

Uma proposta para inserir a análise de erros em cursos de formação de professores de matemática¹

A proposal to insert error analysis in mathematics teacher training courses

HELENA NORONHA CURY²

Resumo

Neste artigo, são apresentados dados parciais de uma investigação que tem como um de seus objetivos o aprofundamento de análises de erros ou dificuldades de alunos ou professores na resolução de questões de Matemática. De um total de 902 dissertações ou teses defendidas em cursos de pós-graduação em ensino de Ciências e Matemática, foram encontradas 39 produções que abordam erros, dificuldades ou obstáculos. Essas produções foram analisadas e foram destacadas as que trabalham com professores. Para discutir os dados, faz-se uso das ideias de Deborah Ball e colaboradores sobre conhecimento matemático para o ensino e propõe-se uma inserção da análise de erros em cursos de formação inicial ou continuada de professores.

Palavras-chave: Erros. Dificuldades. Obstáculos. Cursos de formação de professores de Matemática.

Abstract

In this paper, we present preliminary data from an investigation that has as one of its goals the deepening of analysis of errors or difficulties of students or teachers to solve mathematical questions. Through a total of 902 dissertations or theses in post-graduate courses of science and mathematics teaching, were found 39 productions that deal with errors, difficulties or obstacles. These productions were analyzed and those that work with teachers were highlighted. To discuss the data, we make use of ideas of Deborah Ball and collaborators on mathematical knowledge for teaching and we propose an integration of error analysis in initial or continuing teacher training courses.

Keywords: Errors. Difficulties. Obstacles. Mathematics teacher training courses.

Introdução

As investigações sobre erros, dificuldades, obstáculos ou desempenho de alunos em Matemática, em qualquer nível de ensino, vêm sendo desenvolvidas em mestrados ou doutorados da área de Ensino. Essas produções (CURY, 2007; MELLO, 2008; PAIAS, 2009; CAVASOTTO, 2010, entre outras), tem mostrado a possibilidade do trabalho com os erros e o tipo de dados que se pode obter nessas pesquisas.

¹ Apoio Processo CNPq 303220/2012-0.

² Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, RS – curyh@gmail.com

Ainda que se encontrem trabalhos sobre o uso da análise de erros por professores da educação básica (por exemplo, PERON, 2009), não se tem localizado esse uso nos conteúdos programáticos de disciplinas de cursos de Licenciatura em Matemática ou de Programas de Pós-Graduação em Educação ou Ensino de Matemática.

Algumas vezes, licenciandos ou mestrandos questionam a razão pela qual ainda não são mostradas, em aulas de Didática ou Metodologia do Ensino de Matemática, as possibilidades de analisar erros, para permitir que os futuros docentes tenham um arsenal de conhecimentos sobre dificuldades apresentadas pelos estudantes, em qualquer nível de ensino.

Assim, ao aprofundar os estudos sobre as produções de cursos de Pós-Graduação *stricto sensu* da área de Ensino, em especial as que são relacionadas ao ensino de Matemática, buscamos expandir a listagem já apresentada em Cury (2013), sobre dissertações e teses que analisam erros, dificuldades, obstáculos ou desempenho de estudantes em Matemática.

Na primeira pesquisa, desenvolvida de 2009 a 2012, foram listadas 1.349 dissertações ou teses relacionadas a Ensino de Matemática ou Educação Matemática, defendidas em Programas de Pós-Graduação da área de Ensino de Ciências e Matemática. Essa produção foi capturada dos *sites* dos respectivos Programas de Pós-Graduação, desde o início de criação da área até o dia 15 de março de 2011.

Na nova investigação, desenvolvida com apoio do CNPq, propomo-nos a complementar análises de erros e dificuldades de alunos ou professores na resolução de questões de Matemática. Em especial, como meta final da investigação, pretendemos propor o uso da Análise de Erros em cursos de Licenciatura em Matemática ou de mestrado ou doutorado da área de Ensino de Ciências e Matemática.

Neste artigo, são apresentados dados já obtidos nesta nova investigação, com os objetivos de identificar trabalhos que tenham usado erros no conhecimento do conteúdo durante a formação do professor de Matemática e de sugerir tópicos a serem abordados nos cursos citados.

