

Um ambiente de aprendizagem baseado na resolução de problemas: a possibilidade de circulação de significações sobre Probabilidade por meio da linguagem

A learning environment based on solving problems: the possible flow of meanings about probability through language

LIA MARQUES MAROCCI¹
ADAIR MENDES NACARATO²

Resumo

Este artigo representa o recorte de uma pesquisa de mestrado que estudou o movimento de significações relativas a Probabilidade em uma sala de aula do Ensino Médio, imersa num ambiente de resolução de problemas. Nesse contexto, discutimos condições para a organização de um ambiente de aprendizagem, apontando algumas questões teóricas, articulando a perspectiva histórico-cultural com as discussões sobre linguagem, resolução de problemas e ensino de Probabilidade. Em seguida apresentamos o contexto de desenvolvimento da pesquisa, que se constituiu numa parceria extremamente colaborativa entre pesquisadora e professora. Por fim, apresentamos um episódio relativo à linguagem probabilística.

Palavras-chave: *circulação de significações; Probabilidade; resolução de problemas.*

Abstract

This work represents the outline of a research that has studied the meanings movement about probability in a classroom of high school immersed in a problem solving environment. In this context, we discuss conditions for the organization of a learning environment, pointing out some theoretical issues, articulating the historical-cultural perspective to the discussions about language, problem solving and teaching probability. Then, we present the context of research development, which has become a highly collaborative partnership between researcher and teacher. Finally, we present an episode that took place in math class on the probabilistic language.

Key words: *meanings flow; probability; problem solving.*

¹ Mestre em Educação pela USF e docente da rede pública estadual, Louveira/SP, Brasil. E-mail: liamarocci@gmail.com.

² Docente do Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação da Universidade São Francisco(USF), Itatiba/SP, Brasil. E-mail: adamn@terra.com.br.

Introdução

Este artigo apresenta um recorte de uma pesquisa de mestrado, cujo tema central é o movimento das significações probabilísticas entre alunos de uma sala do 1º ano do Ensino Médio de uma escola da rede pública estadual no município de Louveira/SP, em um ambiente pautado na resolução de problemas enquanto metodologia de ensino.

Para constituir um ambiente de aprendizagem propício para o desenvolvimento do pensamento probabilístico nos alunos, fez-se necessário buscar apoio em pressupostos teóricos, como a resolução de problemas, a perspectiva histórico-cultural e a Probabilidade. Esses três eixos, entrelaçados, ajudaram a constituir o ambiente da sala de aula para a produção e a análise dos dados.

Nesse contexto, o processo de produção dos dados da pesquisa se deu de forma colaborativa com a professora da sala, que, além de docente, atua também como pesquisadora. Esse processo de pesquisa em campo aconteceu a partir de uma sequência de tarefas sobre Probabilidade, baseada na resolução de problemas, para os quais os alunos deveriam apresentar soluções e, em seguida, discuti-las com seus pares e com a professora. Essas discussões foram o foco da observação no processo de pesquisa.

Diversos instrumentos foram utilizados na produção dos dados; entretanto, as análises aqui apresentadas são provenientes de um excerto dos registros de vídeo feitos durante o processo de produção de dados e envolvem uma discussão sobre a linguagem probabilística abordada em uma tarefa desenvolvida na sala de aula. Dessas reflexões, destaca-se o desenvolvimento do pensamento probabilístico em um processo de negociação de significações mediado pela linguagem e organizado pelas ações docentes, buscando atuar na zona de desenvolvimento proximal dos estudantes.

O presente texto está organizado em três seções. Inicialmente são apontadas algumas questões teóricas, articulando a perspectiva histórico-cultural com as discussões sobre linguagem, resolução de problemas e ensino de Probabilidade – condições para a organização de um ambiente de aprendizagem. Em seguida, apresentamos o contexto da pesquisa e, finalmente, um recorte com um episódio relativo à linguagem probabilística.

1. O papel da linguagem e da metodologia de resolução de problemas para a circulação de significações em Probabilidade

Considerando o contexto desta pesquisa, é necessário inicialmente compreender, na perspectiva histórico-cultural, o conceito de mediação, aqui entendido como uma espécie de interferência externa na relação entre dois elementos. Pino (1991, p. 33, grifo do autor) utiliza este termo para designar “a função dos sistemas de *signos* na comunicação entre os homens e na construção de um universo sócio-cultural”.

Os signos são elementos mediadores na execução de tarefas, estando, no entanto, associados à atividade psicológica como “meios auxiliares para solucionar um dado problema psicológico (lembrar, comparar coisas, relatar, escolher, etc.)” (VIGOTSKI, 2007, p. 52). São necessariamente orientados internamente e, articulados, formam sistemas simbólicos que organizam a representação do mundo real, possibilitando os modos como o sujeito o interpreta e agindo na reestruturação constante do processo psicológico.

É por meio da linguagem que a pessoa se insere no lugar social; assim, a linguagem se constitui no principal sistema simbólico que medeia as relações sociais, pois é essencial na comunicação e “no estabelecimento de significados compartilhados que permitem interpretações dos objetos, eventos e situações do mundo real” (OLIVEIRA, 1993, p. 40). Por meio da linguagem, o sujeito recebe avaliações sobre suas ações e ressignifica-as interiormente, o que resulta em novas ações. Todo o tempo a pessoa recebe e fornece modelos de ação, as quais, ao mesmo tempo, modelam e são modeladas pelo meio. “É como se, ao longo de seu desenvolvimento, o indivíduo ‘tomasse posse’ das formas de comportamento fornecidas pela cultura, num processo em que as atividades externas e as funções interpessoais transformam-se em atividades internas, intrapsicológicas” (OLIVEIRA, 1993, p. 38).

A mediação simbólica entre o sujeito e a realidade somente acontece porque as palavras são dotadas de significados construídos socialmente e constituem uma espécie de “lente” através da qual se tornam possíveis a compreensão e a ação sobre o ambiente. Sem significados, as palavras seriam apenas sons vazios, não capazes de estabelecer a comunicação entre as pessoas. As palavras são elementos do discurso, da fala. Contudo, são atos do pensamento, na medida em que são generalizações.

Os significados estão em transformação constante, pois são construídos nas relações sociais e, portanto, vão sofrendo modificações ao longo da história e de acordo com construções culturais, até atingirem certa estabilidade, razão pela qual se torna possível a comunicação entre pessoas que pertencem ao mesmo ambiente cultural.

