

Esquemas de demostración utilizados por estudiantes para profesores de matemáticas en el momento de trabajar el álgebra geométrica

*Diana Paola Fernández Herrán**

*Diana Pahola Suárez Mendoza***

*Lina Estefanía Rozo****

RESUMEN

En este artículo se exponen los resultados de un estudio de caso dirigido a los tipos de demostración que realizan los EPPM¹ específicamente que se encuentren o hallan cursando la materia de Problemas IV, de la LEBEM al momento de trabajar el álgebra geométrica. Para ello se tuvo en cuenta la propuesta de Harel & Sowder (1998) en Vigo (2006), sobre los esquemas de demostración, creando

así unas categorías de análisis que permiten ver el desarrollo de dichos esquemas a través de la aplicación de una prueba, donde se trabajan de manera conjunta estas dos áreas del conocimiento matemático. Finalmente se encontró que la demostración está influenciada por diversos factores que no siempre se relacionan directamente con elementos asociados al saber.

* Universidad Distrital. Dirección electrónica: dianapaofh@hotmail.com

** Universidad Distrital. Dirección electrónica: dipasume@gmail.com

*** Universidad Distrital. Dirección electrónica: Castañeda linis_3602@hotmail.com

¹ Estudiantes para profesor de matemáticas.

INTRODUCCIÓN

El problema surgió a partir de la experiencia como estudiantes para profesores de matemáticas específicamente recordando el desarrollo una de las clases: Problemas del Álgebra y la Geometría (2011-3) del proyecto curricular LEBEM, en la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, donde las integrantes del grupo empiezan a evidenciar que hay una relación bidireccional entre el álgebra y la geometría, que no habían observado en el transcurso de su etapa de formación académica.

Por otro lado se tiene en cuenta que (Alfaro, 2003) *“El aprendizaje de la geometría constituye una de las mayores dificultades para los estudiantes en todos los niveles”*, y al estar relacionada con el álgebra, el trabajo puede ser más arduo; es por ello que teniendo en cuenta dicha dificultad es importante que

Para posibilitar cualquier aprendizaje significativo de un tópico de la geometría es necesario conciliar el conocimiento de referencia, que el aprendiz se ha formado por medio de la experiencia, con la representación formal dentro del contexto matemático (Samper y otros, 2004).

Por ello, las investigadoras se han querido centrar en el estudio de dicha área y específicamente en el realizado por EPPM, para lo cual se han planteado la siguiente pregunta orientadora:

¿Qué tipos de demostración realizan estudiantes para profesores de matemáticas en el momento de trabajar el álgebra geométrica?

MARCO TEÓRICO

Para este trabajo de investigación, es pertinente plantear una definición de demostración teniendo en cuenta a de Villiers (1993) en Samper y otros (2004) como *“(...) medio de descubrimiento, de comunicación, de explicación y de sistematización”*, teniendo en cuenta que a lo largo de la historia del desarrollo de las matemáticas se han encontrado pruebas de que la demostración ha cumplido otras funciones, lo que puede sustentar *“el potencial didáctico de la actividad demostrativa en el contexto escolar”* (Samper y otros, 2004).

Ahora, para la presente investigación se ha tenido en cuenta la propuesta de Harel & Sowder (1998) en Vigo (2006), quienes proponen unos tipos o específicamente unos esquemas de demostración, donde distinguen tres categorías según el nivel de profundidad en el desarrollo sociocognitivo; dichos esquemas son clasificados como: externos, empíricos y analíticos.

Es importante tener en cuenta que en el momento de realizar cualquier proceso de demostración geométrica se ven implícitas algunas habilidades; en este apartado se tendrán en cuenta las propuestas por García & López (2008) cuando se ve la necesidad de argumentar lo que se está desarrollando; para ello es pertinente nombrar lo que estos autores clasifican como tareas, ya que la demostración junto con la investigación y la conceptualización son indispensables para la resolución de problemas, puesto que de esta forma se puede argumentar lo que se está realizando.