1 Pressupostos teóricos

Shulman (1986), em seu texto mais divulgado, apresenta três categorias de conhecimento do professor: o conhecimento do conteúdo da disciplina, o conhecimento

pedagógico do conteúdo e o conhecimento curricular. Destas, a segunda categoria provocou mais debates e fundamentou muitas pesquisas. Nos últimos anos, o trabalho de Shulman e seus colegas vem sofrendo revisões e algumas delas referem-se ao conhecimento matemático do professor. (BALL; THAMES; PHELPS, 2008).

Ball (1988) faz uma distinção entre “conhecimento da Matemática” e “conhecimento sobre Matemática”. A autora define o primeiro como “uma compreensão da *substância* – os tópicos, conceitos, procedimentos – da disciplina”. (p. 39. Grifo da autora). O segundo conhecimento compreende “ideias sobre o que é a matemática – de onde vem, para que serve e como respostas corretas são estabelecidas.” (Ibid., p. 39).

A partir dessas distinções, Ball e Bass (2002) propõem uma teoria baseada na prática para o “conhecimento matemático para o ensino”. Essas ideias são aprofundadas em Ball, Thames e Phelps (2008), quando esses autores apresentam os quatro domínios em que, segundo eles, se estrutura esse conhecimento: conhecimento comum do conteúdo (conhecer o que vai lecionar, saber quando os alunos dão respostas incorretas, por exemplo); conhecimento especializado do conteúdo (conhecimentos e habilidades exclusivas para ensinar, como, por exemplo, buscar padrões em erros dos alunos); conhecimento dos conteúdos e dos alunos (saber o que os alunos consideram confuso em algum assunto); e conhecimento do conteúdo e do ensino (saber quais exemplos usar, quando propor novas tarefas, etc.).

Na discussão dessas ideias, Ball, Thames e Phelps (2008) comentam aspectos que interessam para a proposta de usar os erros na formação do professor de Matemática. Segundo eles, o professor precisa conhecer as concepções adequadas e inadequadas que os alunos trazem para a sala de aula. Um exemplo dado por eles refere-se ao uso do sinal de igualdade, que, para muitos estudantes, indica uma soma; por exemplo, se o professor solicita que o aluno complete a expressão “ $5+7=_ + 8$ ”, alguns estudantes escrevem “ $12+8$ ” e consideram que a resposta é 20.

Em outro exemplo, os autores discutem as dificuldades em efetuar uma “conta armada” de subtração, quando muitos alunos consideram que sempre devem subtrair o menor algarismo do maior. Assim, o conhecimento necessário para identificar esse tipo de erro não é, apenas, o da operação de subtração, mas envolve saber como introduzir o assunto, em que momento usar o zero como um dos algarismos nos exemplos, o que distingue os diferentes tipos de erro cometidos, etc. Ball, Thames e Phelps (2008)

apontam o fato de que “quando um professor pronuncia errado um termo, faz cálculos errados ou não é capaz de resolver um problema no quadro-negro, o ensino sofre e um tempo valioso foi perdido”. (p. 399).

Reconhecer uma resposta errada é parte do conhecimento comum do conteúdo, mas dimensionar a natureza de um erro, especialmente se não é comum, requer o conhecimento especializado do conteúdo; estar familiarizado com os erros e decidir quais são mais prováveis de acontecer em resoluções de problemas é parte do conhecimento do conteúdo e dos estudantes. Finalmente, conhecer as diferenças entre situações-problema, quais delas levam o aluno a entender melhor uma determinada operação, por exemplo, é um conhecimento do conteúdo e do ensino.

Levando em conta essas ideias, podemos pensar em como aproveitar os erros para a formação do professor de Matemática. Os erros cometidos pelos alunos são bons exemplos das dificuldades que os futuros docentes vão enfrentar, mas também os erros cometidos por eles próprios são importantes, porque mostram quais aspectos dos conteúdos não foram bem compreendidos durante seus cursos de formação, inicial ou continuada. Assim, discutir erros, buscar estratégias para superá-los e planejar atividades em que esses erros possam se tornar observáveis, são ações que devem fazer parte da formação do professor.