Todavia, os significados se transformam não apenas fora do indivíduo, mas também internamente, enquanto se desdobram os processos de desenvolvimento. Acerca disso, Góes e Cruz (2006, p. 34) consideram que, “embora o significado da palavra seja sempre um ato de generalização, ele se modifica constantemente à medida que a criança³ se depara com novas situações de utilização da palavra e que seus processos intelectuais de abstração e generalização progredam”. Assim sendo, até que a pessoa compreenda o significado comum aos membros do espaço social, a noção do significado da palavra sofre internamente muitas transformações. Essas considerações estão ligadas à ideia de sentido, pois, enquanto o significado da palavra vai se modificando, vão se incorporando a ele construções intelectuais e afetivas, particulares de cada pessoa, transformando-o em algo mais pessoal. Então, é como se o significado fosse apenas uma parte do sentido, caso eles pudessem ser desassociados. Além do significado socialmente conhecido da palavra, considera-se todo o contexto em que ela está contida. A pessoa associa, ao proferir uma palavra, toda a experiência internamente apropriada que, de alguma forma, está relacionada com o vocábulo.

É a essa integração entre significados e sentidos que nos referimos como “significação”. As significações estão, ao mesmo tempo, ligadas aos significados construídos socialmente e aos sentidos que a pessoa constrói para a palavra.

Assim, no que diz respeito ao ensino da Matemática, o aluno precisa estar inserido em um ambiente deliberadamente planejado, em que as relações sociais estejam organizadas de modo que lhe seja possível desenvolver, em colaboração com o professor e com seus colegas, uma linguagem – seja a materna, seja a matemática. Parece-nos evidente a importância do trabalho com a linguagem probabilística para que o aluno seja capaz de desenvolver o pensamento probabilístico. É preciso, primeiramente, compreender o que os alunos entendem sobre os termos mais frequentes, para depois ampliar os significados já construídos e progredir na formação

³Embora a maioria dos estudos façam referências à criança, entendemos que os processos de desenvolvimento e de aprendizagem podem ser considerados para qualquer faixa etária de escolarização.

de conceitos probabilísticos. Esse trabalho pressupõe processos de comunicação e reflexão pelos alunos.

Antes de estarem em contato com modelos formais de Probabilidade, os alunos têm contato com palavras circundantes no campo da Probabilidade. Por exemplo, palavras como *sorte*, *certo*, *incerto*, *impossível*, *provável*, entre outras, fazem parte da linguagem, não somente no meio de concepções objetivas e formalizadas, mas estão presentes, também, em ocasiões rotineiras, alheias à aplicação formal da Probabilidade. O sentido atribuído a expressões ou palavras desse tipo é subjetivo, ou seja, a compreensão de certa situação envolvendo a Probabilidade será diferente para cada pessoa. A esse respeito, Konold (1991 apud SHAUGHNESSY, 1992) argumenta que os alunos possuem uma compreensão coerente, proveniente do contato com circunstâncias que envolvem incerteza e, a partir disso, procuram dar sentido às situações vivenciadas em sala de aula. Contudo, Azcárate (2006) alerta que esses termos podem, com frequência, não representar o mesmo sentido, quando empregados no estudo do acaso.

As noções de probabilidade podem ser abordadas a partir de diferentes concepções. Em uma concepção clássica, a probabilidade de ocorrência de um determinado evento é “o cociente entre o número de casos favoráveis ao sucesso e o número de casos possíveis, sempre que todos sejam equivalentes” (BATANERO, 2001, p. 13). Esta noção de probabilidade é útil quando se trata de jogos de azar em geral; no entanto, outros enfoques podem ajudar a completar a ideia de probabilidade, dependendo da situação que se deseja estudar. O estudo pode ser contemplado com um enfoque informal ou formal, dependendo da situação.

Segundo Batanero (2001), quando se deseja tratar de situações nas quais os dados estatísticos se referem a um grande número de casos – como, por exemplo, ocorrências do mundo físico ou natural, como a meteorologia ou o resultado de eleições, dados de acidentes, etc. –, podemos aplicar o princípio de equiprobabilidade. Usando a concepção frequentista de probabilidade, podemos considerar que um objeto é um membro aleatório de uma classe, se pudermos elegê-lo mediante um método que proporcione a cada membro da classe certa frequência relativa *apriori*.

Ainda assim, se deve levar em consideração a probabilidade sob um ponto de vista subjetivo.

A decisão sobre se consideramos que um objeto é um membro aleatório de uma classe depende de nosso conhecimento sobre o mesmo. O que pode ser aleatório para uma pessoa pode não ser para outra e aleatoriedade não é uma propriedade física, objetiva, sem que tenha um caráter subjetivo (BATANERO, 2001, p. 14).

Desse modo, uma concepção informal pode tratar de eventos cuja causa não conhecemos ou que não são previsíveis.

Vale ressaltar que muitos dos problemas que envolvem, por exemplo, previsões ou tomadas de decisão “são abertos ou têm mais de uma possível decisão e em sua solução participam tanto fatores matemáticos como extra matemáticos” (BATANERO, 2006, p. 5). É importante entender a natureza do problema e o contexto que o cerca, para realizar uma análise probabilística da forma mais apropriada. Seguir caminhos baseados apenas na intuição proveniente das experiências cotidianas pode resultar em enganos. Portanto, a fim de constituir o pensamento probabilístico, assegurando a amplitude da proficiência na tomada de decisões, é preciso trabalhar com os alunos tanto noções subjetivas de Probabilidade, quanto aquelas de caráter formal.

Uma vez que “compreender o significado de expressões nas quais estejam presentes as noções probabilísticas faz hoje parte da competência matemática e estatística que todos devem desenvolver para serem cidadãos críticos e participativos” (LOPES; COUTINHO, 2009, p. 74), a educação estatística assume um papel extremamente relevante, pois fornece ao aluno ferramentas para agir criticamente na sociedade e para entender e analisar as decisões políticas, econômicas, entre outras, questionando-as, quando necessário.

Assim, o desenvolvimento de uma postura crítica é totalmente condizente com o desenvolvimento do pensamento probabilístico. E, nesse sentido, a metodologia da resolução de problemas para o ensino de matemática vai ao encontro dessas concepções, pois toma o problema como ponto de partida para a discussão de determinado assunto e concebe a sala de aula como um ambiente onde há três elementos básicos:

o professor, com sua visão da matemática e da educação, suas atitudes, suas crenças, etc.; os *alunos*, com seus conhecimentos, suas capacidades, suas crenças, emoções, interações de todo tipo, etc.; por último, os *problemas* selecionados com uma determinada intenção (VILA; CALLEJO, 2006, p. 30, grifos dos autores).

