, de manera explícita, sobre éstas;

3) experimentar un aprendizaje de las matemáticas de tal forma que apoye el desarrollo de un enfoque de enseñanza centrado en el proceso" (p. 806).

Para los programas de formación de licenciados, estos principios plantean la necesidad de diseñar, y poner en acción, currículos que creen amplios espacios de aprendizaje orientados hacia el desarrollo, en los futuros profesores, de capacidades y competencias como las que han sido invocadas en los mismos proyectos educativos de los programas, mencionadas en la primera sección de este escrito. Esto significa que el espacio y las estrategias de enseñanza orientadas a enfocar el conocimiento de las matemáticas escolares, y la forma de saber estas matemáticas, de los futuros profesores, deben constituirse en una preocupación de primer orden en la formación de profesores. En este punto vienen a la mente programas de trabajo que, en contextos de formación inicial y continuada de profesores, han sido desarrollados e investigados por equipos de educadores matemáticos en diferentes partes del mundo. Varios estudios reportan el trabajo en equipo y la co-enseñanza, involucrando "educadores matemáticos" y "matemáticos" (*e. g.*, Ball, et al., 2005; Simon & Blume, 1994).

El propósito general de estos programas ha sido involucrar activamente a los estudiantes en procesos de re-aprendizaje de las matemáticas escolares, integrando el desarrollo de comprensión conceptual matemática y pedagógica a través de la resolución de problemas. Los ambientes de aprendizaje se crean de tal manera que ofrezcan oportunidades para que los estudiantes se involucren activamente en procesos de exploración e indagación matemática auténticos, apoyándose el desarrollo de procesos de pensamiento matemático que incluyen, por ejemplo, la conjetura, la verificación, la comunicación efectiva y la validación de resultados de los estudiantes (*e. g.*, Amato, 2004; Walter y Gerson, 2007); varios autores reportan que, con el ánimo de re-estructurar los programas de formación inicial de profesores, se han incluido en estos, e investigado, secuencias de cursos con estos enfoques y propósitos (*e. g.*, Beckmann, Wells, Gabrosek, et al.; McGowen, 2001).

Otros ambientes de aprendizaje han apoyado el desarrollo de comprensión conceptual involucrando activamente a los estudiantes, específicamente, en la exploración de situaciones-problema que requieren la identificación y expresión de regularidades, el reconocimiento y representación (en diferentes formas) de relaciones matemáticas presentes en la situación, y la comunicación verbal y escrita de los procesos de pensamiento que acompañan el trabajo desarrollado. El desarrollo de la capacidad de enfocar y comunicar los procesos de pensamiento que tienen lugar en el trayecto de un trabajo de indagación matemática –que también incluyen las dificultades– es *crucial* en la formación matemática de los profesores ya que de esta manera se hacen evidentes, y se resaltan, elementos importantes de la actividad matemática que luego se convierten, para los profesores en formación, en aspectos integrales del diseño de la actividad para el aula y, consecuentemente, de la evaluación del trabajo de los estudiantes –aspectos como: el planteamiento de preguntas, el uso de estrategias, el razonamiento matemático, la reflexión y la comunicación.

Las evidencias de mi trabajo en programas de formación (inicial y continuada) de profesores de matemáticas señalan que cuando los profesores se involucran activamente en el desarrollo de procesos de indagación matemática –a partir de una situación-problema que ha sido diseñada intencionalmente, ya que es informada por el conocimiento de las concepciones de los profesores (estudiantes)– ellos/ellas logran establecer significado para los conceptos matemáticos enfocados, a través de la identificación de una razón de ser de las ideas matemáticas implicadas y del establecimiento de conexiones de éstas con otros conceptos matemáticos que antes consideraban separados, lo cual es muestra de una mayor comprensión conceptual; como consecuencia, empiezan a hacer un escrutinio de sus formas iniciales de saber matemáticas y de los enfoques de enseñanza asociados a éstas, evidenciándose el desarrollo de las capacidades de reflexión y comunicación.

Ver y entender las matemáticas como una malla de conceptos interrelacionados, en cambio de una lista de temas por compartimentos lleva en sí un componente pedagógico *potente* que se convierte en un marco referencial para la toma de decisiones en la enseñanza. Ya que este componente pedagógico específico es complementado con otras dimensiones del conocimiento pedagógico que entran en juego en la *práctica real* de la enseñanza de las matemáticas, como se recalcó en la Sección 3, el proceso de aprendizaje de las matemáticas para su enseñanza debe tener *gran anclaje* en los contextos *reales* de la práctica pedagógica de los futuros licenciados; de aquí surge la necesidad de integrar las experiencias de la práctica docente de los estudiantes con otros componentes específicos del programa de formación, como las didácticas –para nombrar solo uno– de tal manera que se privilegie el aprendizaje del futuro profesor "en la acción" y se apoye el desarrollo de la capacidad de "reflexionar sobre la acción" (Schön, 1983).