Moreira (2012), ao refletir sobre as possibilidades de uma nova estrutura para as Licenciaturas em Matemática, comenta:

Formar profissionais com potencialidade para atuar de forma diferenciada na prática docente escolar implica, antes de tudo, conhecer essa prática e fazer com que os futuros profissionais a conheçam tão bem quanto possível, incluindo seus condicionantes, seus problemas e suas soluções, seus saberes e não saberes, suas carências e suas produções, assim como os fatores limitantes de uma eventual atuação diferenciada. (p. 1145).

Tendo em vista essa necessidade de preparar os professores para entender os erros, foram buscadas pesquisas que tivessem investigado o papel dos erros na formação ou na atuação do professor de Matemática, o que é descrito a seguir.

2 Os procedimentos da pesquisa

Os mapeamentos das pesquisas realizadas em Educação Matemática vêm sendo realizados em muitos Programas de Pós-Graduação (FIORENTINI, 1994; 2004; JUNHO, 2003; MELO, 2006) e se constituem em recursos importantes para os investigadores, porque oferecem uma visão geral sobre os interesses de pesquisa dos diversos grupos e sobre os temas abordados.

Para um aprofundamento da pesquisa anteriormente realizada (CURY, 2013), foi feita uma nova busca, englobando as dissertações ou teses em Ensino ou Educação Matemática, defendidas de 16 de março de 2011 até 30 de abril de 2013. Para iniciar esta nova pesquisa, procuramos no site da CAPES todos os Programas de Pós-Graduação da grande área Multidisciplinar, área de Ensino, tendo sido encontrados, até 30 de abril de 2013, a seguinte distribuição de cursos recomendados e reconhecidos, em que MA indica Mestrado Acadêmico, D indica Doutorado, MP indica Mestrado profissional e MA/D, os Programas que têm Mestrado Acadêmico e Doutorado:

Programas e Cursos de Pós-Graduação				
Total	MA	D	MP	MA/D
95	17	3	54	21

Quadro 1. Distribuição de Programas e Cursos da área de Ensino

FONTE:

<http://conteudoweb.capes.gov.br/conteudoweb/ProjetoRelacaoCursosServlet?acao=pesquisarGrandeArea>

A partir do endereço eletrônico do Programa ou Curso, buscamos localizar as dissertações ou teses. Em 31 *sites* de Programas, não foram encontradas produções, por serem cursos novos, que ainda não tiveram dissertações ou teses defendidas. Em 17 Programas, não há produção sobre Ensino ou Educação Matemática, pois são ligados às Ciências, especificamente, ou à Saúde. Em um dos programas, há informação de que a produção se encontra em *link* específico, na página da biblioteca da Instituição, mas não foi possível localizar. Também houve casos em que a produção tinha resumo, mas não tinha palavras-chave ou então estavam apenas indicados autor e título, mas não havia disponibilização da dissertação ou tese.

Essas observações são pertinentes, para alertar o leitor para o fato de que a produção encontrada não é toda a que já foi defendida nos Programas da área de Ensino e de que, também, os resultados encontrados, sobre erros, dificuldades, obstáculos ou desempenho, podem apresentar algumas lacunas.

No conjunto das 902 produções encontradas, estão incluídas, também, dissertações ou teses que ainda não haviam sido publicadas nos respectivos *sites* no período anterior. Para esta nova pesquisa, os dados foram digitados em planilha Excel, com os seguintes itens: tipo de curso (mestrado acadêmico, mestrado profissional ou doutorado), instituição, nome do autor, título da produção, ano de defesa e palavras-chave. Nesse último item, foram digitadas até seis palavras, se houvesse.

Na busca, foi utilizado o recurso “Localizar e selecionar” da planilha, tendo sido digitadas, uma por uma, as palavras “Erros”, “Dificuldades”, “Obstáculos”, “Desempenho” e “Produção”; em cada caso, foi usada a opção “Localizar tudo”, que fornece quantas vezes a palavra é encontrada e em qual célula. Assim, foi possível descartar as dissertações ou teses cujo uso da palavra digitada não vinha ao encontro dos objetivos da pesquisa. Por exemplo, a palavra “produção” foi localizada 33 vezes, mas apenas em cinco delas foi encontrada a expressão “Produção escrita”, que faz parte de dissertações que analisam toda a produção do aluno, não somente seus erros ou acertos.

