

Futuros matemáticos e suas concepções sobre o conhecimento matemático e seu ensino e aprendizagem ¹

Future mathematicians and their conceptions of the mathematical knowledge and its teaching and learning

RENATA CRISTINA GEROMEL MENEGHETTI²

FERNANDO DE MELLO TREVISANI³

Resumo

Neste trabalho busca-se compreender as concepções que futuros matemáticos apresentam a respeito de conhecimento, ensino e aprendizagem da matemática. Para tal, apresentamos concepções de conhecimento matemático vigentes em algumas das principais correntes filosóficas da matemática, uma vez que se considera que a prática do professor de matemática sofre influência da forma como esse concebe o conhecimento matemático. A pesquisa foi realizada com alunos do último ano de um curso de bacharelado em matemática. A investigação seguiu uma abordagem qualitativa, estudo de caso, e foi efetuada por meio de entrevistas semiestruturadas e análise documental. Como principal resultado indica-se que o bacharelado agregado à licenciatura (ou à parte desta: referente aos conhecimentos didático-pedagógicos de como ensinar) poderia favorecer uma formação mais adequada ao futuro matemático que, além de pesquisador, provavelmente também atuará como professor no ensino superior.

Palavras-chave: *Conhecimento Matemático, Ensino e Aprendizagem de Matemática, Bacharelado em matemática.*

Abstract

Taking referential theoretical conceptions of mathematical knowledge present in some of the main mathematics philosophical currents and considering that the teacher's practice is influenced by his conception of mathematical knowledge. This research aims to understand the conceptions of future mathematicians about the mathematical knowledge and its teaching and learning. The research was performed with students of final year of a bachelor degree in mathematics. It follows a qualitative approach (case study) in which the data were collected by semi-structured interviews and document analysis. This investigation has pointed out that Mathematics together with Mathematics Teaching (or part of this: on the didactic and pedagogical knowledge of how to teach) could be important to formation of the future mathematician, who besides researcher will probably teach in a college or university.

¹ Parte do desenvolvimento desta pesquisa teve apoio da Pró-reitoria de Graduação da USP - Programa Ensinar com Pesquisa; por meio da concessão de bolsa de iniciação científica para o segundo autor, sob a orientação da primeira autora deste artigo. Uma versão preliminar, em que se focalizou apenas parte do que está sendo abordado neste artigo, foi apresentada no IV SIPEM (IV Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática). Vale esclarecer que esse artigo amplia as discussões traçadas nessa ocasião e acrescenta concepções de ensino e aprendizagem dos sujeitos investigados, aspectos não contemplados anteriormente.

² Doutora em Educação Matemática pela UNESP – USP - rcgm@icmc.usp.br

³ Mestrando em Educação Matemática na Universidade Estadual Paulista, Campus de Rio Claro – UNESP - fer_milord@hotmail.com

Key-words: *Mathematics Knowledge; Mathematics Teaching and Learning; Mathematics Degree.*

Introdução

Atualmente, diversos trabalhos têm destacado aspectos que relacionam filosofia da matemática com a educação matemática, mostrando-nos que tais campos científicos podem influenciar o desenvolvimento do conhecimento matemático (THOMPSON, 1984; STEINER, 1987; BICUDO, GARNICA, 2003; MENEGHETTI, 2005).

No que se refere às concepções de conhecimento matemático, no decorrer da história da filosofia da matemática, podemos observar que filósofos e matemáticos, desde a época de Platão, nem sempre estiveram de acordo quanto à natureza do conhecimento matemático (MENEGHETTI, BICUDO, 2003).

Há filósofos e matemáticos que consideram a matemática fundamentada inteiramente na razão, e outros que a consideram com base na experiência. No primeiro caso podemos citar, por exemplo, o realismo platônico e o racionalismo de Leibniz. No segundo, podemos destacar os trabalhos de Newton, Locke, Berkeley e Hume. (Ibid.). Há os que consideram a matemática como um conhecimento, com existência própria, como no caso do platonismo e do formalismo; por outro lado, existem os que consideram essa ciência como parte da criação humana, e como tal, sujeita a erros e correções. Esta última posição encontramos em correntes filosóficas mais recentes apresentadas, por exemplo, nos artigos de Hersh (1985); Lakatos (1985) e Thom (1985). Enfim, as variações não se esgotam por aqui. Assim, é importante compreendermos que, historicamente, não houve somente uma forma de fazer ciência e, por conseguinte, de ensiná-la (SOUZA, 1999). Isso porque compreendemos tal como posto por Thom⁴ (1971 apud ERNEST, 1991, p. 296) que a prática do professor ancora-se em uma filosofia da matemática, ou pelo menos que a concepção de matemática do professor influencia sua atuação em sala de aula (DOSSEY, 1992).

Grabiner (1985) relata que no final do século XVIII ocorreu uma grande mudança social que implicou no aumento da necessidade dos matemáticos passarem a ensinar matemática ao invés de apenas realizarem pesquisas nessa área. Nos séculos anteriores, os matemáticos estavam frequentemente presos nas cortes reais; seus trabalhos eram apenas desenvolver a matemática e então adicionar suas descobertas à glória de seus patrões. Porém, a partir da Revolução Francesa, quase todos os matemáticos passaram a

⁴ THOM, R.(1985) Modern mathematics: an educational and philosophic error? In: TYMOCZKO, T. (Ed.) New directions in the philosophy of mathematics: an anthology. Boston: Birkhäuser, p. 67-78.

vida ensinando. Desde então, o ato de ensinar se tornou parte das atividades desenvolvidas pelos matemáticos. Portanto, é preciso também haver uma preocupação nessa direção.

Nesse sentido, os matemáticos que trabalham em instituições de ensino superior não apenas desenvolvem pesquisas. O ensino é parte de seus atributos, e desse modo, enquanto professores, eles se baseiam em suas concepções de conhecimento matemático e de ensino e aprendizagem dessa ciência para realizar essa tarefa.

O objetivo deste artigo é analisar concepções de conhecimento matemático e de ensino e aprendizagem de matemática dos alunos do último ano de um curso de bacharelado em matemática e refletir sobre a formação do futuro professor de matemática do ensino superior. Sobre a importância dessa investigação, ressalta-se que os programas de bacharelado em matemática nem sempre têm considerado uma adequada preparação pedagógica para essa atuação. Com isso, espera-se que essa pesquisa possa subsidiar reflexões sobre a formação de alunos de cursos de bacharelado em matemática.

Referente ao termo “concepção” aqui empregado, entende-se tal como colocado por Artigue⁵ (1990 apud MACHADO & MENEZES, 2008), que a concepção de um objeto é um ponto de vista sobre o mesmo caracterizado por situações que servem como ponto de partida (tais como, representações mentais, invariantes etc). Barbosa (2001, p.11) coloca que as concepções “[...] funcionam como lentes pelas quais os sujeitos dão significado às suas experiências.” Segundo Ponte (1992), as concepções estruturam o sentido que damos às coisas e influenciam na formação de nossas concepções individuais (resultado da elaboração a partir de nossa experiência) e sociais (derivada do confronto de nossas elaborações com as dos outros). Assim, salienta esse autor que “[...] nossas concepções sobre a matemática são influenciadas pelas experiências que nos habituamos a reconhecer como tal e também pelas representações sociais dominantes.” (PONTE, 1992, p.1).

1. Considerações teóricas

Existem diversas formas de se conceber o conhecimento matemático. De acordo com Dossey (1992, p. 40, tradução nossa), “[...] as discussões acerca da natureza da matemática datam desde o século IV a.C. na Grécia Antiga. Entre os maiores contribuintes desta época estão Platão e seu aluno Aristóteles”. No que segue,

apresentaremos, resumidamente, concepções de conhecimento matemático existentes nas principais correntes filosóficas desde essa época, a partir das quais será possível perceber que há diversas formas de compreensão do conhecimento matemático.

De acordo com Meneghetti e Bicudo (2003), a natureza da matemática tem sido questionada. Entretanto, é possível observar que filósofos e/ou matemáticos nem sempre estiveram de acordo quanto ao estatuto ontológico dos entes matemáticos. Esses autores, com base na história da filosofia da matemática, identificaram duas posições, fortemente presentes, antes de Kant (1724-1804), a saber:

a) aqueles que buscaram fundamentar o saber matemático inteiramente na razão [...] nesse grupo há prevalência do aspecto lógico do conhecimento.

(b) aqueles que buscaram fundamentar o saber matemático exclusivamente na intuição ou experiência [...] nesse grupo é privilegiado o aspecto intuitivo do conhecimento (Ibid., p. 59).

Entende-se aqui que o termo “saber”, apesar de poder receber outra interpretação, é utilizado com o significado de conhecimento; ou seja, saber como conhecimento geral que designa “ [...] qualquer técnica capaz de fornecer informações sobre um objeto; um conjunto de tais técnicas; ou o conjunto mais ou menos organizado de seus resultados” (ABBAGNANO, 1998, p.865). Assim, no caso do termo “saber matemático” compreende-se que os autores estão se referindo ao conhecimento matemático.

Meneghetti e Bicudo (Ibid.) citam como exemplo do primeiro grupo: o realismo Platônico, o idealismo de Descartes (1596-1650) e o racionalismo de Leibniz (1646-1716). Ao comparar essas três correntes filosóficas, torna-se evidente a valorização, quanto ao conhecimento matemático, da razão em detrimento da intuição sensível. No platonismo, é importante ressaltar que os objetos matemáticos possuem existência por si próprios, em um mundo composto de ideias.