Por ende, según lo expuesto por García & López (2008), a través de estas tareas se presenta una serie de habilidades en geometría, las cuales son indispensables para desarrollar cualquier actividad en esta área del conocimiento.

- Visuales
- De comunicación
- De dibujo
- Lógicas o de razonamiento
- De aplicación o transferencia.

Ahora, debido a que la investigación se encamina a observar los tipos de demostraciones que realizan los EPPM en cuanto al trabajo con el álgebra geométrica, es importante realizar una mirada a este último tema, ya que según Laguna (2011), el álgebra geométrica, GA, es un lenguaje de alto nivel usado para representar y operar convenientemente la geometría de los problemas de matemáticas.

Es por ello que para Meserve (s. f.) en Viviente (1987), la geometría posee unos valores, de los cuales él destaca:

- La geometría proporciona uno o más puntos de vista, o modos de ver, aproximadamente en todas las áreas de la matemática.
- Las interpretaciones geométricas continúan proporcionando visiones directoras del entendimiento intuitivo y avances en la mayoría de las áreas de la matemática.
- Las técnicas geométricas proporcionan eficaces útiles para resolver problemas en casi todas las áreas de la matemática y las ciencias (Meserve, s. f., en Viviente, 1987).

METODOLOGÍA

La metodología que se usará en esta investigación es el estudio de caso, basado en Yin (1984) en Martínez A & Musito G (1995), ya que este permite el estudio de objetos en particular; donde el análisis de los resultados es específico. Esta metodología se estructura en cinco (5) partes:

- Diseño del caso de estudio.
- Preparación para la recolección de datos.
- Recolección de datos.
- Análisis de datos.
- Reporte final del estudio de caso.

Instrumento de recolección de información (Prueba)

La prueba consta de 2 ítems que no hay la necesidad de resolverlos jerárquicamente; en el primero se busca principalmente que el estudiante, a partir de la situación algebraica dada, pueda llegar a lo geométrico, por medio de argumentos que le permitan realizar esta acción, validando y demostrando sus resultados. Para el segundo se tiene como propósito que el estudiante a partir de una estructura geométrica pueda identificar la(s) expresión(es) algebraica(s) que demuestre qué es lo que se quiere probar con dicha estructura geométrica.

Para ello se tendrán en cuenta los diferentes tipos de demostración que puede inferir el estudiante a partir de dicha prueba, teniendo como base principal lo propuesto por Harel y Sowder (1998) en Vigo (2006).

Categorías de análisis

Tipos de demostración Harel y Sowder (1998) e Vigo (2006).	Categorías de análisis		
Esquemas de demostración externos.	1. El estudiante fundamenta sus resultados por la percepción que obtiene de la representación gráfica.	2. Hace una demostración basada en símbolos sin hacer referencia a las relaciones claras de ello.	
Esquemas de demostración empíricos.	1. El estudiante se basa en ejemplos para justificar sus resultados	2. Da por hecho que la afirmación es verdadera sin lograr una demostración formal, solo emplea aspectos intuitivos.	3. La argumentación dada esta ligada al contenido de lo que se presenta.
Esquemas de demostración analíticos.	1. No se basa solo en la verificación del enunciado, sino trata de convencerse a si mismo dando la explicación necesaria para ello.	2. Justifica centrándose en aspectos generales, estableciendo una conjetura general.	3. El estudiante alcanza un nivel de deducción donde tiene un estatuto teórico preciso, teorema, axioma, definición.

ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Después de aplicar el instrumento a tres estudiantes, de los cuales dos ya han cursado la materia de Problemas IV de la LEBEM y uno se encuentra cursando la asignatura, se pudo evidenciar que para hallar la solución al problema, los estudiantes primero realizan la verificación de lo algebraico, para pasar a realizar una demostración geométrica, que finalmente termina igualando a una nueva argumentación algebraica. Esto se puede asociar a lo expuesto por Van Hiele (1957), quien en sus niveles de pensamiento establece el criterio de que *"Los conocimientos de un nivel se suponen conocidos en el nivel siguiente. Allí se explican relaciones que antes estaban implícitas y se profundizaban los conocimientos adquiridos previamente"*. Cabe resaltar que los estudiantes dan por hecho que todo en el problema es verdadero. Harel & Sowder (1998) lo llaman esquemas de demostración externos autoritarios, ya que es aquí cuando *"el estudiante se convence de un resultado solo porque lo dijo el profesor, un libro o incluso un compañero de clase que él considera con más conocimiento"*. En este caso los estudiantes no se dejan convencer por lo dicho por un profesor o por un libro, sino por lo dicho en el problema algebraico, ya que al pensar que solo debía demostrar lo algebraico de forma geométrica, con eso le bastaba para argumentar el problema. También se puede decir que para ellos lo más importante fue converse a ellos mismo para dar argumentos sustentables y sostenibles; además, tratan de convencer a los demás de la veracidad de su postura, de lo que se infiere que los procesos realizados por EPMM deben ser claros, tanto para ellos como para los demás; es importante destacar que el estudiante llegó a una respuesta lógica por medio de manipulaciones del álgebra y la geometría. Por último, en los procesos que realizaron los estudiantes para dar solución a los problemas se vieron inmersos la habilidad visual, la comunicación, y el razonamiento, propuestos por García & López (2008). *"Habilidad visual, la habilidad de comunicación, habilidades de razonamiento y la habilidad de dibujo"*.

CONCLUSIÓN

Después de la aplicación, recolección y análisis arrojados, a partir de la aplicación de la prueba, se puede inferir que los tipos de demostración que realizan los EPMM al trabajar con álgebra geométrica están principalmente centrados en los esquemas de demostración empíricos y analíticos propuestos por Harel y Sowder (1998), ya que en cuanto a los esquemas demostrativos empíricos, los estudiantes siempre realizan una deducción a partir de lo que observan de las situaciones problema planteadas, y dan por hecho dichas deducciones

sin antes realizar una demostración formal que valide sus suposiciones; ya cuando dudan de sus inferencias por alguna pequeña indecisión que surja al responder la pregunta de forma escrita, es cuando surge la necesidad de realizar una demostración analítica, pues es aquí donde realmente se detienen a ejecutar una demostración donde, no solo se encuentre inmerso el trabajo algebraico sino, además, el geométrico (y viceversa, depende el caso); es aquí cuando este se centra más en convencerse a sí mismo dando argumentos válidos que le permitan justificar que está proponiendo como respuesta algo verdadero.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alfaro, A. (2003). Rendimiento por temas en las pruebas nacionales de matemáticas en Tercer Ciclo y Bachillerato. Revista *UNICIENCIA*, Vol. 20 Número 1, 2003, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional. Heredia, Costa Rica.
- García, S & López, O (2008) *La enseñanza de la Geometría*. México. Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.
- Harel, G. & Sowder, L. (1998). Types of Students' Justifications. *The Mathematics Teacher*, Vol. 91, nº 8, noviembre, pp. 670-675. En: Vigo, V. (2006). "Lugares geométricos: ¿Cuál es su rol en la enseñanza de la demostración en geometría?" (maestría). México, D. F.: Instituto Politécnico Nacional Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología.
- Laguna, G., (2011). Un acercamiento práctico al álgebra geométrica. Departamento de Ingeniería Eléctrica, UAM-Iztapalapa, México, D. F.
- Martínez A & Musito G (1995). *Estudio de caso*. Madrid. Narcea.
- Samper, C., Leguizamón, C., Camargo, L. & Donado A. (2004). *Hacia la construcción de un currículo del área de geometría de la Licenciatura en Matemáticas*. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.
- Van Hiele, P., (1957). The Van Hiele Levels of Geometric Thought in Undergraduate Preservice Teachers. Vol. 14, No. 1, 58-69.
- Viviente, J. (1988). Geometría y/o álgebra geométrica. En memoria de Julio Rey, padladrín del rigor y del valor pedagógico de la Geometría. Catedrático matemáticas, facultad de ciencias. Zaragoza