Tendo localizado 39 dissertações ou teses com as palavras indicadas, foi construída uma nova planilha, com todos os dados referentes a essas produções. A partir desses dados, as dissertações ou teses foram analisadas, tendo sido feito *download* dos arquivos correspondentes disponíveis³. É sobre esse material que discorreremos neste artigo.

3 Os dados obtidos

Em um primeiro levantamento, interessa-nos os dados quantitativos relativos à pesquisa em si e às produções que apresentam as palavras acima indicadas, para comparar com os dados do primeiro estudo (CURY, 2013).

A distribuição dos trabalhos por tipo de participantes é apresentada no gráfico 1:

³ Do conjunto de 39 dissertações e teses, foram encontrados apenas 31 arquivos completos.

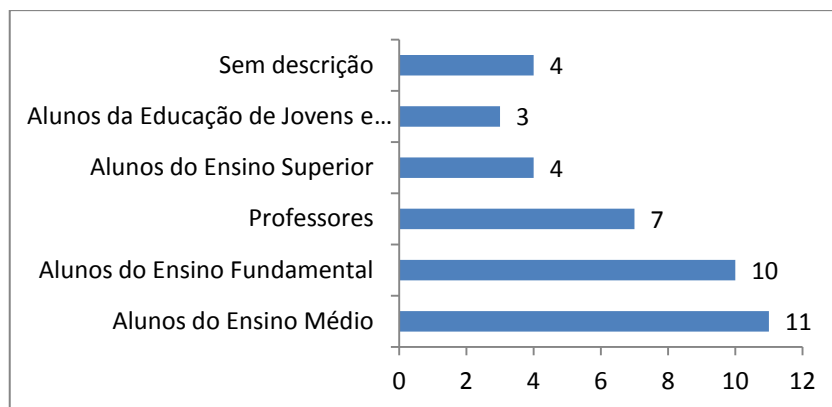


Gráfico 1 – Distribuição dos trabalhos por tipo de participantes

As investigações sem descrição de participantes são as que trabalham com dados como livros ou dissertações, bem como duas cujos arquivos não foram encontrados.

Nesta pesquisa, novamente são encontrados sete estudos envolvendo professores. Uma dessas investigações foi realizada em um curso de Mestrado Profissional e as outras seis, em cursos de Mestrado Acadêmico.

Também foram levantados os conteúdos matemáticos abordados nos trabalhos, utilizando-se a categorização que já tinha sido empregada no estudo anterior, para fins de comparação. O resultado é indicado no gráfico 2:

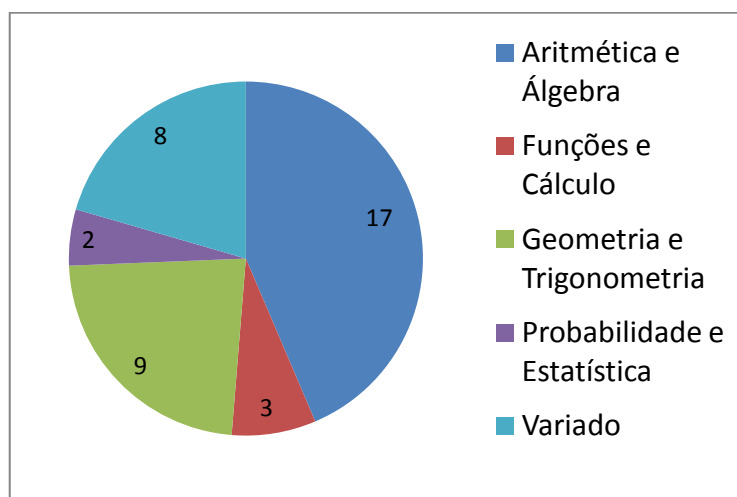


Gráfico 2 – Distribuição dos conteúdos abordados

Nota-se que há um número maior de pesquisas abordando Aritmética e Álgebra, repetindo o que tinha sido evidenciado anteriormente.

Em termos qualitativos, buscamos avaliar como foram abordados os erros, dificuldades ou obstáculos em Matemática nos sete trabalhos realizados com professores. Para isso, aprofundamos o estudo, procurando ler essas produções. Nesse aprofundamento, não foi possível encontrar os arquivos de três dissertações, nem mesmo alguma comunicação ou artigo referente às respectivas investigações. Dessa forma, só são comentadas quatro produções.