De acordo com Ernest (1991), embora o platonismo dê conta da objetividade da matemática, há duas grandes fraquezas nesta corrente: primeiro, ela não oferece uma explicação adequada sobre como os matemáticos têm acesso ao conhecimento matemático do mundo ideal; segundo, tal corrente não explica adequadamente a utilidade da matemática, suas relações com as outras ciências, a atividade humana e cultural, e a gênese do conhecimento.

⁵ARTIGUE, M.(1990) Epistemologie et didactique. **Recherches em Didactique des Mathematiques**. vol.10, n.23. Paris.

No segundo grupo, temos filósofos empiristas que defendem a ideia de que a matemática está sujeita à experiência, destacando-se os trabalhos de Newton (1643-1727), Locke (1632-1704), Berkeley (1685-1753) e Hume (1711-1776). Para Newton (1643-1727), a ciência constitui-se em um corpo de verdades absolutamente seguro a respeito do mundo natural. A matemática tinha por fim propiciar uma explicação para os fenômenos observados, e deveria moldar-se em função da experiência. As leis matemáticas eram não somente dedutíveis dos fenômenos físicos, mas também verificáveis por meio de tais fenômenos. O ápice do empirismo é obtido com Hume, para o qual a experiência e a observação são as únicas componentes que dão uma fundamentação sólida à ciência humana. Esse último filósofo entendeu por prova os argumentos derivados da experiência que não davam lugar à dúvida ou à oposição. Tais argumentos são fundamentados exclusivamente no hábito. As ideias abstratas ou gerais são consideradas imperfeitas, quando não adquiridas por meio de relações entre as ideias particulares. O mundo de Hume é um mundo sem razão, sem lógica, pois o costume, ou o hábito, é o último princípio que se pode assinalar em todas as nossas conclusões derivadas da experiência (MENEGHETTI, BICUDO, 2003).

Esses autores destacam que uma posição intermediária entre os dois grupos é defendida por Kant, para o qual todo conhecimento parte da experiência, tornando-se independente dela, pois a ciência deve ser universal e necessária. Portanto, a filosofia kantiana pode ser vista como um ensaio de se considerar na constituição do conhecimento ambos os aspectos: o intuitivo e o lógico. Porém, está bem documentado na história e filosofia da matemática que apesar de tal tentativa, depois de Kant, com as correntes filosóficas fundamentalistas que surgiram no final do século XIX, a experiência foi novamente posta de lado. Assim, as três correntes filosóficas que surgiram nessa época, a saber, o logicismo, o formalismo e o intuicionismo, pretendiam fundamentar a natureza do conhecimento matemático.

O Logicismo tinha como característica principal o fato da matemática ser vista apenas sob a ótica da lógica. Frege (1848-1925) foi um dos primeiros a defender tal posição, tentando reduzir a aritmética à lógica. Russell (1872-1970) deu sequência a esse trabalho, buscando generalizá-lo para toda a matemática (MENEGHETTI, 2005). Ernest (1991) destaca que Russell proporcionou ao logicismo maior clareza e formulação explícita, sendo atribuída a ele célebres frases, tais como:

1. Todos os conceitos matemáticos podem, em última instância, serem reduzidos a conceitos lógicos, desde que entre estes estejam incluídos

conceitos como a teoria dos conjuntos ou algum outro sistema familiar, como a teoria dos tipos de Russell.

2. Todas as verdades da matemática podem ser provadas apenas através dos axiomas e regras de inferência da lógica (ERNEST, 1991, p. 9, tradução nossa).

No Formalismo a preocupação passou a ser garantir a consistência nas investigações em matemática. Com isso a matemática passou a ser concebida como um sistema formal fechado, que parte dos axiomas e dos termos iniciais e se desenvolve, numa cadeia ordenada de fórmulas mediadas por teoremas, sem nunca sair de si mesmo, tornando-se semelhante a um jogo fundado exclusivamente nas próprias regras.

No intuicionismo a matemática é considerada puramente intuitiva e independente da lógica, podendo ser derivada de séries fundamentais de números naturais através de métodos construtivos intuitivamente claros. Nessa filosofia, a linguagem e outros aparatos simbólicos, inclusive a lógica, não são instrumentos matemáticos, mas meios de comunicação das ideias matemáticas e, portanto, deixam de ser básicos à matemática. Assim, tal como salienta Dossey (1992), ao contrário dos logicistas, que aceitaram os conteúdos da matemática clássica, os intuicionistas admitem apenas a matemática que poderia ser desenvolvida a partir dos números naturais e por meio de provas construtivas.

Um fator comum entre essas três correntes é que elas buscaram fornecer à matemática uma fundamentação sólida. Entretanto, elas falharam em seus propósitos e a natureza do conhecimento matemático passou a ser novamente questionada.

No caso do logicismo, as falhas ocorreram devido ao surgimento de alguns paradoxos. O primeiro deles foi apontado por Russell em 1902, conhecido como ‘paradoxo de Russell’⁶; o qual abalou o projeto de Frege de reduzir a aritmética à lógica. O próprio Russell deu continuidade ao projeto logicista e, buscando evitar a inconsistência presente na teoria de Frege, apresentou como saída a geração de uma hierarquia de objetos, dando origem a conhecida teoria dos tipos de Russell. No entanto, para restringir as definições e evitar o paradoxo presente no sistema de Frege, Russell teve

⁶ O paradoxo que Russell apontou na teoria de Frege é o seguinte: na teoria deste último, conceito admite extensão. Essa extensão do conceito é um objeto. A extensão do conceito é um objeto do qual posso perguntar se ele cai sob o conceito. Pode-se também perguntar se ele cai sob o conceito que lhe deu origem. Foi isso que originou o paradoxo de Russell, visto que, se admitirmos o conceito $x \notin x$, a extensão deste conceito é a classe $y = \{x; (x \notin x)\}$, i.e., a classe de tudo aquilo que não é membro de si próprio. Desde que y é um objeto, podemos perguntar se ele cai ou não sob o conceito $x \notin x$, i.e., $y \in y$ ou $y \notin y$. Mas, se $y \in y$, chegamos à conclusão de que $y \notin y$; e se $y \notin y$, chegamos a $y \in y$. Todavia, ambos os casos são contraditórios. Tal paradoxo põe em risco todo o trabalho de Frege, que, então, passa a buscar uma solução para o problema, porém ele não obteve sucesso.

que introduzir o chamado “Princípio do Círculo Vicioso” (PCV)⁷ e ainda postular um princípio não lógico, o “axioma da redução⁸”.

O axioma da redução foi o meio empregado por Russell para que o conhecimento fosse totalmente desligado do mundo empírico ou intuitivo. Tal axioma manifestava a crença de que todas as descobertas, envolvendo expressões de objetos abstratos que exibissem algum conteúdo empírico ou exprimissem algum conteúdo ingênuo, poderiam ser expressas novamente, reduzindo-se a linguagens que não contivessem essas manifestações (TILES, 1991).

Segundo Tiles (1991) esse axioma por se tratar de um axioma existencial e não lógico, sugere um retorno a alguma forma de platonismo; fato este que enfraqueceria o PCV, uma vez que adota-se uma posição platônica de que números, classes, conceitos e funções com uma existência independente de nós e de nossas atividades matemáticas. Esse foi, essencialmente, o argumento que acarretou na impossibilidade do projeto logicista e, com isso, foi possível mostrar que o logicismo de Russell também não pode ser realizado.

O formalismo foi importante para o desenvolvimento da matemática, pois estabeleceu critérios que permitiram o desenvolvimento de trabalhos em lógica matemática, gerou a teoria de modelos, a teoria de sistemas formais e a teoria de função recursiva. No entanto, o programa formalista não pode ser efetuado, visto que a matemática não foi capaz de provar sua própria consistência.⁹ Além disso, tal como destaca Tiles (1991), a conceituação da atividade matemática que é incentivada pelo formalismo teve efeitos negativos em toda a ciência, pois se a matemática for pensada como um jogo de fórmulas, então não há por que buscar significado no trabalho do matemático.

Quanto ao intuicionismo, esta corrente foi praticamente rejeitada pela maioria da comunidade matemática. Snapper (1979) aponta que isso ocorreu principalmente por três motivos: (a) os matemáticos clássicos recusam-se a jogar fora muitos teoremas que são combinações sem significados para os intuicionistas; (b) nos teoremas que podem ser provados tanto pelos intuicionistas como pela matemática clássica, a prova clássica é

⁷ O PCV estabelece que: “nenhuma entidade pode ser definida em termos de uma totalidade da qual ela é, por si mesma, um possível membro”. É este princípio que permite o surgimento de uma hierarquia de tipos de objetos: “a teoria dos tipos simples”.

⁸ Tal axioma afirma que toda função proposicional é formalmente equivalente a uma “função predicativa”. Funções são chamadas “formalmente equivalentes” se forem verdadeiras ou falsas para os mesmos valores de suas variáveis.

⁹ O teorema de Gödel de 1931, por exemplo, mostrou que a formalização não pode ser considerada uma técnica por meio da qual se pode provar que a matemática é livre de contradição.

bem mais curta; (c) existem teoremas que valem no intuicionismo e que, no entanto, são falsos na matemática clássica.