Concordamos que um problema “é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver” (ONUCHIC, 1999, p. 215) e entendemos que cabe ao professor

a tarefa de escolher os problemas discutidos na sala de aula e mediar as interações entre os alunos.

Procurando organizar a dinâmica de uma aula baseada na resolução de problemas, Van de Walle (2009, p. 61) propõe três fases: "antes, durante e depois". A primeira delas envolve o planejamento da tarefa e sua apresentação para os alunos, sempre intencionando que estes a aceitem como um desafio, pois, do contrário, não verão sentido em resolvê-la. Ao mesmo tempo, a resolução do problema não deve estar acima do alcance dos alunos, ou estes se sentirão igualmente desmotivados.

A segunda fase compreende o desenvolvimento da tarefa, ou seja, a construção de uma resolução para o problema, e, nesta etapa, comunicação e reflexão são essenciais. Trabalhar em grupos representa um meio promissor para expandir a habilidade de resolver problemas; o diálogo com outros alunos provoca novas formas de ver o problema, além de gerar confiança para continuar com determinada estratégia de resolução de um problema ou para desistir dela. Neste ponto o aluno está na busca de conhecimentos que ainda não tem, isto é, ele está em uma zona de desenvolvimento proximal, definida por Vigotski (2007, p. 97) como:

a distância entre o nível de desenvolvimento real que se costuma determinar através da solução independente de problemas e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes.

Por "companheiros mais capazes", entendemos o professor ou outros alunos que possam estar mais à frente no desenvolvimento conceitual. É papel do professor auxiliar os alunos a compreenderem a situação proposta para a aula e acompanhar o seu desdobramento, auxiliando-os, quando necessário. Sem dúvida, é uma postura bastante desafiadora de assumir; entretanto, ela é essencial para o sucesso de um trabalho, pois pressupõe que o aluno aja como uma espécie de investigador. Algumas ações, como "explicar, elaborar, sugerir, apoiar, avaliar consequências" (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 124), fazem parte do processo investigativo e apenas são empregadas quando o estudante se coloca na busca de solução para um problema, pois ainda não conhece o resultado.

Por um lado, com pouco auxílio do professor, corre-se o risco de os alunos não avançarem muito; por outro, o progresso das soluções dos alunos pode ficar

comprometido, se o professor informar excessivamente ou fornecer explicações exageradas no ato de apresentação da tarefa. É natural que os estudantes busquem imediatamente a figura docente, quando encontram alguma dificuldade; eles esperam que o professor tenha a resposta correta. Cabe, então, a este mediar a situação para que os alunos se mantenham no trabalho de busca de uma resolução, sugerindo, por exemplo, outros meios de pesquisa, ajudando a levantar questões, ou, ainda, incitando a interação e a comunicação entre pares.

A compreensão dos conceitos matemáticos só se concretiza movimentando o objeto de estudo em processos de generalização que pressupõem certa dose de abstração, e no ambiente escolar é que tais processos podem ser desencadeados. “O pensamento matemático é um ato de produção de significações e repousa sobre processos de especialização, generalização, estabelecimento de conjecturas e convencimento” (GOOS, 2004, p. 269). Nesse sentido, a terceira fase constitui-se principalmente em um processo de comunicação das resoluções e respostas produzidas pelos alunos. Discutir as resoluções pode ajudar a organizar o conhecimento, direcionando-o a generalizações.

O professor decide qual a melhor maneira de concretizar essa discussão: pode, por exemplo, pedir a todos os alunos que exponham seus métodos de resolução ou escolher alguns deles. O importante é que, nessas discussões, o estudante faça uso da linguagem para mediar as relações com seus colegas. Essas interações implicarão processos internos de reorganização das informações matemáticas compartilhadas, e tal movimento pode ocasionar grandes avanços no desenvolvimento dos conceitos e, por consequência, do pensamento matemático.

Assim sendo, uma discussão como essa coloca em circulação muitas ideias e se torna um momento propício para sintetizá-las e sistematizar o conhecimento movimentado no processo da aula, ajudando os alunos a estabelecerem generalizações.

No mais, quando os colegas refutam a estratégia de um aluno ou grupo de alunos, mostrando sua inconsistência, estes precisarão lidar com o erro e reavaliar suas teorias, o que pressupõe um processo de reflexão interna e possivelmente proporcionará a construção de um novo sentido para a situação matemática em questão. Assim, fica clara a importância da comunicação, pois, ao compartilhar suas estratégias com os colegas, os alunos podem compreender o que os levou a errar e tentar formular novas estratégias a partir disso.

Por mais desagradável que seja, errar pode ser útil ao desenvolvimento e não deve ser visto como algo pejorativo, pois os estudantes:

precisam de um ambiente no qual sejam livres para assumir riscos, para experimentar, para testar coisas sem que sejam ridicularizados. Eles precisam sentir que suas ideias podem contribuir para o desenvolvimento da sala ainda que não estejam completamente corretas. (HIEBERT et al., 1997, p. 49).

Nessas condições, o aluno passa a desempenhar um papel mais importante no ato de sua aprendizagem, e o professor atua como mediador no processo de desenvolvimento do pensamento.

Ensinar Probabilidade por meio da resolução de problemas pode facilitar a aproximação com situações cotidianas, uma vez que os problemas podem proporcionar situações de semirrealidade, que, muitas vezes, sugerem o exercício da experimentação, cuja observação de resultados facilita o estabelecimento de analogias e a negociação das significações de palavras como “incerto”, “impossível”, “sorte”, “certo”, “provável”, entre outras, que, embora muito presentes nas comunicações cotidianas, podem aparecer com significações diferentes, em relação à Probabilidade. Vale lembrar que a resolução de problemas não se limita a obter uma resolução para o problema em questão, mas abrange também a socialização das resoluções, com o intuito de comparar estratégias e respostas, procurando, assim, ampliar a capacidade (do aluno) para resolver outros problemas, ao estabelecer relações entre eles. Ou seja, “deve-se encorajar o estudante a ir além, fornecendo uma resposta, e a explicar o processo e a forma como o resultado é interpretado” (LOPES; CARVALHO, 2005, p. 89). Dessa maneira, os alunos estarão no centro da troca de significações sobre os elementos inerentes à Probabilidade envolvida no problema e, assim, poderão ampliar seu conhecimento sobre o assunto.