A dissertação de Edvonete Souza de Alencar, defendida na Universidade Bandeirante de São Paulo (UNIBAN), em 2012, teve como objetivo analisar o conhecimento profissional docente de professores que ensinam Matemática no 5º ano do Ensino Fundamental, cujos alunos se destacaram no Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar de São Paulo (SARESP). A autora desenvolveu o trabalho com cinco professores de 5º ano, aplicando inicialmente um questionário com cinco questões, sendo que em quatro delas foram apresentados itens com resoluções de alunos fictícios, para que os professores analisassem a proficiência do aluno e indicassem possíveis intervenções.

Posteriormente, foi realizada uma entrevista e foi solicitada a entrega de modelos de atividades trabalhadas com os alunos, sendo que apenas dois professores disponibilizaram essas atividades. A autora ainda realizou observações de salas de aula nas turmas de dois professores.

O conteúdo envolvido nas questões propostas e analisadas por Alencar (2012) é o campo conceitual multiplicativo. Nas suas conclusões, a autora destacou as dificuldades dos professores quanto ao conteúdo matemático e apontou “a necessidade de discutir a maneira como ocorre a introdução da temática Campo Conceitual Multiplicativo, tanto na formação inicial como na continuada de professores que lecionam para os anos iniciais.” (ALENCAR; SILVA, 2012, p. 11).

Na sua dissertação de mestrado acadêmico, defendida na Universidade Estadual de Maringá (UEM), em 2012, Francielli Aparecida Rocha De Carli analisou um dos cursos de formação continuada oferecido pela UEM a 43 professores da rede pública estadual do Paraná, sobre Tópicos de Geometria Não-Euclideana, conteúdo introduzido nas Diretrizes Curriculares do Estado. O curso foi ministrado em 24 horas, presenciais, sendo que, em cada encontro, eram aplicados dois questionários aos participantes. Para a análise das respostas, a autora considerou como “bloco” o conjunto de questionários

respondidos de um mesmo participante e só levou em conta os blocos de 24 professores que completaram todas as respostas.

Conforme os resultados encontrados por De Carli (2012), as dificuldades dos professores foram classificadas em três categorias, a saber: falta de conhecimentos de conceitos de Geometria Euclidiana; dificuldades em aceitar resultados da Geometria Não Euclidiana; dificuldades em entender os processos dedutivos. Quanto às dificuldades com conceitos geométricos, destacam-se respostas que mostram as confusões para conceituar a própria Geometria Plana, confundindo-a com a Espacial ou considerando que é a geometria estudada no Ensino Fundamental.

A dissertação de Gefferson Luis dos Santos, defendida na Universidade Estadual de Londrina (UEL), em 2010, teve como objetivo investigar os conteúdos algébricos, as características do pensamento algébrico, da linguagem algébrica e simbólica que são mobilizados por estudantes e professores de Matemática do Ensino Médio quando da resolução de questões de Álgebra de vestibulares de Instituições de Ensino Superior Estaduais do Paraná.

Para a realização da pesquisa, foram escolhidas 11 questões de vestibulares e aplicadas a 24 professores e 50 estudantes de Ensino Médio. Pelos dados apresentados sobre a correção das questões, nota-se que, em seis delas, os professores não obtiveram pontuação integral. Na análise qualitativa, o autor não focaliza, especificamente, alunos ou professores, mas os tipos de resoluções. No entanto, na questão que foi menos acertada pelos professores, nota-se que houve erros relacionados aos gráficos de funções, conhecimento que é fundamental para o Ensino Médio, em especial para a resolução de questões do Exame Nacional do Ensino Médio, que aborda vários conteúdos por meio de gráficos.

A dissertação de Maria Carolina Machado Magnus, defendida na Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), em 2012, não tratou de problemas relacionados com conteúdos matemáticos, mas das dificuldades e obstáculos enfrentados por docentes ao usarem a modelagem matemática em sala de aula. A autora enviou um questionário por e-mail a 250 professores da rede pública estadual de Santa Catarina e recebeu de volta apenas 43 instrumentos respondidos.

Desses respondentes, somente 29 declararam já ter usado a modelagem em suas aulas e nove declararam não ter dificuldades. A autora classificou as dificuldades ou obstáculos

revelados pelos professores em categorias: falta de conhecimento e/ou formação; falta de tempo; resistência dos alunos. Dentre essas classes, Magnus (2012) considera que a mais relevante é a falta de conhecimento sobre a modelagem ou falta de formação sobre essa abordagem metodológica durante seus cursos de Licenciatura em Matemática.