Uma análise fornecida por Silva (1999) aponta que tais correntes, embora com propósitos diferentes, possuíam como características comuns: (a) o abandono da experiência como fonte de conhecimento e (b) o consenso do caráter absoluto do conhecimento matemático. Meneghetti e Bicudo (2003) acrescentam a essas características o fato dessas correntes considerarem os aspectos intuitivo e lógico sempre como excludentes e, portanto, esses autores apontam para a importância de concebê-los como complementares.

O não sucesso dessas correntes levou a se repensar a respeito das bases filosóficas da matemática e com isso novas propostas foram surgindo na direção de se compreender o conhecimento matemático. No que segue buscamos apresentar algumas das concepções mais recentes e de grande influência acerca da natureza do conhecimento matemático.

Para Hersh (1985) uma filosofia mais adequada deve levar em consideração o significado e a natureza da matemática. Segundo ele, a matemática não pode ser concebida como uma ciência apoiada em verdades absolutas, pois nossa experiência real com essa ciência apresenta inúmeras incertezas. No dia a dia, nosso conhecimento está sujeito a correções, é parcial e incompleto; a possibilidade de corrigir erros é, exatamente, dada em confronto com a experiência. As provas não são universais, diferindo-se de um ramo para outro da matemática e de uma época histórica para outra. Assim, faz-se importante considerar também os aspectos históricos da matemática.

Desta forma, Hersh (1985) sugere que se deve considerar o conhecimento da matemática como ele realmente é, ou seja, falível, corrigível, experimental e envolvente; tal como qualquer outro conhecimento humano. Ao invés de olharmos para fundamentações vãs ou nos sentirmos desorientados e não legitimados por uma fundamentação, devemos buscar olhar a matemática como ela realmente é. Isso implica em refletirmos sobre o que fazemos quando ensinamos, usamos, inventamos ou descobrimos matemática, seja pelo estudo da história, pela introspecção ou pela observação (imparcial) de nós mesmos.

Para Lakatos (1985), a matemática não é radicalmente separada das ciências naturais, nas quais o conhecimento dá-se *a posteriori*¹⁰ e é falível. Entretanto, também não é uma ciência apenas empírica, mas é “quase-empírica”; a qual pode ou não ser empírica. No

¹⁰ O termo *a posteriori* refere-se a conhecimentos que são baseados exclusivamente na experiência.

sentido usual, uma teoria é empírica somente se seus teoremas básicos forem afirmações básicas particulares (espaço-temporalmente).

Inspirando-se na Filosofia da Ciência de Karl Popper, Lakatos (1985) distingue dois tipos de teoria: a Euclidiana e a quase-empírica. As afirmações básicas da Teoria Euclidiana são seus axiomas e as regras de inferência são precisamente determinadas. A verdade é inserida num sistema de axiomas e, desta maneira, suas consequências dedutivas “seguem para baixo”, atingindo os teoremas. O conhecimento dado pela prova é infalível.

Por outro lado, uma teoria quase-empírica inicia-se quando seus assuntos ainda não estão determinados, tendo por objetivo chegar aos princípios básicos. Suas afirmações básicas referem-se a um conjunto especial de teoremas, sentenças de observação ou resultados experimentais; e suas regras de inferência são formuladas com menos precisão. Neste tipo de teoria, os axiomas e os princípios básicos são resultados de especulações audaciosas que sobrevivem ao teste de severas críticas. Uma teoria formal deve ser a formalização de alguma teoria informal e deverá ser “refutada” se um dos seus teoremas for negado pelo teorema correspondente na teoria informal¹¹.

O visão da matemática no quase-empirismo leva em consideração a atividade dos matemáticos, isto é, o que eles fazem e têm feito, com todas as imperfeições inerentes a qualquer atividade ou criação humana. O quase-empirismo passou a representar uma “nova direção na filosofia da matemática” (TYMOCZKO¹², 1986 apud ERNEST, 1991, p. 35, tradução nossa), pois prioriza a prática da matemática. O método adotado por Lakatos, denominado de provas e refutações, trata-se de um método de heurística matemática, no qual se enfatiza a importância dos fatores históricos para o desenvolvimento da matemática.

Thom (1985) também defende que o conhecimento matemático não é absoluto. Para ele as formas matemáticas têm existências que, embora sejam diferentes das existências concretas presentes no mundo externo, ainda assim, estão profundamente ou sutilmente relacionadas a esse mundo.

Esse autor também argumenta que não há nenhuma definição precisa de rigor e uma prova seria tida como rigorosa se obtivesse aprovação dos principais especialistas da época, portanto, tratava-se de um rigor local. Sobre isso, ele ainda alerta que aquilo que

¹¹ Tal teorema informal é chamado de falsificador heurístico da teoria formal.

¹² TYMOCZKO, T. (ed.) *New Directions in the Philosophy of Mathematics*, Boston, Birkhauser.

as teses fundamentalistas prometem, mas não cumprem, é um rigor global fornecido definitivamente, entretanto, tudo o que nossa experiência real revela é um rigor local.

Wilder (1985) busca descrever a matemática como um sistema cultural envolvente, acreditando que algumas de nossas perplexidades filosóficas podem ser respondidas pela aprendizagem de como a matemática muda, ou seja, como veio a ser o que é hoje, considerando o que foi no passado. Na obra “A Base Cultural da Matemática”, o autor desenvolve a concepção de que a matemática é, em parte, um produto cultural e, portanto, um assunto em constante mudança. Ele tenta aplicar à sua ideia os métodos das ciências sociais, especialmente os da antropologia, sociologia e história. Com isso, o conhecimento matemático passa a ser visto como uma propriedade coletiva, portanto, parte de um conhecimento público. Assim, para esse autor, tal como outros traços culturais, a matemática não é uma construção arbitrária perfeita de um indivíduo matemático. O estado e a direção do crescimento da matemática são determinados pela complexidade geral de forças culturais (internas e externas)¹³. Também Bishop (1988) enfatiza o aspecto cultural do conhecimento matemático, para ele as ideias matemáticas são geradas por diversos grupos culturais, desenvolvidas como resultados de várias atividades. Nesse sentido, a matemática ocidental, por exemplo, é uma entre muitas outras.

Restivo (1993) destaca o caráter social do conhecimento matemático. Para este autor a matemática é concebida como uma prática social que está conectada e é interdependente de outras práticas sociais. Ele destaca que mundos matemáticos são mundos sociais e enfatiza que é preciso recuperar os mundos sociais que temos progressivamente tirado do processo de produzir e apresentar os objetos matemáticos.

A partir do percurso traçado podemos observar que algumas das correntes filosóficas que surgiram pós-crise fundamentalista da matemática buscam explicar o conhecimento matemático, reconhecendo (ou recuperando) outros pontos importantes em sua constituição, tais como: a falibilidade, os aspectos intuitivos, experimentais, temporais, históricos, culturais e sociais. Dessa forma, enquanto as correntes filosóficas fundamentalistas da matemática (datadas do final do século XIX e início do XX) buscavam reduzir o conhecimento matemático a um único aspecto (seja lógico, intuitivo ou formal), hoje se procura analisar a matemática como ela é, considerando-a como

¹³ A cultura não é apenas uma coleção de costumes, rituais, crenças, instrumentos, mas, sim, algo que muda no curso do tempo, formando o que chamamos de uma “corrente cultural”. Da mesma forma que os

parte da criação humana e, como tal, sujeita a erros e correções. A matemática deixa de ser vista como uma ciência que repousa sobre verdades absolutas e passa a ser concebida como um conhecimento falível, corrigível, parcial e incompleto. Silva (1999) considera que a pergunta “o que é isto, a matemática?”, sobre natureza da matemática, além de ter recebido mais de uma resposta, não está definitivamente respondida, e, devido ao fato da matemática estar em constante alteração e reinterpretação, tal pergunta não pode ser respondida de uma vez por todas.

Este último autor afirma ainda que a filosofia da matemática e a filosofia da educação matemática estão interligadas, ou seja, não há prática ou teoria pedagógica que não seja influenciada, quando não determinada, por uma concepção filosófica sobre a natureza da matemática. Outros autores, como apontado em Meneghetti (2003; 2009), têm destacado aspectos que relacionam a filosofia da matemática com a filosofia da educação matemática, mostrando-nos que tais campos científicos podem influenciar-se mutuamente. Essa autora cita entre esses trabalhos os de: Thompson (1984); Steiner (1987); Fiorentini (1995); Miguel (1995); Meneghetti e Bicudo (2002); Bicudo e Garnica (2003).

Nessa direção, Thom (1971 apud ERNEST, 1991, p.296, tradução nossa) já havia colocado que “[...] quer se queira ou não, toda pedagogia matemática, mesmo se escassamente coerente, repousa sobre uma filosofia da matemática”.

Ernest (1991) relaciona as concepções sobre a natureza da matemática com modelos de ensino, apontando a dicotomia entre as visões absolutista e falibilista, e sugerindo a adoção de uma nova filosofia para a educação matemática. Segundo a visão absolutista, “[...] o conhecimento matemático é feito de verdades absolutas e representa o domínio único do conhecimento incontestável [...]” (ERNEST, 1991, p.7, tradução nossa). A visão falibilista, por outro lado, considera o conhecimento matemático falível, corrigível e em contínua expansão, como qualquer outro tipo de conhecimento humano. Para Ernest (1991) a matemática tem uma natureza dialógica que inclui sua base textual, seus conceitos, as origens e natureza da prova e os processos sociais por meio dos quais o conhecimento matemático é criado, justificado e aprendido¹⁴.