Essas reflexões teóricas orientaram o processo de análise dos dados. Os procedimentos metodológicos serão descritos na próxima seção.

2. O contexto da pesquisa

A produção dos dados foi feita a partir de uma sequência de tarefas sobre Probabilidade, organizada colaborativamente pela professora e pela pesquisadora, com auxílio de

colegas participantes do Grucomat⁴. As tarefas selecionadas foram desenvolvidas pelos alunos e pela professora, que procurou, por meio de suas ações, fazer da sala de aula um ambiente de aprendizagem por meio da resolução de problemas. As primeiras tarefas da sequência foram escolhidas com o intuito de suscitar questões relativas à linguagem probabilística, enquanto as demais tarefas foram incluídas na sequência com o propósito de trazer à tona discussões sobre medida de chances. Ainda que tais aspectos estejam essencialmente interligados, as tarefas foram assim divididas no intuito de organizar as discussões sobre Probabilidade na sala de aula.

Vale esclarecer que, concomitantemente à produção de dados desta pesquisa, a professora do 1º ano do Ensino Médio desenvolveu sua pesquisa também numa turma de 9º ano do Ensino Fundamental, onde esta pesquisadora atuava como professora, tendo havido a inversão de papéis em determinados momentos. As duas pesquisas tratam do tema Probabilidade, porém com focos diferentes: enquanto esta (MAROCCI, 2011) analisou a circulação de significações em sala de aula, a outra (FURLAN, 2011) analisou os processos de avaliação.

A sequência de tarefas, bem como as formas de socialização e os instrumentos de avaliação, foi desenvolvida nas duas salas de aula. Esse processo foi permeado por um ciclo constante de ação e reflexão: professora e pesquisadora se reuniam constantemente para discutir e planejar cada passo dado na sala de aula e, desse modo, mesmo com a divisão de papéis bem definida entre as duas, é impossível separar professora de pesquisadora e vice-versa. Contudo, esta situação não é vista negativamente, pois se mostrou propícia para o avanço no caminho da emancipação profissional de ambas, em um “processo desencadeado a partir de ciclos de reflexão que proporcionem condições para desestabilizar as práticas de ensino convencionais e valorizar o professor como parceiro na investigação” (IBIAPINA, 2008, p. 12).

Embora os acontecimentos na sala de aula fossem diferentes a cada dia, em geral, a dinâmica da aula ocorria de modo que os alunos, sempre trabalhando em grupos, elaboravam resoluções para os problemas apresentados, organizavam registros sobre essas resoluções e, finalmente, socializavam-nas com os colegas da sala. Essas discussões para socialização das resoluções dos problemas foram registradas em vídeo e

⁴ Grupo colaborativo em Matemática. Trata-se de um grupo institucional de estudos e pesquisas em Educação Matemática da Universidade São Francisco, constituído por professoras acadêmicas e professores da escola básica, com o objetivo de estudar, elaborar, desenvolver, sistematizar e analisar sequências de tarefas para salas de aula da escola básica.

constituíram os dados desta pesquisa, conjuntamente com gravações de áudio das discussões nos pequenos grupos, diário de campo da pesquisadora, registros escritos pelos alunos e registros (em áudio e escrito) das discussões entre professora e pesquisadora.

Aqui será apresentada a análise de um dos trechos selecionados das gravações de vídeo, cuja discussão girou em torno das respostas escolhidas pelos grupos de alunos para a tarefa a seguir, escolhida com objetivo de provocar discussões sobre a linguagem relacionada à Probabilidade. Esta foi a segunda tarefa⁵ da sequência:

Quadro 1 – Tarefa 2: a linguagem probabilística

Utilize as palavras *certo*, *impossível* ou *possível*, para avaliar os eventos a seguir:

- Vai chover amanhã.
- Solte uma pedra na água e ela afundará.
- O sol nascerá amanhã de manhã.
- Você ganhará na loteria.
- Três alunos faltarão amanhã.
- Você fará dois aniversários neste ano.
- Um elefante passará pela porta da escola hoje.
- Nascerá uma criança no dia de Natal.

Fonte: Marocci (2011)

Uma vez esclarecido o contexto da pesquisa, a análise da discussão sobre a tarefa desenvolvida na sala de aula passará a ser o foco deste texto.

3. As significações que circulam por entre práticas discursivas em sala de aula

Na sequência, será apresentada a transcrição⁶ do trecho da gravação de vídeo selecionado para discussão neste artigo. Trata-se do momento da aula em que, após os alunos discutirem em seus grupos e completarem a tarefa, a professora solicitou a eles que sentassem formando um círculo. Ela se movimentava pela sala e pediu que lessem suas respostas para a primeira frase. A discussão que apresentaremos a seguir ocorreu

⁵ Essa tarefa foi extraída de Van de Walle (2009, p. 510) e adaptada pela pesquisadora e professora da turma.

⁶ Os nomes dos alunos nesta transcrição são fictícios.

após os alunos lerem as respostas para a segunda frase da tarefa: “Solte uma pedra na água e ela afundará”.

Quadro 2 – Transcrição⁷ de vídeo

T1 Joyce: *Próxima frase. “Solte uma pedra na água e ela afundará”.*
[Muitos alunos exclamam: “certo”]
T2 Joyce: *E agora?* [enquanto escreve a frase na lousa] *Todo mundo tem certeza que é certo? Tem certeza que é certo é ótimo.*
[risos]
T3 Joyce: *Vocês fizeram o teste?*
[Alguns falam: “não”]
T4 Marisa: *Ô, Joyce!*
T5 Saulo: *A ciência me ensinou.*
T6 Marisa: *Joyce!*
T7 Joyce: *A ciência te ensinou? Por quê? Explica o que você falou pra mim aquele dia.*
T8 Saulo: *A densidade da pedra é maior do que da água.*
T9 Joyce: *A densidade da pedra é maior do que da água. O Saulo disse. Vocês concordam com isso?*
[Muitos alunos começam a falar ao mesmo tempo]
T10 Marisa: *Depende.*
T11 Joyce: *Depende, Marisa disse.*
[Muitos alunos continuam a falar ao mesmo tempo]
T12 Joyce: *Só um momento. Depende, Marisa disse, depois vocês defendem. Fale, Marisa.*
T13 Márcio: *Nossa. Depende do que, ô?*
T14 Marisa: *Por exemplo, tem uma pocinha d’água ali, entendeu?*
T15 Joyce: *Tá. Tem uma pocinha de água.*
T16 Marisa: *Um riozinho bem pequenininho, bem minúsculinho.*
T17 Joyce: *Um riozinho, hã?*
T18 Marisa: *Aí, por exemplo, que nem nos filmes, o pessoal pega e joga assim,*
[mostrando com um gesto] *a pedra bate na água, só que ela não vai afundar, e ...*

⁷ O símbolo [] será usado para ligar falas em que houve simultaneidade de vozes. Já o símbolo () representará frases ou expressões incompreendidas.