Desses quatro trabalhos, localizados na listagem das 39 dissertações ou teses acima apontada, notamos que a ênfase foi nos erros, dificuldades ou obstáculos em conteúdos ou na metodologia de ensino empregada. Não foi encontrada nenhuma produção que investigasse o uso de erros, dificuldades ou obstáculos nos cursos de formação inicial ou continuada, ou seja, em que o trabalho com erros fosse a própria metodologia de ensino investigada.

Consideramos que o conhecimento matemático para o ensino deve englobar, não só os erros cometidos pelos próprios professores – o que está compreendido no conhecimento comum do conteúdo – mas também as dificuldades encontradas pelos docentes no trabalho com os erros dos alunos – o que, conforme a classificação de Ball, Thames e Phelps (2008), se distribui entre os demais domínios do conhecimento matemático para o ensino. Assim, a partir desse estudo, propomos, a seguir, uma maneira de explorar os erros em cursos de formação inicial ou continuada de professores de Matemática.

4 A proposta de uso da análise de erros nos cursos de formação do professor de Matemática

Moreira (2012) critica a atual estrutura de cursos de Licenciatura em Matemática brasileiros, porque, segundo ele, o esquema conhecido como “3+1” foi abandonado na teoria, mas na prática “as disciplinas *de conteúdo* são projetadas e executadas independentemente das *outras* disciplinas, as que se referem ao trabalho de ensino [...]” (p. 1140. Grifos do autor). O autor se baseia no trabalho de Ball, Thames e Phelps (2008), entre outros, para comentar que é necessário levar em conta “a ideia de que há um conjunto de estudos já sistematizados que apontam para a existência de uma matemática própria para o trabalho do professor da escola básica [...]” (MOREIRA, 2012, p. 1143).

Concordando com essa proposta de Moreira, entendemos que a inserção da análise de erros em um curso de formação inicial de Matemática não pode se dar por meio de uma disciplina, pois isso seria, novamente, separar os conteúdos matemáticos e os educacionais. A sugestão é de inserir tópicos de análise de erros em todas as disciplinas

de um curso, de modo que os assuntos sejam abordados em vários momentos e em várias situações.

Uma das possibilidades para essa inserção é o aproveitamento dos erros cometidos pelos próprios alunos de uma determinada disciplina. No Cálculo Diferencial, por exemplo, um exercício de cálculo de $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$ pode envolver dificuldades próprias do conceito de limite, mas, em muitos casos, encontramos problemas relacionados à simplificação do numerador com o denominador, o que envolve simplificação de frações algébricas, conteúdo trabalhado no Ensino Fundamental (CURY; KONZEN, 2006).

No exemplo em questão, os erros dos licenciandos em conteúdos de Cálculo podem levar a dificuldades em alguma disciplina da área de Álgebra, na qual podem ser discutidas as conexões entre a simplificação de frações algébricas e as propriedades da estrutura do corpo dos reais. Reconhecer os erros nesses conteúdos que vão ser lecionados na educação básica faz parte do conhecimento comum do conteúdo, um dos domínios do conhecimento para ensinar.

Esse debate sobre as dificuldades em conteúdos algébricos pode ser retomado por alguma disciplina que trate especificamente de metodologias de ensino da Matemática, na qual serão abordadas estratégias para o ensino de Álgebra, dentre as quais pode ser citada a possibilidade de usar os erros dos próprios alunos e a forma como o professor deve planejar sua aula para que esses erros sejam nela inseridos.

Os docentes do curso em questão podem então sugerir aos futuros professores que, em suas observações de aulas do Ensino Fundamental ou mesmo nas aulas que planejam para os seus estágios (por exemplo, em disciplinas de Didática da Matemática ou de Estágio Supervisionado, conforme a grade curricular do curso), proponham exercícios que envolvam os conteúdos apontados, a saber, fatoração, simplificação ou produtos notáveis. Com isso, ao recolherem as respostas, os licenciandos podem buscar padrões nos erros, como, por exemplo, a dificuldade com a propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição ou à subtração (DIAS, 2004). Esse trabalho faz parte do que Ball, Thames e Phelps (2008) chamam de conhecimento especializado do conteúdo.