Portanto, para concluir esta seção, corroboramos com Fiorentini (1995, p.4), que “[...] por trás de cada modo de ensinar, esconde-se uma particular concepção de

botânicos, os economistas, os fazendeiros, como matemáticos (individuais) também somos suscetíveis a forças culturais.

aprendizagem, de ensino, de matemática e de educação”. O autor também ressalta que um professor que compreende a matemática como uma ciência exata, logicamente organizada e a-histórica, sem dúvida terá uma prática pedagógica diferente daquele que a compreende como uma ciência viva, dinâmica e historicamente construída pelos homens, atendendo a determinados interesses e necessidades sociais.

2. Sobre a metodologia

Esta pesquisa segue uma abordagem qualitativa de investigação, um estudo de caso, efetuada junto aos alunos do último ano do curso de bacharelado em matemática de uma universidade pública do Estado de São Paulo. Vale salientar que as pesquisas de caráter qualitativo têm o ambiente natural como fonte direta de dados e o pesquisador como principal instrumento. Este deve estar em contato direto com o ambiente e a situação a ser investigada, uma vez que, as situações onde os fenômenos ocorrem são muito influenciadas pelo contexto (BOGDAN; BIKLEN, 1994). O estudo de caso é compreendido como o estudo de um caso em particular, isto é, o estudo detalhado de um ambiente, de um sujeito ou de uma situação, podendo este ser simples e específico ou complexo e abstrato. Porém, salienta-se que, independentemente do caso a ser estudado, este deve ser sempre bem delimitado e o pesquisador deve ter claros os objetivos de seu estudo (LÜDKE; ANDRÉ, 1986). Ainda segundo esses autores, no estudo de caso temos: (a) fase exploratória, momento em que se define o objeto de estudo, especificam-se as questões ou objetivos da investigação; localizam-se os informantes e as fontes de dados necessárias ao estudo; (b) delimitação do estudo, fase em que se inicia a coleta de informações, delineada pelas características próprias do objeto de estudo; nessa fase, é importante determinar os focos da investigação para conseguir atingir os propósitos do estudo de caso e para chegar a uma compreensão mais completa da situação estudada, uma vez que, nunca será possível explorar todos os pontos de um mesmo fenômeno num curto espaço de tempo e; (c) depois se procede à análise sistemática dos dados e à elaboração dos relatórios.

A escolha do curso e da universidade em questão se deu pelo fato de o instituto ao qual pertence esse curso possuir um programa de pós-graduação em matemática muito bem avaliado pela comunidade dos matemáticos, caracterizando-se como um centro importante de pesquisas em matemática de reputação nacional e internacional.

¹⁴ Para esse autor a forma dialética é intrínseca aos processos heurísticos e epistemológicos do conhecimento matemático. Estes por sua vez são analisados sob seus aspectos culturais e linguísticos.

O levantamento de dados se deu por meio de entrevistas (semiestruturadas) e por análise documental (como meio de complementar os dados obtidos com as entrevistas, principalmente no que se refere à caracterização dos sujeitos entrevistados). As entrevistas, cujos roteiros estão em anexo, foram gravadas, transcritas e posteriormente analisadas.

Tal como posto por Rosa e Arnoldi (2006), durante as entrevistas, permitiu-se que os entrevistados verbalizassem seus pensamentos e traçassem reflexões sobre as questões apresentadas.

Entendemos que, enquanto técnica de obtenção de dados, a entrevista é bastante adequada para a aquisição de informações acerca do que as pessoas sabem, creem, esperam, sentem ou desejam, pretendem fazer, fazem ou fizeram, bem como sobre as suas explicações ou razões a respeito das coisas precedentes (SELLTIZ, 1967 apud GIL 2008).

Já os documentos analisados foram os históricos escolares de graduação dos alunos e o Projeto Político Pedagógico do curso de licenciatura e de bacharelado em matemática. Tais documentos foram estudados visando obter informações sobre as disciplinas cursadas pelos entrevistados, dentre o rol de disciplinas oferecidas pela universidade na qual a pesquisa foi realizada.

Foram entrevistados nove alunos (possíveis formandos do curso). As entrevistas foram realizadas individualmente, em um horário combinado com os entrevistados. Para manter o sigilo das respostas obtidas, os sujeitos foram denominados por letras de A a I. Para a realização das entrevistas elaboramos um roteiro constituído de dois eixos: o primeiro formado por perguntas relativas à concepção do conhecimento matemático (exceto uma em que se perguntava por que a opção pela carreira de bacharel em matemática), em um total de oito questões, e o segundo era composto de treze questões relativas às concepções de ensino e aprendizagem de matemática. Além disso, no início das entrevistas foram feitas algumas questões com o intuito de obter dados gerais dos entrevistados, tais como o curso em que estavam matriculados, quando ingressaram, porque optaram por essa profissão, etc.

Sobre o primeiro eixo do roteiro, havia uma questão de múltipla escolha em que se questionava a base do conhecimento matemático. As demais questões desse eixo foram perguntas abertas relacionadas às concepções de conhecimento matemático dos entrevistados. A respeito do segundo eixo, concernente às concepções de ensino e aprendizagem de matemática, havia uma questão de múltipla escolha, na qual o

entrevistado deveria apontar aspectos que considera importantes para se aprender matemática. As demais desse último eixo foram feitas em forma de perguntas abertas.

2.1 Sobre a análise das entrevistas

Para tratar os dados obtidos com as entrevistas realizadas, procedemos da seguinte forma: primeiramente, analisamos as descrições das falas dos sujeitos buscando por unidades de significado (na próxima seção apresentaremos uma ilustração desse procedimento); em seguida, procuramos pelas convergências entre as unidades de significados, conduzidos pelo propósito da investigação e das categorias de análise pré-estabelecidas pelos investigadores a partir das questões que foram investigadas, as quais serão destacadas no próximo item (quando se estabelecerá uma síntese das convergências). A partir disso procedemos à interpretação dos dados (discussão dos resultados).

As unidades de significado, ou unidades de significação, como colocado em Bardin (1977), correspondem às partes do conteúdo a serem tomadas como unidades base, podendo ser um recorte de ordem semântica (tema) ou aparentemente linguístico (palavra ou frase).

Quanto às categorias, as mesmas “[...] são empregadas para se estabelecer classificações. Nesse sentido, trabalhar com elas, significa agrupar elementos, ideias ou expressões em torno de um conceito capaz de abranger tudo isso.” (GOMES, 2002, p. 70). Segundo Fiorentini e Lorenzato (2006), as categorias que utilizamos são denominadas *categorias definidas a priori*, por serem estabelecidas antes da realização do trabalho de campo.

3. Resultados da análise

3.1 Sobre os sujeitos entrevistados

Os nove sujeitos entrevistados eram alunos do último ano do curso de bacharelado em matemática e possíveis formandos desse curso. Nas questões iniciais das entrevistas e também por meio da análise dos históricos dos participantes obtivemos que quatro dos nove alunos (A, C, E e H) cursavam bacharelado e licenciatura em matemática. Esse grupo de alunos já havia cursado, respectivamente, duas, seis, oito e sete disciplinas do curso de licenciatura em matemática. Os outros cinco alunos encontravam-se matriculados apenas no curso de bacharelado (B, D, F, G e I). Esse último curso não

possui um núcleo de formação pedagógica (NFP), e contempla apenas a formação em conteúdos específicos da matemática. Porém, ao aluno é dada à opção de cursar algumas disciplinas do NFP, e estas contarão como disciplinas optativas¹⁵; entretanto, para quem quiser cursar pós-graduação em matemática, a coordenação do curso de bacharelado aconselha que o aluno escolha predominantemente disciplinas optativas específicas da lista do bacharelado.

Vale esclarecer que de acordo com o PPP (Projeto Político Pedagógico) dos cursos de bacharelado em matemática e licenciatura em matemática da universidade na qual a pesquisa foi realizada, a diferença entre ambos é que o curso de bacharelado em matemática tem por finalidade preparar profissionais para a pesquisa e para a carreira no ensino superior; já o de licenciatura em matemática objetiva propiciar a formação profissional de professores de matemática para a educação básica e possibilitar também uma visão ampla do conhecimento matemático e pedagógico, de modo que este profissional possa especializar-se posteriormente em áreas afins, como na pesquisa em educação ou educação matemática, na pesquisa em matemática, ou nas áreas de administração escolar.

Dos alunos matriculados apenas no curso de bacharelado, B e G cursaram uma disciplina do NFP; os outros três (D, F e I) cursavam bacharelado e não tinham feito nenhuma disciplina do NFP. Com isso, observamos que os alunos que cursavam bacharelado e licenciatura concomitantemente, além da formação em conteúdos específicos de matemática, possuíam em sua formação disciplinas da licenciatura em matemática do NFP.

No início da entrevista, quando indagamos sobre os **motivos pelos quais esses alunos decidiram cursar bacharelado**, obtivemos os seguintes agrupamentos: (i) porque não gosta de lecionar (B, C, D, G); (ii) porque gosta de matemática pura (B, F, I); (iii) para poder lecionar no ensino superior (F); (iv) porque sentia que havia um preconceito com relação ao curso de licenciatura (H); (v) com intuito de obter mais um diploma (E).