T19 Joyce: *Mas é mesma coisa que soltar?*

[Muitos alunos começam a falar alto, alguns dizem em tom irônico: “*nossa*”, “*é, sim*”.

Quase não se ouve nada. Aos 3’06’’ da gravação, Marlon se aproxima de Joyce para resolver um problema com a câmera, a discussão é retomada aos 3’56’’ da gravação.]

T20 Joyce: *Bom... é... vocês estavam... a Marisa tava explicando que pode ter aquele rio rasiho que você joga de lado [repetindo o gesto que Marisa fez] a pedra e ela passa reto.*

T21 Marisa: *Não. Deixa eu falar. Do mesmo jeito, eu vou lançar a pedra em cima do rio e ela não vai afundar.* [enquanto Marisa fala, Amanda, que estava ao lado de Marisa, faz um gesto com a mão, pedindo para que os meninos que estavam sentados no lado oposto ao delas na sala esperassem]

T22 Leonardo: *Falou “soltar”, não “jogar”.*

T23 Alice: *Aqui está falando “soltar” e não “jogar”.*

T24 Leonardo: *SOLTE uma pedra norio.*

T25 Joyce: *Soltar a pedra é diferente?*

[Alguns alunos falam: *é*]

T26 Joyce: *O que vocês iam falar aí?*[olhando para os meninos que estavam sentados à sua esquerda, os mesmos para quem Amanda pediu para que esperassem]

[Não foi possível ouvi-los]

T27 Joyce: *O significado de soltar é diferente de [repete o gesto como se estivesse jogando algo] de arremessar? Tá.*

T28 Pedro: *Mas, mesmo assim, professora. Professora!*

T29 Marcos: *Só que aí não falou o material da pedra.*

T30 Pedro: *Você vai jogar ela()*

T31 Marcos: *Pode ser de isopor.*

T32 Joyce: *E o material da pedra, importa?*

[Alguns alunos respondem: “*não*”, alguém fala: “*pedra é pedra*”. Há muito barulho na sala.]

T33 Joyce: *Pedra é pedra, mas existem vários tipos de pedra.*

T34 Amanda: *Mas de isopor não, né?.*

[Muitos alunos tentam chamar a atenção de Joyce]

T35 Joyce: *Como é que é?* [olhando para Saulo e Ítalo, que tentavam argumentar, mas não se pôde ouvir o que disseram]. *Eu não entendi ainda, pego uma pedra()*

T36 Saulo: *() qualquer tipo de pedra, joga dentro d’água, se não afundar você*

me fala. Aí nós conversamos de novo.

T37 Joyce: *Ah, tá. O Saulo falou pra fazer o teste que vários tipos de pedra vão afundar.*

T38 Pedro: *Ô professora! () pode jogar, a pedra vai dar uma, duas pingadinhos em cima da água, quando ela parar, vai afundar.*

T39 Joyce: *Espera aí, fala de novo.*

T40 Márcio: *Quando ela parar de quicar, ela vai afundar.*

T41 Pedro: *Ela vai jogar, ela vai dar umas duas pingadinhos e vai.*

T42 Joyce: *Não, mas acho que ela quis imaginar que tem uma margem do outro lado, entendeu Pra conseguir ela pular e ...*

T43 Pedro: *Atravessar a ponte?*

T44 Joyce: *Seria legal, se vocês investigassem isso, apesar de...*

T45 Marisa: *Ô Joyce! Joyce!*

T46 Joyce: *Oi.*

T47 Marisa: *Por exemplo... é... no Mar Morto, () no Mar Morto, ela vai afundar?*

[Joyce fica em silêncio]

T48 Marcos: *É verdade! Verdade, sora.*

T49 Marisa: *Ela vai afundar?*

T50 Joyce: *Gente. Entraram numa questão de geografia aqui, que eu não sei responder. Ela está falando do Mar Morto. Mar Morto? [olhando para Marisa]*

T51 Marisa: *É. Se jogar uma pedra no Mar Morto, vai afundar?*

[A confusão aumenta, muitos fazem comentários, Joyce olha para mim]

T52 Joyce: *É água sem vida, e aí?*

T53 Saulo: *Ô professora! Faz o seguinte, ela vai lá e faz o teste.*

T54 Joyce: *Te botaram na fogueira agora, pra você ir lá e fazer o teste. Alguém pode viajar e trazer um pedacinho do Mar Morto para a gente aqui. Lia, você que é uma menina viajada, quando você for lá perto, você passa lá e testa, tá?*

[Os alunos continuam discutindo entre si]

T55 Joyce: *Eu não sei responder isso para você, posso investigar. Você acha que não afunda? [perguntando para mim, que respondi que achava que não] Eu também acho que não, mas eu... eu não tenho uma certeza.*

T56 Marisa: *Não afunda pela quantidade de sal que tem na água.*

T57 Joyce: *Quantidade de?*

T58 Marisa e Amanda: *Sal.*

T59 Joyce: Sal. *É que daí entra na questão da densidade que alguém falou. Por que aí o sal é que interfere. Mas é uma bela observação. Eu não tenho certeza, mas elas conseguiram achar um contraexemplo aqui, e aí, se for de fato verdade, que eu soltar a pedra no Mar Morto e não afundar, eu não posso dizer que é certo. Não sei. É uma coisa que a gente precisa investigar. Precisamos perguntar para a professora de química*
[Joyce sugere que os alunos perguntem para a professora de química; então, a discussão sobre o exemplo parou neste ponto.]

Fonte: Marocci (2011)

As análises apresentadas a seguir estão relacionadas ao processo de circulação de significações sobre Probabilidade, captado pelo vídeo da discussão ocorrida na sala. Tais análises foram divididas em dois eixos: na primeira parte, o ponto central foi o movimento das significações apresentadas pelos alunos; e, na segunda, as mediações docentes tomaram lugar como foco na discussão. Embora esses dois aspectos estejam totalmente intrincados, apresentá-los dessa maneira pode facilitar a compreensão pelo leitor.