Finalmente, ainda aproveitando a mesma sequência de propostas, as discussões sobre erros relacionados à propriedade distributiva podem levar os futuros professores a

entender dificuldades que enfrentarão no ensino desses tópicos na educação básica. Efetivamente, antecipar um erro como o de desenvolver “ $a - (b - c)$ ” como “ $a - b - c$ ”, encontrado em muitos trabalhos sobre análise de produções escritas de alunos de qualquer nível de ensino (CURY, 2007, por exemplo), faz parte do conhecimento do conteúdo e dos alunos.

O exemplo acima pode, ainda, culminar em um trabalho de conclusão de curso de graduação, em que algum licenciando do curso em questão se proponha a estudar quais estratégias podem ser usadas para o ensino da propriedade distributiva ou até mesmo a criar um objeto de aprendizagem que possa ser empregado nas aulas sobre o conteúdo em questão. O conhecimento assim construído já faz parte do que Ball, Thames e Phelps (2008) denominam de conhecimento do conteúdo e do ensino.

No texto acima, citamos um exemplo de erro em uma disciplina, que desencadeou ligações com outras disciplinas existentes nas grades curriculares de cursos de Licenciatura. Mas pode-se pensar que existem muitos erros, em qualquer disciplina, que podem ser detectados e trabalhados de forma integrada, em vários contextos, no decorrer do curso. Esse trabalho, sistematizado e aperfeiçoado pela equipe de docentes, pode mudar a estrutura de um curso, preparando os alunos para, efetivamente, desenvolverem o conhecimento matemático para o ensino.

Consideramos, portanto, que, no uso da análise de erros em disciplinas de um curso de formação inicial de professores, deve-se levar em conta a importância de integrar conhecimentos de conteúdo e de metodologia, compartilhados por várias disciplinas. Já em cursos de formação continuada, como, por exemplo, em mestrado da área de Ensino de Ciências e Matemática, a proposta para a inserção da análise de erros pode ser implementada em uma disciplina específica, porque não há, em geral, a separação em disciplinas de conteúdo matemático e de conteúdo pedagógico. Assim, ambos os tipos de conteúdos podem ser revisitados em uma disciplina que poderia ter, por exemplo, uma ementa que contemplasse os tópicos a seguir:

- a) histórico de estudos sistemáticos sobre erros dos alunos, dentro de cada tendência pedagógica do ensino de Matemática;
- b) apresentação de trabalhos sobre análise de erros, em cada nível de ensino;
- c) técnica para analisar erros;

- d) exercícios de análise, desenvolvidos pelos mestrandos, a partir de respostas de alunos do Ensino Fundamental ou Médio em problemas sobre conteúdos nos quais apresentam mais dificuldades;
- e) discussão dos tipos de erros, para entender as dificuldades detectadas e as estratégias de ensino desses conteúdos.

Como vimos nos dados da pesquisa, apresentados no item 3, trabalhos sobre análise de erros vêm sendo elaborados por alunos de cursos de mestrado da área de Ensino de Ciências e Matemática, mas não encontramos pesquisas sobre o impacto de um trabalho específico, em que a análise de erros seja usada como metodologia de ensino, ou seja, em que os erros sejam aproveitados como “trampolins para a aprendizagem de Matemática”, conforme a expressão utilizada por Borasi (1996).

Considerações finais

Neste artigo, recorte de uma pesquisa maior que pretende aprofundar os estudos sobre a produção em cursos de pós-graduação da área de Ensino, buscamos as dissertações ou teses que investigam erros, dificuldades, obstáculos ou desempenho em Matemática. Partimos de ideias apresentadas por Ball, Thames e Phelps (2008), sobre os conhecimentos matemáticos para o ensino, e da proposta de Moreira (2012), sobre reformulações para os cursos de Licenciatura em Matemática, e localizamos, na listagem de 39 produções, as que trabalharam com professores.

Não tendo encontrado estudos sobre o uso dos erros em cursos de formação inicial ou continuada de professores de Matemática, propusemos uma maneira de empregar as próprias dificuldades dos professores em formação, ou de seus alunos, para integrar disciplinas da grade curricular, em um trabalho que leve em consideração o conhecimento matemático para o ensino.