Observamos que dos quatro alunos que responderam não gostar de lecionar, três faziam unicamente o bacharelado (B, D, G). Além disso, um aluno aponta que há um preconceito em relação ao curso de licenciatura em matemática principalmente pelo fato do curso conter disciplinas pedagógicas, em que o raciocínio matemático não é tão exigido. Vale ressaltar que essa posição de que a matemática é superior às outras

¹⁵ Esse aluno tem que cursar quatro disciplinas optativas, podendo escolher de uma listagem oferecida especificamente para o bacharelado ou de outra lista específica para a licenciatura.

ciências foi fortemente presente em correntes filosóficas racionalistas, tais como no realismo platônico ou no idealismo de Descartes.

3.2 Concepções de conhecimento matemático

No que segue, a título de ilustração referente à primeira questão desse eixo, apresentaremos trechos das falas dos sujeitos, destacando aquilo que era significativo para nossa pesquisa em relação à pergunta efetuada. Na sequência, buscamos pelos agrupamentos das unidades de significado (convergências) e sintetizamos os resultados. O mesmo procedimento foi utilizado na análise das demais questões desse eixo. Assim, para essas questões apresentamos apenas uma síntese das convergências obtidas.

Quando se perguntou aos sujeitos: “Para você, o que é o conhecimento matemático?”, obtivemos respostas que foram agrupadas e interpretadas como segue.

O entrevistado D foi o único a não apresentar uma posição:

(...) mas o que é conhecimento matemático eu não sei... [Entrevistado D]

Os Entrevistados B, E e G responderam que o conhecimento específico de matemática está ligado diretamente à lógica, o conhecimento é obtido através das relações lógicas ou por meios formais. Essas ideias se assemelham às defendidas por correntes filosóficas absolutistas predominantes do século XIX, como o logicismo e o formalismo (MENEGETTI, 2003).

(...) deve ser o conjunto de regras, resultados, axiomas...tudo o que a gente tem como ferramenta lógica (...). [Entrevistado B]

Observamos que as respostas dos Entrevistados E e G foram as que mais se aproximaram da ideia do logicismo.

(...) seria todo aquele conhecimento que eu posso obter através de relações lógicas... [Entrevistado G].

(...) acho que é somado várias coisas, desde a lógica, de você saber tratar aqueles radicais lógicos “e” ou “ou”, que o pessoal tem muita dificuldade, a você formular o mundo ao redor de você, você resolver, equacionar os problemas através do raciocínio matemático, e na geometria também né... [Entrevistado E]

O entrevistado C apresentou uma concepção de matemática semelhante ao formalismo, ou seja, isenta de significado, como ciência abstrata com foco na demonstração.

(...) a visão que eu tenho de matemática é uma coisa muito prove, demonstre; uma coisa muito abstrata. [Entrevistado C]

Por outro lado, esses mesmos entrevistados, A, B, E e G, responderam, também, que o conhecimento específico de matemática é uma forma de abstrair e de justificar o que se vê na natureza e no dia a dia.

- (...) a matemática (...) é uma coisa que você estuda, já existe na natureza, existe a matemática, você vê ela, geometria principalmente. [Entrevistado E]*
- (...) ela é a lente pela qual você vê a física, a química, a biologia (...). [Entrevistado B]*
- (...) conhecimento matemático (...) é abstração do que eu posso encontrar na natureza, como por exemplo, um dado físico-químico etc. [Entrevistado G]*
- (...) acho que o conhecimento matemático na verdade é uma forma de tentar justificar o que a gente vê na natureza... [Entrevistado A]*

Vale salientar que o conhecimento matemático como forma de justificar o que se vê na natureza é uma concepção relacionada, por exemplo, ao empirismo. Porém o Entrevistado A acrescentou que a matemática vai além do que se vê na natureza, pois há ideias que os matemáticos desenvolvem que não existem na natureza.

- (...) não é só isso né porque vai além, porque têm coisas que a gente cria que não existe na natureza... [Entrevistado A]*

Os Entrevistados F, H e I responderam, respectivamente, que o conhecimento matemático é a tentativa de resolver o maior número de problemas possíveis; que é utilizar a matemática no dia a dia.

- (...) então pra mim conhecimento matemático é você tentar resolver o maior número de problemas né... [Entrevistado F]*
- (...) acho que é você utilizar a matemática não só em sua profissão, mas no seu dia a dia também, como um conhecimento geral de tudo... [Entrevistado H]*
- (...) não é você ter um monte de informação (...) e sim ter um certo amadurecimento, é você ver as ideias e saber desenvolver elas assim... [Entrevistado I]*

Essa última posição vai ao encontro de concepções filosóficas da matemática mais recentes, como as apresentadas na parte teórica que concebem a matemática como parte da atividade humana e, portanto, sujeita a erros e correções.

Assim, no que se refere às **concepções de conhecimento matemático**, as respostas puderam ser agrupadas de acordo com as seguintes categorias: (i) não apresentou nenhuma posição, ou seja, não soube responder (D); (ii) acredita que seja um conhecimento diretamente ligado à lógica (B, E, G); (i) é um conhecimento usado para

justificar o que há na natureza e em outras ciências (A, B, E, F); (ii) é um conhecimento utilizado para resolver problemas do dia a dia (F, H, I).

Como já esclarecido, abaixo apresentamos para as demais questões as sínteses das convergências obtidas.

3.3 Sobre a base do conhecimento matemático

Quando indagamos a respeito da base do conhecimento matemático obtivemos: (i) é a experiência obtida a partir da manipulação de conceitos matemáticos (B, D, E, F, H, I); (ii) é o raciocínio lógico e a intuição (A, C, G); (iii) está relacionada com a história e cultura (A, C, D, G, H); (iv) não depende da história e da cultura (B, E, F, I); (v) é temporal, usada para resolver problemas da época (A, E, G); (vi) é atemporal (B, F, I). Assim, assim observamos que para B, F e I, ao mesmo tempo em que afirmam que a base do conhecimento matemático é a experiência, também acham que a matemática não depende da história e da cultura, e que ela é atemporal; entretanto, para esses a experiência se restringe àquela resultante do trabalho com conceitos matemático, ou seja, interior à própria matemática. Já A, C e G caracterizam um grupo que concebe a intuição e a história como importantes para compor a base do conhecimento matemático. Além disso, todos foram unânimes em conceber que a matemática não é um conhecimento absoluto e que suas verdades são sempre questionáveis. Em especial este último ponto vai ao encontro de concepções de conhecimento matemático surgiram depois crise fundamentalista, como destacado na parte teórica.

3.4 Sobre a origem do conhecimento matemático.

Como complementação do item anterior apresentamos aos alunos uma questão de múltipla escolha composta de várias afirmações a respeito do conhecimento matemático para o aluno concordar ou não e apresentar uma justificativa. A respeito disso obtivemos que para um grupo significativo (A, B, C, E, G, I) a matemática se origina do mundo físico, cabendo ao homem extrair o conhecimento oriundo deste através dos sentidos. Quatro dos entrevistados (A, B, F, H) afirmam que a matemática é criada pelos homens como uma tentativa de compreender a natureza e o que existe nela. Para os alunos D e F (ambos cursam apenas o bacharelado) a matemática não tem origem no mundo físico, pois alguns conceitos ligados a ela não estão relacionados à realidade.

Portanto, a maioria acredita que a matemática se origina do mundo físico ou é criada pelo homem.

Dessa forma, observamos também uma posição que se aproxima de concepções filosóficas da matemática mais recentes, ou seja, concepções mais humanistas da matemática, que relaciona essa ciência com o mundo físico e a compreende como criada pelo homem.

3.5 Influências na constituição das concepções a respeito do conhecimento matemático

A respeito das percepções dos entrevistados sobre o que os influenciaram a formar suas opiniões quanto ao conhecimento matemático obtivemos: (i) Para B, C, D, F, G, H, I as principais influências foram da universidade, dos professores e do curso; (ii) B, F, G, I mencionaram o ensino médio e os professores deste nível de ensino; (iii) B e C mencionaram a própria experiência com a matemática; (iv) A e E citaram interesses pessoais extracurriculares, inclusive em assuntos nem sempre relacionados com a matemática; (v) apenas H citou explicitamente as disciplinas da licenciatura (NFP).

Assim, em relação a esse aspecto, observamos que, apesar das influências serem diversas, a maioria citou a influência dos professores e dos cursos, principalmente no nível superior. Esse fato destaca a importância da formação profissional, no caso, da educação, como base para fundamentar as concepções de conhecimento matemático.

3.6 Concepções de conhecimento matemático anteriores à formação universitária

Sobre suas concepções de conhecimento matemático antes de entrar na universidade observamos as categorias: (i) percebia maior aplicação do conhecimento matemático no dia a dia (C, D); (ii) era mais fácil, com um universo de conhecimento menor (B, G); (iii) era algo absoluto, pronto e acabado, independente da existência humana (A, H); (iv) não houve mudanças (E, F). Portanto, percebemos que ao refletirem sobre o conhecimento matemático que tinham antes de ingressarem na universidade, caracterizaram-no como mais fácil, tendo maior aplicabilidade no dia a dia, mas, ainda assim, como absoluto, pronto e acabado.