3.1 O movimento das significações durante a socialização

Se a análise dos registros de todos os grupos nessa tarefa tivesse sido feita antes da socialização das respostas construídas pelos alunos, poder-se-ia imaginar que a frase: “Solte uma pedra na água e ela afundará” não provocaria discussão alguma, pois todos os grupos usaram a palavra *certo* para avaliar esse evento. No entanto, não foi o que de fato ocorreu.

Saulo apresentou a resposta de seu grupo, argumentando que a densidade da pedra é maior do que a da água; portanto, a pedra afundaria, quando solta na água (T5 e T8). Em seguida, Marisa refutou a resposta do grupo (T10), causando inquietação na sala (T13). Ela procurou mostrar um contraexemplo, recorrendo à ideia de jogar a pedra em um espaço com uma pequena quantidade de água (T14 e T18).

Diante do questionamento feito por Joyce (T19) sobre a palavra *jogar*, usada no exemplo dado por Marisa, muitos alunos se manifestaram, causando certa confusão. Como vários se mostraram contrários ao argumento de Marisa, esta tentou novamente esclarecer seu raciocínio (T21).

Ainda assim, vários alunos se disseram em desacordo com o argumento da aluna e procuraram explicar porque refutaram a ideia de Marisa, em várias ocasiões, como T22, T23, T24 (“*SOLTE uma pedra no*”), T28, T30, T38, T40 e T41 (“*Ela vai jogar, ela vai dar umas duas pingadinhos e vai*”), atentando para os termos que formavam a frase, ou seja, a linguagem empregada por Marisa na formulação de seu argumento. A escolha das palavras (nesse caso, os termos *jogar* e *soltar*) muda o contexto que a frase representa.

Como o vídeo não possibilita captar todos os eventos numa sala de aula, não podemos dizer ao certo o que fez o grupo mudar sua ideia inicial e sugerir uma ideia diferente daquela dos demais grupos, pois esse acontecimento ficou fora de nosso alcance durante a discussão. Porém, essa conversa, possivelmente, fez com que outros alunos também mudassem de ideia. Marcos, que, como todos os outros alunos, registrara *certo* para essa frase, mostrou ponderar sobre o assunto em T29 (“*Só que aí não falou o material da pedra*”) e T31. Mesmo assim, Amanda (que estava no mesmo grupo de Marisa e ajudando-a a argumentar), no turno 34, rejeitou a afirmação feita por Marcos sobre o material da pedra. Essa atitude da aluna se torna importante, por evidenciar que estava procurando um argumento que fizesse sentido para apoiar sua posição, e não apenas procurava “vencer” o debate.

Nas discussões, para confirmar ou refutar os argumentos dos colegas, os alunos precisam realizar reflexões imediatas, pois, como asseguram Hiebert et al. (1997, p. 6): “comunicação e reflexão trabalham juntas produzindo novas relações e conexões. Estudantes que refletem sobre o que fazem e o comunicam aos outros estão em melhor posição para construir conexões úteis em matemática”. Por isso, ressalta-se a relevância de proporcionar um momento como esse na aula, no qual os alunos possam discutir e se reposicionar quanto às suas ideias, ou seja, um momento em que se desenvolva a comunicação e haja a circulação de diferentes discursos.

Enquanto alguns alunos procuravam ainda reafirmar a certeza sobre o evento, Marisa, Maria Carolina e Andresa conversavam paralelamente à discussão, e Marisa apresentou um novo argumento: “*É. Se jogar uma pedra no Mar Morto, vai afundar?*” (T51, T47 e T49).

Saulo, usando de certa ironia, sugeriu que ela fizesse o teste (T53), demonstrando não concordar com o argumento de Marisa, ao mesmo tempo que Marcos, mais uma vez,

mostrou sua mudança de opinião (T48: “*É verdade! Verdade, sora*”), com relação à escolha feita no registro da tarefa.

Embora Marisa apresentasse um forte argumento, a resistência de alguns alunos pode justificar-se por suas crenças pessoais ou, como já apontado neste texto, pode revelar caminhos baseados apenas na intuição proveniente das experiências cotidianas.

Vale destacar que essa discussão só foi possível porque a professora abriu espaço para os alunos se colocarem e, nesse movimento de ideias, argumentos são construídos e desconstruídos, novas significações circulam pela sala e podem ser apropriadas por cada um dos alunos, de forma singular.

3.2 A influência da ação docente na movimentação das significações

Para guiar a discussão entre os alunos, Joyce procurou organizar os turnos das falas, de modo a manter a discussão de uma determinada ideia, dando ao aluno que a pronunciou a oportunidade de explicar-se ou questionando a fala, para que o aluno argumentasse. Isso ocorreu em diversos momentos da discussão; por exemplo, em T26, quando, embora Joyce tivesse proposto para um grupo expor suas ideias (*O que vocês iam falar aí?*), não houve resposta por parte de seus integrantes ou de outros alunos, que seguiram na discussão anterior sobre soltar ou jogar a pedra na água.

Os questionamentos que Joyce foi fazendo durante o debate, como “*A densidade da pedra é maior do que da água. O Saulo disse. Vocês concordam com isso?*” (T9) e evidenciações como “*Tá, tem uma pocinha de água*” (T15), acabaram determinando a continuidade da discussão. Assim, o debate principal, sem considerar as discussões que ocorrem paralelamente, acabou seguindo em torno dessas ideias mediadas pela professora nos turnos citados acima ou em outros momentos similares, como T2, T3, T7, T11, T12, T17, T19, T25, T27, T32, T35, T37, T50 e T52.

Em alguns casos (*Depende, Marisa disse*), a professora repetia a fala dos alunos para aqueles que não a tinham ouvido, para dar ênfase a determinadas falas; ou, mesmo, para refletir sobre elas.

Durante o debate, quando Marisa e suas colegas questionaram a avaliação feita pelos grupos sobre a certeza da ocorrência do evento assinalado na frase “*solte uma pedra na água e ela afundará*”, houve certo estranhamento por parte de alguns alunos, em falas como “*Nossa. Depende do que, ô?*” (T13), “*Falou ‘soltar’, não ‘jogar’*” (T22), “*Ô*

professora, faz o seguinte, ela vai lá e testa” (T53); ou em comentários paralelos (entre T19 e T20). Joyce procurou não deixar que a discussão se tornasse agressiva: tentou esclarecer os argumentos, dizendo: *“Não, mas acho que ela quis imaginar que tem uma margem do outro lado, entendeu?”* (T42, T20); ou deixar a fala em tom de brincadeira, como fez em T54 (*“Te botaram na fogueira agora, pra você ir láe fazer o teste”*), procurando amenizar o que havia dito Sandro(T53).