Propomos o desenvolvimento dessas ideias em novas análises de produções acadêmicas, focalizando artigos em periódicos e comunicações em congressos da área de Ensino ou Educação Matemática. Dessa forma, ao trazer esses mapeamentos, esperamos contribuir para novas pesquisas sobre o ensino superior de Matemática.

Referências

ALENCAR, E. S. de. *Conhecimento profissional docente de professores do 5º ano de uma escola com bom desempenho em matemática: o caso das estruturas multiplicativas*. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2012.

ALENCAR, E. S. de; SILVA, A. F. G. Conhecimento profissional docente: o caso das estruturas multiplicativas. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 16., 2012, Canoas. *Anais...* Canoas: ULBRA, 2012.

BALL, D. L. *Knowledge and reasoning in mathematical pedagogy: examining what prospective teachers bring to teacher education*. 1988. Tese (Doutorado em Filosofia) – Michigan State University, East Lansing, Michigan, 1988.

BALL, D. L.; BASS, H. *Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching*. In: DAVIS, B.; SIMMT, E. (Ed.). Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group, 2002. Disponível em: <<http://publish.edu.uwo.ca/CMESG/pdf/CMESG2002.pdf#page=13> >. Acesso em 12 set. 2013.

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.

BORASI, R. *Reconceiving mathematics instruction: a focus on errors*. Norwood, N.J.: Ablex Publishing Corporation, 1996.

CAVASOTTO, M. *Dificuldades na aprendizagem de cálculo: o que os erros cometidos pelos alunos podem informar*. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

CURY, H. N.; KONZEN, B. Classificação e análise de erros em álgebra. In: ENCONTRO GAÚCHO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2006, Caxias do Sul. *Anais...* Caxias do Sul: UCS, 2006.

CURY, H. N. *Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos*. Belo Horizonte; Autêntica, 2007.

CURY, H. N. Erros, dificuldades e obstáculos em produções escritas de alunos e professores. In: FROTA, M. C. R.; BIANCHINI, B. L.; CARVALHO, A. M. F. T. (Orgs.). *Marcas da educação matemática no ensino superior*. Campinas: Papirus, 2013. p. 15-41. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

DE CARLI, F. A. R. de. *A aprendizagem de geometrias não-euclidianas: um estudo realizado com alguns professores da rede pública de ensino*. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2012.

DIAS, J. L. *A propriedade distributiva da multiplicação: uma visão diagnóstica do processo*. 2004. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2004.

FIorentini, D. *Rumos da pesquisa brasileira em educação matemática: o caso da produção científica em cursos de pós-graduação*. 1994. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1994.

FIorentini, D. Mapeamento e balanço dos trabalhos do GT-19 (Educação Matemática) no período de 1998 a 2001. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 15., 2004, Caxambu. *Anais...* Disponível em: <<http://www.anped.org.br/reunioes/25/encomendados/mapeamentobalancogt19.doc>>. Acesso em: 22 set. 2011.

JUNHO, B. A. P. *Panorama das dissertações de Educação Matemática sobre ensino superior da PUC-SP de 1994 a 2000*. 2003. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003.

MAGNUS, M. C. M. *Modelagem matemática em sala de aula: principais obstáculos e dificuldades em sua implementação*. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2012.

MELO, M. V. *Três décadas de pesquisa em Educação Matemática na UNICAMP: um estudo histórico a partir de teses e dissertações*. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2006.

MELLO, E. M. *Análise de dificuldades de alunos com o algoritmo da subtração*. 2008. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

MOREIRA, P. C. 3+1 e suas (in) variantes: reflexões sobre as possibilidades de uma nova estrutura curricular na Licenciatura em Matemática. *Bolema*, v. 26, n. 44, p. 1137-1150, dez. 2012.

PAIAS, A. M. *Diagnóstico dos erros sobre a operação potenciação aplicado aos alunos dos ensinos fundamental e médio*. 2009. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

PERON, L. del C. *Um processo de pesquisa em colaboração e a formação continuada de professora de matemática a respeito dos erros de seus alunos*. 2009. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2009.

SANTOS, G. L. dos. *Como professores e alunos do Ensino Médio lidam com conteúdos algébricos em sua produção escrita*. 2010. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2010.

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.