3.7 A natureza dos objetos matemáticos

Quando indagados a respeito da natureza dos objetos matemáticos, os sujeitos foram unânimes em mencionar que nem tudo o que existe na matemática existe no mundo real. Alguns justificaram suas respostas citando conceitos matemáticos como Corpos, Anéis etc. A partir disso, foi possível os seguintes agrupamentos: (i) objetos matemáticos surgem por necessidades de trabalho dentro da própria matemática, principalmente por necessidade lógica (B, E, G, I); (ii) objetos matemáticos dependem da existência dos seres humanos, e são estes os que os criam e os desenvolvem (A, B, H); (iii) objetos matemáticos não dependem da existência dos seres humanos, existem por si só na natureza (D, E, F). Desses, o último (D) se contradiz quando afirma também que os objetos surgem das necessidades do cotidiano, visando resolver problemas do cotidiano. Dessa forma, observamos que parte dos alunos acredita que os objetos matemáticos existem independentemente dos seres humanos e com uma necessidade própria da matemática, posição que é semelhante a do formalismo matemático; e, outra parte dos alunos apresenta uma posição relacionada a concepções filosóficas da matemática advindas pós-crise fundamentalista.

3.8 Rigor e abstração na matemática

Quanto indagados se a matemática era rigorosa e abstrata, obtivemos duas posições: (i) uma mais flexível, em que se acredita que existe conhecimento matemático que não é nem rigoroso e nem abstrato e também que há conhecimento matemático que é somente rigoroso e não abstrato e vice-versa (A, B, E, H); (ii) e outra mais fechada, constituída por um grupo de cinco alunos (C, D, F, G, I), quatro desses (D, F, G, I) cursando unicamente o bacharelado, acham que a matemática é rigorosa e abstrata; sendo esse o principal motivo das dificuldades dos alunos em aprender matemática.

3.9 Sobre o ensino e a aprendizagem da matemática

Para o segundo eixo, utilizou-se um procedimento de análise análogo ao do primeiro eixo. A título de simplificação apresentamos diretamente a síntese das convergências obtidas referentes aos pontos contemplados nas questões feitas aos entrevistados.

3.9.1 Aspectos importantes na aprendizagem da matemática

Em relação aos fatores que os alunos julgavam mais importantes para se aprender matemática obtivemos: (i) B, C, D, F, G e H citaram a manipulação, a experimentação, a vivência e a percepção; eles mencionaram a possibilidade do aluno realizar experimentos e manipular materiais; aspectos que podem ser relacionados ao empirismo. Percebendo as consequências de suas ações, a aprendizagem se torna mais fácil; (ii) para A, D, E, F e G o que importa é a determinação e a força de vontade. Esses alunos acreditam que, com dedicação, tentativas e persistência, mesmo as pessoas que não têm facilidade conseguem aprender matemática; (iii) raciocínio lógico foi citado por B, F e I, que consideram importante o professor estimular o raciocínio do aluno, fazendo-o compreender cada passo da explicação. Observamos que há alunos que se enquadram aqui em mais de uma categoria e interpretamos isso como apontando para uma complementação entre os aspectos apresentados, ou seja, para F os três aspectos são importantes; para D e G os dois primeiros. Assim, destacamos que o aspecto lógico como único fator foi apontado apenas por I (aluno que cursava unicamente o bacharelado e que não cursou nenhuma disciplina do núcleo pedagógico da licenciatura).

3.9.2 Modos de ensinar a matemática

Quanto às formas de desenvolver e ensinar conteúdos de matemática obtivemos as seguintes convergências: (i) todos os alunos que cursam licenciatura e bacharelado (A, C, D, E, F, H) optaram por um tipo de aula que deve ser iniciada de forma contextualizada; o que também está relacionado a abordagens filosóficas mais atuais da matemática; (ii) todos os alunos que cursavam apenas o bacharelado defendem que o foco da aula deve ser o desenvolvimento do raciocínio e do pensamento matemático (B, G, I); o que está relacionado a abordagens filosóficas da matemática mais tradicionais, como o platonismo e o formalismo; sendo que I acrescentou que lecionaria como é ensinado hoje em dia, com a apresentação da teoria, seguida de exemplos e depois exercícios.

3.9.3 Sobre a avaliação de conteúdos matemáticos

Quanto aos métodos avaliativos: (i) para a maioria (A, B, C, D, F, H) não é suficiente apenas aplicação de provas; (ii) A, C, D e E citaram participação em sala de aula e

envolvimento por parte dos alunos; (iii) B mencionou seminários e listas de exercícios.; (v) B, F e H também citaram as entrevistas, subentendemos que eles se referiam à realização de chamadas orais; (vi) avaliar unicamente por meio de provas foi a posição de dois alunos (E, I).

Sobre esse ponto, percebemos que eles valorizam outras formas de avaliação, ou seja, não somente a prova que em geral é o único meio de avaliação utilizado no ensino tradicional.

3.9.4 Métodos de ensino aplicados aos alunos durante a sua formação

Com relação aos métodos pelos quais os alunos aprenderam matemática nos diversos níveis de ensino constatamos: (i) aprenderam pelo método padrão durante todo o Ensino Básico (F, G, I), em que o professor expunha a teoria seguida de exemplos, e então fornecia alguns exercícios para que os alunos treinassem o conteúdo ensinado. Depois de decorrido um mês o professor aplicava uma avaliação escrita (prova) para verificar se os alunos aprenderam ou não aquele conteúdo; (ii) na educação básica (B, D, E) colocaram que aprenderam superficialmente. Esse grupo relatou que aprendeu matemática de “forma jogada” e que os professores não tinham compromisso algum, nem com seus alunos e nem com o conteúdo a ser ensinado; o que parece estar relacionado a uma abordagem tecnicista da matemática (FIORENTINI, 1995), ou seja, a ênfase não está nem no aluno, nem no professor, nem na compreensão do conteúdo, somente na técnica a ser utilizada. O entrevistado B aponta para uma fragmentação do conteúdo em função do rodízio de professores. (iii) No ensino universitário a matemática foi apresentada de forma direta e formal; o que aponta para uma abordagem formalista da matemática (E); (iv) não mencionaram como aprenderam, mas consideraram as várias experiências que tiveram em relação ao ensino e aprendizagem de matemática como sendo boas, pois proporcionaram descobrir diversas formas de estudo e maneiras de se ensinar matemática (B, C, E, G); (v) não repetiriam a forma como aprenderam (D, F, H), considerando-a incompleta ou com falhas. O sujeito B, destacou como sendo importantes as várias experiências em sua aprendizagem e aqui compreendemos que essas se referiam ao ensino superior, já que ele apontou que aprendera de maneira padrão na educação básica.

3.9.5 Métodos empregados pelos sujeitos da pesquisa durante seus estudos

Com relação aos métodos pelos quais os alunos estudavam a matemática obtivemos: (i) estudo individual, ler e tentar primeiro compreender a teoria e, posteriormente, formar grupos para discutir dúvidas (B, D, E, F, G). Desses, quatro cursavam somente o bacharelado; (ii) resolvendo exercícios (A, C, H, I), esse grupo alega que prefere resolver exercícios para fixar o conteúdo logo após ler a teoria, pois assim conseguem aprender e construir conhecimento com mais eficácia. Sobre esse ponto observamos que a maioria se preocupa em compreender a teoria e valoriza o trabalho em grupo. Já no que se refere aos quatro alunos do item (ii) observamos que eles adotam aqui uma postura mais tecnicista, preocupando-se com a fixação do conteúdo.

3.9.6 Influências na formação de suas concepções a respeito do ensino e da aprendizagem da matemática

Sobre as influências que esses alunos tiveram referentes à formação de suas concepções a respeito do ensino e aprendizagem de matemática obtivemos as seguintes posições: (i) busca interna para uma posição a respeito de como ensinar e como aprender matemática (A); (ii) repetição do modelo de avaliação atual, que é realizada por meio de provas (B); (iii) vivência como aluno (C, D, F, G), nesse grupo G mencionou a influência dos colegas; (iv) experiência em lecionar (E); (v) disciplinas da licenciatura (H); (vi) forma pela qual aprendeu matemática (I).

Apesar da separação efetuada nas categorias aqui apresentadas, entendemos que os itens (iv), (v) e (vi) estão relacionados ao item (iii). Com isso interpretamos que em relação às influências na formação das concepções desses alunos a respeito do ensino e da aprendizagem matemática, para a maioria deles essa influência está relacionada à suas vivências enquanto aluno, o que compreende: a interação com seus colegas, as disciplinas da licenciatura e juntamente com essas a experiência em lecionar (a qual em geral, nos cursos de licenciatura em matemática, é focada nos estágios supervisionados de prática de ensino).

3.9.7 Perspectivas de Carreira

Quando indagados sobre os planos para quando se formarem, obtivemos: (i) continuar a carreira acadêmica (A, B, D, E, F, G, I); (ii) trabalhar em empresas (C), no caso, ele

mencionou os bancos (agências financeiras); (iii) lecionar em escola pública (H). Observamos que a maioria dos alunos quer seguir a carreira acadêmica, tornando-se matemáticos é muito provável que lecionarão no ensino universitário.

Discussão dos resultados e considerações finais

Na análise dos dados, compreendemos que a maioria dos alunos do último ano do curso de bacharelado em matemática focalizado optou por fazer matemática por gostar de matemática pura ou por não querer ou não gostar de lecionar.

Como conclusão do primeiro eixo de investigação, concernente à natureza do conhecimento matemático, observou-se que os alunos mudaram suas concepções referentes ao conhecimento matemático após ingressarem na universidade, influenciados pelo próprio curso e pelos professores do curso. Antes de entrarem na universidade, eles acreditavam que a matemática era inquestionável, fechada, pronta e acabada.