Por se tratar de uma das primeiras aulas em que os alunos desta classe participaram de uma discussão na qual estavam, de fato, defendendo suas opiniões, a postura assumida pela professora foi impecável, para evitar que as próximas discussões tomassem um caminho de rivalidade pessoal. A esse respeito, Hiebert et al. (1997, p. 40) assinalam: “os professores são responsáveis por guiar as atividades matemáticas da classe e pelo estabelecimento do tom e do foco das interações na sala de aula”.

Quando os alunos não estão ainda habituados a participar de discussões como aquela, a mediação docente constitui-se em uma ferramenta extremamente importante para que os alunos se envolvam e sigam no caminho da construção do pensamento. A capacidade de argumentação dinâmica, bem como a organização necessária para o bom andamento da discussão, depende das habilidades que os alunos conseguem colocar em prática, sozinhos; e depende também daquelas para as quais necessitam de ajuda. Ao orquestrar a discussão, a professora agiu na “zona de desenvolvimento proximal” (VIGOTSKI, 2007) dos alunos, auxiliando-os a organizar-se e a expor suas ideias.

Além disso, Joyce não adotou a posição de detentora da resposta correta, ao assumir: *“Eu não sei responder isso para você, posso investigar. Você acha que não afunda?”* (T55). Ela apenas apresentou sua opinião, que, apesar de ter forte representação perante o grupo, não foi imposta a eles.

Após o argumento proferido por Marisa, Joyce procurou refletir e relacionou a fala de Marisa com um argumento exposto por Saulo, anteriormente, na discussão. Mas, por fim, mostrou-se bastante convencida, pois, apesar de não ter afirmado efetivamente que concordava com o argumento, disse:

É que daí entra na questão da densidade que alguém falou. Por que aí o sal é que interfere. Mas é uma bela observação. Eu não tenho certeza, mas elas conseguiram achar um contraexemplo aqui, e aí, se for de fato verdade, que eu soltar a pedra no Mar Morto e não afundar, eu não posso dizer que é certo. Não sei. É uma coisa que a

gente precisa investigar. Precisamos perguntar para a professora de Química.

Essa fala da professora acabou pondo fim à discussão, pois nenhum aluno questionou novamente o contraexemplo oferecido por Marisa, que, ainda assim, sentiu-se provocada a pesquisar mais sobre o assunto para confirmar seu argumento. Depois da discussão, a aluna procurou a professora de Química e, posteriormente, procurou Joyce novamente, para relatar-lhe a conversa.

Isso posto, compreende-se que, ao abrir espaço para discussão ou, mais além, provocar a discussão, a professora também proporcionou a circulação das significações que os estudantes construíram e estão construindo e que dependem, além das interações entre os estudantes, das mediações docentes. O ambiente em que a sala de aula se constituiu é resultante dessas interações aluno-aluno e aluno-professora e, desse modo, foi propício para que os alunos progredissem em sua aprendizagem, a partir do momento em que foram convidados a estabelecer relações e argumentar sobre elas.

Para concluir: algumas potencialidades da resolução de problemas e da linguagem para o desenvolvimento do pensamento probabilístico

Com base nos pressupostos vigotskianos, destaca-se que a circulação de significações entre os alunos é essencial para sua aprendizagem e, por conseguinte, para seu desenvolvimento. Os conceitos são construídos pelo aluno por meio de suas experiências sobre o assunto, que atuam no caminho para a generalização. No entanto, apenas manter os alunos na mesma sala não garante que haja a interação necessária para a circulação de significações. Também não é o bastante mantê-los como ouvintes sobre determinado tema. Para provocar, no ambiente da sala de aula, uma interação entre os alunos que seja promotora de movimentação de significações e, conseqüentemente, de aprendizagem, o fator mais importante é a ação pedagógica, tanto no momento da escolha da tarefa, quanto durante a socialização.

Porém, mais rica do que a própria tarefa é a discussão. Talvez a tarefa proposta aos alunos desta pesquisa não constituísse um problema tão especial, mas transformou-se numa rica discussão, pela forma como foi desenvolvida. Nem todos os alunos fizeram a mesma avaliação sobre os eventos apresentados na tarefa, e isso a torna interessante e pode provocar discussões importantes. Como aponta Van de Walle (2009, p. 59), “as

boas tarefas, baseadas em resolução de problemas, possuem múltiplos caminhos para chegar à solução” e, nesse caso, podem apresentar mais de uma solução, já que a resolução assume um caráter subjetivo.

As questões colocadas pela professora não somente deram início à discussão sobre a tarefa, mas direcionaram-na. Certamente isso somente foi possível porque vários alunos aceitaram o desafio de resolver a tarefa e falar sobre ela, empregando seus conhecimentos para isso. Durante a discussão –possibilitada pela natureza da tarefa proposta –, apesar de a maioria dos alunos da sala ter dito acreditar que a pedra afundaria, ao ser solta na água, um dos grupos (representado nas falas de Marisa) procurou argumentar em sentido contrário. Isso fez com que muitos alunos tivessem que pensar em outros argumentos para refutar a fala de Marisa.

O aluno Saulo utilizou um conhecimento científico que já possuía, para justificar sua posição perante o evento avaliado – *é certo que, ao soltar uma pedra na água, ela afundará*. Marina fez o mesmo; no entanto, utilizou o conhecimento científico, do qual se apropriou para refutar a posição de Sandro e de outros colegas. Joyce interveio, estabelecendo uma relação entre os dois conceitos científicos, quando afirmou que a quantidade de sal na água explicaria a densidade mencionada por Sandro.

Nos argumentos apresentados por esses alunos, percebem-se as relações entre conceitos científicos e espontâneos, as quais Vigotski (2000) garante que sejam a base da formação do pensamento abstrato nos sujeitos. Saulo e Marisa demonstraram presenciar o caminho percorrido pelo conceito científico, da abstração para a experiência, e esse momento de discussão pode ter ajudado outros alunos a relacionarem esses conhecimentos científicos que os colegas trouxeram para o debate, auxiliando na análise do evento. Além disso, a circulação desses conceitos científicos e de outros, do cotidiano, que implicitamente faziam parte das análises dos alunos, foi essencial no estudo da aleatoriedade.