Este reconocimiento llama a la búsqueda del diálogo entre los diferentes actores involucrados en la formación de profesores para organizar un trabajo *en equipo*. Más aun, se requiere de la creación de *alianzas estrechas* entre las facultades de educación y las instituciones educativas donde los estudiantes realizan las prácticas pedagógicas, que impulsen la conformación de *comunidades de aprendizaje* (Krainer, 2003), integrando a los docentes universitarios con los profesores asesores de práctica, de los colegios, y con los estudiantes de Licenciatura. De esta manera se pueden crear y mantener oportunidades de enseñanza-aprendizaje en donde el conocimiento matemático y el pedagógico se enfocan *unificadamente* en procesos de aprendizaje "situado" o "contextualizado" (Putnam y Borko, 2000). Finalmente, considero necesario que *la efectividad* de estas estrategias de trabajo se convierta en un foco de investigación.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Agudelo-Valderrama, C. (2008). The power of Colombian mathematics teachers' conceptions of social/institutional factors of teaching. *Educational Studies in Mathematics*, *68*(2), 37-54.

Agudelo-Valderrama, C. (2007). La creciente brecha entre las disposiciones educativas colombianas, las proclamaciones oficiales y las realidades del aula de clase: Las concepciones de profesores y profesoras de matemáticas sobre el álgebra escolar y el propósito de su enseñanza, *Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación, 5*(1), 43-62.

Agudelo-Valderrama, C. (2005). Explicaciones de ciertas actitudes hacia el cambio: las concepciones de profesores y profesoras de matemáticas colombianos(as) sobre los factores determinantes de su práctica de enseñanza del álgebra escolar, *Revista EMA*, *10*(2)- *10*(3), 375-412.

Agudelo-Valderrama, C. (2004). *Explanations of Attitudes to Change: Colombian Mathematics Teachers' Conceptions of their Own Teaching Practices of Beginning Algebra*. Ph.D. thesis, Monash University, Melbourne, Australia. (Ver http://arrow.monash.edu.au)

Agudelo-Valderrama, C. (2002). Promoción del pensamiento algebraico en la escuela primaria: una propuesta que cobra sentido de acuerdo con nuestras concepciones sobre el conocimiento matemático. *Aula Urbana*. N.° 37.

Agudelo-Valderrama, C. (2000). *Una innovación curricular que enfoca el proceso de transición entre el trabajo aritmético y el algebraico.* Tunja: Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia.

Agudelo-Valderrama, C. (1996). Improving mathematics education in Colombian schools: "Mathematics for all'. *International Journal of Educational Development, 16*(1), 15-26.

Agudelo-Valderrama, C., Clarke, B. & Bishop, A. (2007). Explanations of attitudes to change: Colombian mathematics teachers´ conceptions of the crucial determinants of their teaching practices of beginning algebra. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10(2), 69-93.

Agudelo-Valderrama, C., & Vergel, R. (2009). Informe final del Proyecto PROMICE. *Promoción de un enfoque interdisciplinario y de resolución de problemas en el inicio del trabajo algebraico escolar: integrando contextos de ciencias y el uso de tecnología digital*. Bogotá: Centro de documentación, Instituto para la Investigación Educativa y el Desarrollo Pedagógico, IDEP, Secretaría de Educación Distrital.

Amato, S. (2004). Improving student teachers' attitudes to mathematics. In M. J. HØines & A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th PME International Conference*, *2*, 25–32.

Ball, D. Lubienski, S. & Mewborn, D. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. En V. Richardson (Ed.), *Handbook of Research on Teaching* (pp. 433-456). N. Y.: McMillan.

Ball, D., Thames, M., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389-407.

Ball, D., Bass, H., Sleep. L., & Thames, M. (2005). A theory of mathematical knowledge for teaching. Paper presented at the 15th ICMI Study: *The Education and Professional Development of Teachers of Mathematics*. Águas de Lindóia. Brazil.

Beckmann, C. E., Wells, P. J., Gabrosek, J., Billings, E. H., Aboufadel, E. F., Curtiss, P., Dickinson, W., Austin, D., & Champion, A. (2004). Enhancing the mathematical understanding of prospective teachers: Using standards-based, grades K-12 activities. In R. R. Rubenstein & G. W. Bright (Eds.), *Perspectives on the teaching of mathematics* (pp. 151–163). Reston, VA: NCTM.