Em suas concepções atuais, houve unanimidade ao considerarem que o conhecimento matemático não é absoluto e a maioria acha que tal conhecimento é uma forma de justificar o que já existe na natureza ou aquilo que faz parte da criação humana; o que vai ao encontro com concepções filosóficas da matemática mais atuais, ou seja, que vieram após a crise fundamentalista. Além disso, boa parte acredita que tal conhecimento é produzido histórico-culturalmente; porém, há ainda o reconhecimento por parte de alguns de que nem tudo que existe na matemática está relacionado à realidade (mundo físico).

Entretanto, no que se refere à natureza dos objetos da matemática, os sujeitos se dividem entre aqueles que acreditam que tais objetos têm existência em si próprios e os que acreditam que esses são derivados da natureza ou criados pelo homem. Os entrevistados também se dividem em relação à abstração e ao rigor na matemática, observando-se que uma posição mais fechada é constituída, em sua maioria, pelos alunos que cursavam somente o bacharelado, os quais consideram toda matemática como rigorosa e abstrata. A posição de considerar os objetos matemáticos com existência em si próprio e de conceber a matemática como rigorosa e abstrata tem relação com correntes filosóficas consideradas clássicas entre os matemáticos como o platonismo, o logicismo e o formalismo.

Quanto ao segundo eixo de investigação, ou seja, sobre as concepções desses alunos referentes ao ensino e aprendizagem de matemática, chegamos à conclusão de que a maioria desses alunos acha que a base para se aprender matemática está relacionada à manipulação, experimentação, vivência e percepção; um grupo considerável citou também a dedicação e a força de vontade; todos os alunos que cursavam a licenciatura em matemática acreditam que para se aprender matemática deve-se optar por adotar uma aula que seja contextualizada; e a maioria desses concorda que provas não avaliam os alunos de uma forma completa. Em relação à forma de estudo adotada, verificou-se que boa parte dos alunos, representada principalmente por aqueles que cursavam unicamente o bacharelado, prefere estudar sozinha e após dominar o conteúdo, se agrupar para discussão do mesmo.

Sobre o método pelo qual eles aprenderam matemática, prevaleceu o estilo padrão (tradicional) ou de forma superficial (sem compromisso com o aluno ou conteúdo); isto é, prevaleceu uma abordagem tradicional ou tecnicista. No ensino universitário houve mudanças, porém prevaleceu uma abordagem formal e direta dos conteúdos matemáticos. Um grupo considerável ainda acrescentou que não repetiria com seus alunos o método a eles empregado.

Sobre a maneira como ensinariam a matemática, um grupo representante da maioria, relatou que ensinaria de forma contextualizada, enfatizando aplicações e exemplos, diferentemente de como é feito no curso universitário, e buscaria motivar seus alunos para despertar interesse no conteúdo que está sendo ensinado; outro grupo, constituído de três alunos, que cursavam somente o bacharelado, focalizaria o raciocínio lógico e o pensamento matemático; talvez influenciado pelo ensino que receberam, o qual, como apontado anteriormente, seguiu uma abordagem mais tradicional. Sobre métodos avaliativos, a maioria dos alunos é contra a prova como único meio de avaliação. Eles alegam que, embora esse seja o meio mais usado na universidade, outras formas de avaliação são importantes, tais como seminários, participação em sala de aula, resolução de exercícios etc. Por fim, a maioria deles visa seguir carreira acadêmica e consentem que para ser um bom professor e ensinar bem é preciso, antes de qualquer coisa, gostar de lecionar.

Desta forma, nesse grupo específico de alunos, em que uma parte cursa apenas o bacharelado e outra cursa bacharelado e licenciatura concomitantemente, verificou-se que suas concepções mudaram principalmente a partir das vivências que tiveram no decorrer do curso.

Embora tenhamos observado uma posição mais flexível no grupo que cursava bacharelado e licenciatura ao mesmo tempo, referente a alguns dos aspectos relacionados à natureza do conhecimento matemático e seu ensino, não há evidências suficientes para afirmar que as disciplinas cursadas na licenciatura (NFP) sejam responsáveis pela formação das opiniões desses alunos. Entretanto, acreditamos pelos indícios apontados nesta pesquisa que a convivência entre os dois cursos possa ter favorecido este tipo de posição.

A crença posta na última afirmação se justifica, pois esperávamos encontrar um maior número de respostas na linha do formalismo ou platonismo, visto que nas disciplinas de conteúdos específicos de matemática, como apontado por um dos alunos, essa ciência foi tratada de maneira formal e direta. Ainda vale destacar que tais disciplinas representam quase que a totalidade das disciplinas do curso de bacharelado em matemática, como já observado, exceto pela liberdade de se cursar algumas disciplinas optativas do curso de licenciatura em matemática.

Além disso, alguns autores, por exemplo, Machado e Menezes (2008), apontam que o trabalho do matemático enquanto cientista apoia-se nessas duas correntes (platonismo e formalismo). Ainda nessa direção, Dossey (1992) salienta que os matemáticos tendem a carregar visões platônicas fortes sobre a existência de conceitos matemáticos fora da mente humana. Para Davis e Hersh¹⁶ (1980 apud DOSSEY, 1992) quando os matemáticos são impulsionados a tornar claras suas concepções de matemática, a maioria apresenta uma posição formalista, considerando essa ciência semelhante a um jogo em que se joga com sistemas de símbolos de acordo com um grupo fixo de regras socialmente aceitas.

Assim, diante da pesquisa realizada, indicamos que o bacharelado agregado à licenciatura (ou parte dela) poderia favorecer uma adequada formação pedagógica ao futuro matemático, que posteriormente atuará no ensino universitário. Levando isso em consideração, sugere-se então que os cursos de bacharelado em matemática repensem a formação dada a seus alunos (futuros matemáticos e professores universitários).

Isso vai ao encontro com o que é posto por alguns autores da área da educação tais como Shulman (1986¹⁷, 1987¹⁸ apud MIZUKAMI et al. 2003) e Garcia (1999), os quais

¹⁶ DAVIS, P., & HERSH, R. (1980). **The Mathematical Experience**. Boston: Birkhauser.

¹⁷ SHULMAN, L.S. (1986) Those who understands: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, v.17, n.1, p.4-14.

salientam a fim de que a aprendizagem de conteúdos matemáticos seja bem sucedida, embora necessário, não é suficiente que o professor saiba apenas o conteúdo, é também essencial que ele tenha uma boa formação pedagógica.

Nessa direção, Shulman (1986, 1987, apud MIZUKAMI et al. 2003, p.67-68) nos coloca que entre os fundamentos sobre a base de conhecimento do professor têm-se diferentes tipos de conhecimento: o conhecimento de conteúdo específico (conceitos básicos de uma área de conhecimento); o conhecimento pedagógico geral (inclui os conhecimentos de objetivos, metas e propósitos educacionais; de ensino e aprendizagem; de manejo de classe e interação com os alunos; de estratégias instrucionais; de como os alunos aprendem; de outros conteúdos; de conhecimento curricular) e conhecimento pedagógico do conteúdo (conhecimento de conteúdos específicos, levando-se em consideração os propósitos do ensino).

Do mesmo modo, ao referir-se ao conhecimento profissional do professor, Garcia (1999, p.88) destaca que é preciso uma combinação adequada entre o conhecimento da matéria (a ensinar) e o conhecimento didático-pedagógico de como ensinar. Por fim, entendemos que tal combinação deve ser considerada em todos os cursos que tenha por objetivo formar professores, em particular, nos cursos de bacharelado em matemática, os quais, embora tenham como foco a pesquisa em matemática, também têm como atribuição a formação de professores que atuarão no ensino superior.

Agradecimentos

Os autores agradecem à Pró-reitoria de Graduação da USP - Programa Ensinar com Pesquisa, pelo apoio financeiro de parte desta pesquisa.

Referências

ABBAGNANO, N. *Dicionário de Filosofia*. Trad. Alfredo Bossi. 2ª ed., São Paulo: Martins Fonte. 1998

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática e os professores: a questão da formação. *Revista BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro, v. 14, n. 15, p. 5-23. 2001

BARDIN, L. *Análise de conteúdo*. Lisboa – Portugal: Edições 70 LDA. 1977

¹⁸ SHULMAN, L.S. (1987). Knowledge and teaching: foundations of a new reform. *Harvard Educational Review*, v.57, n.1.