Vale observar que a aluna Marisa levantou um importante questionamento sobre a necessidade de conhecer e especificar o contexto, quando se analisa determinado evento. Isso acaba por evidenciar um antagonismo, no que diz respeito à concepção determinista da Matemática, construída pela maior parte da sociedade.

Dadas as concepções estabelecidas por Freire (1996, p. 23) de que “quem ensina aprende ao ensinar e quem aprende ensina ao aprender”, refletimos sobre a seguinte

questão: Como poderia a Matemática, que é tão presente no cotidiano social, ser uma disciplina na qual os alunos não podem produzir conhecimento, mas apenas recebê-lo? Não cremos que isso seja possível.

Como apontam Borba e Skovsmose (2001, p. 130), “os currículos de matemática usualmente adotados lidam com problemas com uma e apenas uma solução, um fato que reforça a ideia de que a matemática é livre da influência humana”. Os autores alertam que essa concepção favorece o uso da Matemática como instrumento de controle no âmbito político e social. Seguindo essa linha de raciocínio, o envolvimento com a linguagem matemática – nesse caso, especificamente, a linguagem probabilística – ofereceu aos alunos a oportunidade de contemplar a Matemática de forma diferente da noção que, frequentemente, se tem dessa disciplina, na sociedade em geral.

Uma vez que a linguagem é mediadora do desenvolvimento do pensamento das pessoas, é urgente a preocupação com esse sistema simbólico no âmbito escolar. “No ensino e aprendizagem da Matemática, os aspectos linguísticos precisam ser considerados inseparáveis dos aspectos conceituais para que a comunicação e, por extensão, a aprendizagem aconteçam” (SANTOS, 2005, p. 119), pois é desse modo que os alunos desenvolverão capacidades para agir criticamente na sociedade. Dessa forma, entendemos que o trabalho com tarefas que envolvam a linguagem probabilística é de fundamental importância para o desenvolvimento do pensamento probabilístico, pois a apropriação de um vocabulário adequado se constituirá em ferramenta para esse pensamento.

Referências

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. *Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática*. Tradução: Orlando Figueiredo. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

AZCARÁTE, P. G. ¿Por qué no nos gusta enseñar estadística y probabilidad? In: FLORES, P. y LUPIÁÑEZ, J. (Ed.). *Investigación en el aula de matemáticas*. Estadística y Azar. Granada: SAEM Thales. 2006. Disponível em: <http://thales.cica.es/granada/?q=node/4/Conferencias/Azcarate>. Acesso em: 2 jul. 2011.

BATANERO,

C. <http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/ConferenciaThales2006.pdf> In: FLORES, P. y LUPIÁÑEZ, J. (Ed.). *Investigación en el aula de matemáticas*. Estadística y Azar. Granada: Sociedad de Educación Matemática. 2006. Disponível em: . Acesso em: 01 jul. 2011.

BATANERO, Carmen. *Didáctica de la estadística*. Grupo de Investigación en Educación Estadística. Departamento de Didáctica de la Matemática, 2001.

BORBA, M. C.; SKOVSMOSE, O. A ideologia da certeza em educação matemática. In: SKOVSMOSE, O. *Educação matemática crítica: a questão da democracia*. 2.ed. Campinas, SP: Papirus, 2001. p. 127-148. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

FREIRE, P. *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FURLAN, J. *Processos de avaliação na resolução de problemas em estocástica*. 2011. 259 p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba/SP.

GÓES, M.C. R. de; CRUZ, Maria Nazaré da. Sentido, significado e conceito: notas sobre as contribuições de Lev Vygotski. *Pro-Posições* – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, v. 17, n. 2(50), p. 31-46, maio/ago. 2006.

GOOS, M. Learning Mathematics in a classroom community of inquiry. *Journal for Research in Mathematics Education* – NCTM, USA, v. 35, Issue 4, p. 258-291, July 2004.

HIEBERT, J. et al. *Making sense: Teaching and learning mathematics with understanding*. Portsmouth: Heinemann, 1997.

IBIAPINA, I. M. L. de M. *Pesquisa colaborativa: investigação, formação e produção de conhecimento*. Brasília: Liber Livro, 2008. (Série Pesquisa, v. 17).

LOPES, C. E.; CARVALHO, C. Literacia Estatística na educação básica. In: NACARATO, A. M.; LOPES, C. E. (Org.) *Escritas e leituras na educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. p. 77-92.

LOPES, C. E.; COUTINHO, C. Q. S. Leitura e escrita em Educação Estatística. In: LOPES, C. E.; NACARATO, A. M. *Educação matemática, leitura e escrita: armadilhas, utopias e realidades*. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2009. p. 61-78.

MAROCCI, L. M. *O Movimento das significações probabilísticas proporcionado pela resolução de problemas e pela prática colaborativa numa turma de 1º ano do Ensino Médio*. 2011, 233 p. Dissertação (Mestrado em Educação) — Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação, Universidade São Francisco, Itatiba/SP.

OLIVEIRA, M. K. de. *Aprendizado e desenvolvimento: um processo sócio-histórico*. São Paulo: Scipione, 1993. (Série Pensamento e Ação no Magistério).

ONUCHIC, L. de L. R. Ensino-aprendizagem de matemática através de resolução de problemas. In: BICUDO, M. Ap. V. (Org.). *Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas*. São Paulo: Editora da Unesp, 1999. p. 199-218.

PINO, A. O conceito de mediação semiótica em Vygotsky e seu papel na explicação do psiquismo humano. *Cadernos CEDES*, Campinas, SP: Papirus, n. 24, p. 32-43, 1991.

SANTOS, V. de M. Linguagens e comunicação na aula de Matemática. In: NACARATO, A. M.; LOPES, C. E. (Org.) *Escritas e leituras na educação matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2005. p. 117-125.

SHAUGHNESSY, J. M.. Research in probability and statistics: reflections and directions. In: GROUWS, D. A. (Ed.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. USA: NCTM, 1992. p. 465-494.

VAN DE WALLE, J. A. *Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula*. Tradução: Paulo Henrique Colonese. 6.ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VIGOTSKI, L. *S.A construção do pensamento e da linguagem*. Tradução: Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes, 2000.

_____. *A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores*. Organizadores: Michael Cole et al. Tradução: José Cipolla Neto, Luís Silveira Menna Barreto, Solange Castro Afeche. 7.ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

VILA, A.; CALLEJO M. L. *Matemática para aprender a pensar: o papel das crenças na resolução de problemas*. Tradução: Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2006.

Recebido: 6/8/2012

Aceito: 28/12/2012