Bishop, A. J. (2005). *Aproximación sociocultural a la educación matemática.* Cali: Universidad del Valle.

Bishop, A. J. (1988). *Mathematical enculturation*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Cooney, T. J. & Wiegel, H. G. (2003). Examining the mathematics in mathematics teacher education. En A.J. Bishop, M.A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick y F.K.S. Leung (Eds.), *Second International Handbook of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 795-828). Dordrecht, the Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Davis, B., Simmt, E., & Sumara D. (2005). Mathematics-for-teaching: an ongoing investigation of the mathematics teacher (need to) know). Paper presented at the 15th ICMI Study: *The Education and Professional Development of Teachers of Mathematics*. Águas de Lindóia. Brazil.

Dewey, J. (1964). John Dewey on Education (R. Archambault, Ed.). Chicago: University of Chicago Press. (Original publicado en 1904).

Díaz, C., Solarte, E., & Arce, J. (1997). Colombia. En D. F. Robitaille (Ed.), *National contexts for mathematics and science education. An encyclopaedia of the educa-*

tion systems participating in TIMSS (pp. 82-90). Vancouver: Pacific Educational Press.

Ernest, P. (1989). The knowledge, Beliefs and Attitudes of the Mathematics Teacher: A model. *Journal of Education for Teaching, 15*(1), 13-33.

Fenstermacher, G. D. (1994). The knower and the known: The nature of knowledge in research on teaching. *Review of Research in Education, 20*, 3–56.

Firer, M. (2005). Writing ddactical activities as a formative element for mathematics teachers. Paper presented at the 15th ICMI Study: *The Education and Professional Development of Teachers of Mathematics*. Águas de Lindóia. Brazil.

Freudenthal H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht, the Netherlands: D. reidel Publishing Company.

González, M., & Pedroza, G. (1999). Reflexiones sobre aspectos claves del algebra escolar. Revista *EMA - Investigación e innovación en educación matemática, 5*(1), 87-91.

Jaworski, B., & Gellert, U. (2003). Educating new mathematics teachers: Integrating theory and practice, and the roles of practising teachers. En A.J. Bishop, M.A. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick & F.K.S. Leung (Eds.), *Second International Handbook of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 829–875). Dordrecht, the Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Krainer, K. (2003). Teams, Communities and Networks. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *6,* 93-105.

Lampert & Ball, (1998). *Teaching, multimedia, and mathematics*. New York: Teachers College Press.

Liljedahl, P. (2005). Components of mathematics teacher training. En R. Even & D. Ball (Eds). The professional education and development of teachers of mathematics, (pp. 25-33). The Netherlands: Springer.

Ma, L. (1999). Knowing and teaching elementary mathematics: teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States. Lawrence Erlbaum Associates.

McEwan, H. and Bull, B.: 1991, 'The pedagogic nature of subject matter knowledge', *American Educational Research Journal,* 28(2), 316-334.

McGowen, M. (2001). Improving the undergraduate experience of future Teachers: Challenges and Issues. *MAA CRAFTY Report of the Conference on the Mathematics Preparation of Preservice Teachers.*

Ministerio de Educación Nacional (1998). Lineamientos Curriculares de Matemáticas. Bogotá: Magisterio.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston VA.

National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston VA.

Perry, P., Guacaneme, E.; Andrade, L., & Fernández, F. (2003). Transformar la enseñanza de la proporcionalidad en la escuela: un hueso duro de roer. Bogotá: Una empresa docente, Universidad de los Andes.

Ponte, J. P., & Chapman, O. (2008). Preservice mathematics teachers' knowledge and development. In L. D. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (2nd ed., pp. 223-261). New York: Routledge.

Putnam, R. & Borko, H. (2000). What Do New Views of Knowledge and Thinking Have to Say about Research on Teacher Learning? *Educational Researcher*, 29(1), 4-15.

Schön, D. (1983). *The reflective practitioner*. USA: Basic Books.

Shulman, L.: 1986, 'Those who understand: Knowledge growth in teaching', *Educational Researcher,* 15(2), 4-14.

Shulman, L.: 1987, 'Knowledge and teaching: Foundations of the new reform', *Harvard Educational Review,* 57(1), 1-22.

Skemp, R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Arithmetic teacher*, November, pp. 9-15.

Stigler, J. & Hiebert, J. (1999). *The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York: the Free Press.

Walter, J. & Gerson, H. (2007). Teachers' personal agency: making sense of slope through additive structures. *Educational Studies in Mathematics*, 65*(2)*, 203-233.