- BICUDO, M. A.; GARNICA, A. V. M. A. Filosofia da matemática e sua constituição multifacetada: apontamentos sobre algumas de suas questões geradoras. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) *Filosofia da educação matemática: concepções e movimento*. Brasília: Plano Editora. 2003
- BISHOP, A. J. Mathematics education in its culture context. *Educational Studies in Mathematics*, 19(2), 179-191. 1988
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. *Investigação Qualitativa em Educação*. Porto – Portugal: Porto. 1994
- DOSSEY, J. A. The nature of mathematics: its role and its influence. In: GROUWS, D. A. *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan, cap. 2. p. 39-48. 1992
- ERNEST, P. *The philosophy of mathematics education*. Bristol: Farmer. 1991
- FIorentini, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. *Revista Zetetiké*, ano 3, n.4, p.1-37. 1995
- FIorentini, D.; LOrenzato, S. *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. Campinas: Autores Associados. 2006
- GARCÍA, C. M. *Formação de Professores: para uma mudança educativa*. Lisboa: Porto Editora. 1999
- GIL, A. *Métodos e Técnicas de Pesquisa Social – Questionário; Entrevistas e Análise e Interpretação*. São Paulo: Atlas. 2008
- GOMES, R. A análise de dados em pesquisa qualitativa (capítulo IV). In: MINAYO, Maria Cecília de Souza (Org.) *Pesquisa social: teoria, método e criatividade*. 2 ed. Rio de Janeiro: Vozes, p. 67-80. 2002
- GRABINER, J. V. Is mathematical thru time dependent? In: TYMOCZKO, T. (Ed.) *New directions in the philosophy of mathematics: an anthology*. Boston: Birkhäuser, p. 201-214. 1985
- LAKATOS, I. A renaissance of empiricism in the recent philosophy of mathematics. In: TYMOCZKO, T. (Ed.) *New directions in the philosophy of mathematics: an anthology*. Boston: Birkhäuser, p. 29-48, 1985.
- LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. *Pesquisas em Educação: Abordagens Qualitativas*. São Paulo: EPU. 1986
- MACHADO, C. T. O.; MENEZES, J. E. Concepções de professores que ensinam matemática sobre números racionais, suas experiências e as implicações em suas práticas na 5ª série do Ensino Fundamental. *Educação Matemática em Revista*. n.25, ano 13, p.5-21. 2008
- MENEGHETTI, R. C. G. *O Intuitivo e o Lógico no Conhecimento Matemático: uma análise a luz da história e da filosofia da matemática*. 141f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro. 2001
- _____. Pensando uma filosofia da educação matemática, à luz da história e da filosofia da matemática. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2. Santos, SP. *Anais...* São Paulo: SBEM, p. 1-20. 2003. CD-ROM.

_____. Intuitivo e o Lógico no Conhecimento Matemático: análise de uma proposta pedagógica em relação a abordagens filosóficas atuais e ao contexto educacional da matemática. *Revista BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*. Rio Claro (SP). n.32, p. 161-188. 2009

MENEGHETTI, R. C. G.; BICUDO, I. O que a história do desenvolvimento do cálculo pode nos ensinar quanto questionamos o saber matemático, seu ensino e seus fundamentos. *Revista Brasileira de História da Matemática: An International Journal on the History of Mathematics*. Rio Claro, SP, n. 3, p. 103-117. 2002

_____. Uma discussão sobre a constituição do saber matemático e seus reflexos na educação matemática. *Revista BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro, SP, ano 16, n. 19, p. 58-72. 2003

MENEGHETTI, R. C. G. Influências da Filosofia da Matemática na Filosofia da Educação Matemática. *Revista Comunicações*, ano 12, nº 2, Piracicaba, p. 116-132. 2005

MIGUEL, A. A. Constituição do paradigma do formalismo pedagógico clássico em educação matemática. *Revista Zetetiké*, Campinas, SP, ano 3, n. 3, p. 7-39. 1995

MIZUKAMI, M. G. N.; REALI, A.M.M.R.; REYES, C.R.; LIMA, E.F.; TANCREDI, R.M.S.P. *Escola e Aprendizagem da Docência: processos de investigação e formação*. São Carlos: EDUFSCar. 2003

PONTE, J. P. Concepções dos Professores de Matemática e Processos de Formação In: Ponte, J.P. (ed.) *Educação matemática: temas de investigação*. Lisboa. Instituto de Inovação Educacional, p.185-239. 1992

RESTIVO, S. The Social Life of Mathematics. In: RESTIVO, S.; BENDEGEM, J.; FISCHER, R. (Eds). *Math Words. Philosophical and Social Studies of Mathematics and Mathematics Education*. Albany: State University of New York Press, p. 247-278. 1993

ROSA, M. V. F. P. C.; ARNOLDI, M. A. G. C. *A entrevista na pesquisa qualitativa: mecanismo para validação dos resultados*. Belo Horizonte: Autêntica. 2006

SILVA, J. J. Filosofia da matemática e filosofia da educação matemática. In: BICUDO, M. A. V. *Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas*. São Paulo: Editora UNESP, p. 45-58. 1999

SNAPPER, E. The Three Crises in Mathematics: Logicism, Intuicionism and Formalism. *Math. Mag.* vol. 52, n.4, p.207-216. 1979

SOUZA, A. C. C. O reencantamento da razão: ou pelos caminhos da teoria histórico-cultural. In: *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas* - São Paulo, editora UNESP, p. 137-149, 1999.

STEINER, H. J. Philosophical and epistemological aspects of mathematics and their interaction with theory and practice in mathematics education. *For the Learning of Mathematics*. Quebec, v. 7, n. 1, p.7-13, 1987.

THOM, R. Modern mathematics: an educational and philosophic error? In: TYMOCZKO, T. (Ed.) *New directions in the philosophy of mathematics: an anthology*. Boston: Birkhäuser, p. 67-78, 1985.

THOMPSON, A. G. The Relationship of Teachers' Conceptions of Mathematics and Mathematics Teaching to Instructional Practice. *Education Studies in Mathematics*, Dordrecht, n. 15, p. 105-127, 1984.

TILES, M. Mathematics and the Image of Reason. London and New York: Routledge, 1991.

TYMOCZKO, T. (Ed.) *New directions in the philosophy of mathematics: an anthology*. Boston: Birkhäuser, 1985.

WILDER, R. The evolution of mathematical practice: the cultural basis of mathematics. In: TYMOCZKO, T. (Ed.) *New directions in the philosophy of mathematics: an anthology*. Boston: Birkhäuser, p. 185-200, 1985.

ANEXO: ROTEIRO DAS ENTREVISTAS

INFORMAÇÕES GERAIS

Qual seu nome?

Curso?

Ano que você ingressou na universidade?

Você já esteve matriculado em algum outro curso superior?

Fez alguma disciplina pedagógica?

Desenvolveu algum projeto de iniciação científica? Qual e em que área?

QUESTÕES REFERENTES ÀS CONCEPÇÕES DE CONHECIMENTO MATEMÁTICO (PRIMEIRO EIXO DE QUESTÕES)

1. Porque você optou pela carreira de bacharel em matemática?

2. Para você, o que é o conhecimento matemático?

3. Em sua opinião, a base do conhecimento matemático é:

a) experimentação, vivência e percepção;

b) raciocínio lógico;

c) intuição;

d) nenhuma das anteriores. Nesse caso, especificar sua posição.

4. Você considera a matemática importante para sua vida? E por quê?

5. Agora eu vou fazer várias afirmações e você vai dizer se concorda ou não e justificar.

A) O conhecimento matemático é um conhecimento absoluto, as verdades em matemática são inquestionáveis.

B) O conhecimento matemático é atemporal. (independe do tempo)

C) Tudo que existe em matemática existe no mundo real, porque tudo o que se refere à matemática refere-se à verdades do mundo real.

D) A matemática é uma criação humana.

E) Os objetos matemáticos existem independentes dos seres humanos.

F) A matemática é como um jogo de xadrez.

G) A matemática se fundamenta em princípios racionais e lógicos.

H) A matemática se fundamenta na experiência.

I) A matemática é rigorosa e abstrata.

J) Aprender matemática é uma questão de treino.

K) O conhecimento matemático emerge do mundo físico e é extraído pelo homem através dos sentidos.

L) Os objetos matemáticos surgem a partir da interação do homem com o meio ambiente, isto é, a partir das necessidades que o homem se depara no seu cotidiano.

M) O conhecimento matemático é produzido histórico-culturalmente (ou seja, é dependente da história e da cultura).

6) O que influenciou você a ter essas concepções a respeito do conhecimento matemático?

7) O que você pensava sobre o conhecimento matemático antes de entrar no curso?

8) Há algum outro dado que você gostaria de acrescentar sobre assunto apresentado nesta entrevista (referente às questões anteriores)?

QUESTÕES REFERENTES ÀS CONCEPÇÕES DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA (SEGUNDO EIXO DE QUESTÕES)

1) Em sua concepção, o que é mais importante para se aprender matemática:

- a) manipulação e experimentação, vivência e percepção;
- b) raciocínio lógico;
- c) intuição;
- d) nenhuma das anteriores. Nesse caso especificar sua posição.

Agora imagine uma situação em que você seja um professor de matemática e esteja atuando em sala de aula, e, a partir disso, peço que responda as próximas questões.

2) O que você considera importante para que seu aluno aprenda matemática?

3) Como você desenvolveria um conteúdo matemático? Ou seja, como você ensinaria matemática?

4) O que você acharia importante enfatizar?

5) Como você avaliaria seu aluno com respeito ao conhecimento matemático?

6) Como você perceberia que seu aluno aprendeu o que lhe foi ensinado?

7) O que influenciou você a ter essas concepções a respeito do ensino e aprendizagem de matemática?

8) O que você pensava sobre ensino e aprendizagem da matemática antes de entrar no curso?

9) Como em geral a matemática foi ensinada (trabalhada) na sua formação nos diversos níveis de ensino? Você achou esse modo suficiente para que você compreendesse todo o conhecimento matemático? Você repetiria essa experiência com seus alunos enquanto professor?

10) O que você pretende fazer após o término do curso? Como você se imagina após o término do curso?

11) Sobre o assunto tratado, há algum outro dado que você gostaria de acrescentar?

Recebido: 27/9/2011

Aceito: 30/1/2013