

---

# La argumentación como núcleo de la actividad demostrativa

Bibiana Franco  
nanitaa55@gmail.com

Giovanni Moreno  
giovanotas7@hotmail.com

Leonor Camargo  
leonor.camargo@gmail.com

Universidad Pedagógica Nacional  
Trabajo de Investigación de Maestría (en desarrollo)- UPN

**Resumen.** En esta ponencia nos centramos en realizar un reporte de investigación de las acciones desarrolladas a lo largo de los dos últimos años, como estudiantes de Maestría en Docencia de la Matemática de la Universidad Pedagógica Nacional. Nuestra investigación se desarrolló con estudiantes de octavo grado de básica secundaria, quienes inmersos en un ambiente de actividad demostrativa, se enfrentan a un problema de construcción. Estamos interesados en buscar evidencias de que las acciones de la actividad demostrativa favorecen la práctica argumental desarrollada por los estudiantes cuando abordan un problema.

**Palabras Clave.** Tipos de argumentos, Actividad demostrativa.

## 1. Presentación

En este reporte de investigación comunicamos algunos avances de los análisis que estamos desarrollando relacionados con nuestro proyecto de investigación “La argumentación como núcleo de la actividad demostrativa”, estudio que adelantamos como trabajo de grado en el programa de Maestría en Docencia de la Matemática, de la Universidad Pedagógica Nacional. Nuestra investigación se inscribe en la línea Aprendizaje y Enseñanza de la Geometría del grupo Didáctica de la Matemática. Esta línea de investigación se ha preocupado por el aprendizaje de la demostración en los diferentes niveles educativos. Por lo anterior, se considera de vital importancia realizar experimentos de enseñanza que permitan estudiar acciones de los estudiantes, problemas e interacciones en clase que impulsen a estudiantes de secundaria al desarrollo de procesos de argumentación y justificación como parte fundamental del aprendizaje de las matemáticas. Los resultados de

tales experimentos permitirán promover diseños curriculares para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría en la escuela.

## 2. Marco Teórico

Nuestra investigación está orientada por tres ejes fundamentales que son: La actividad demostrativa, la argumentación y los tipos de argumentos que utilizan los estudiantes al solucionar un problema propio de la actividad demostrativa. El constructo *actividad demostrativa* (Camargo, L., Samper, C. y Perry, P. 2006; Perry, P., Camargo, L., Samper, C. y Rojas, C. 2006; Perry, P., Samper, C., Camargo, L. 2006), ha sido desarrollado a partir de diversas investigaciones realizadas por profesores, estudiantes de pregrado y postgrado del Departamento de Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional. Este constructo propone una mirada amplia a la demostración en el ámbito educativo que incluye: el proceso de conjeturación y el proceso de justificación. En el proceso de conjeturación se realizan acciones que conllevan a la formulación de una conjetura que da solución a una tarea (visualizar, explorar, generalizar y verificar); estas acciones posibilitan la creatividad de los estudiantes, pues no existen reglas para llevarlas a cabo. En el proceso de justificación las acciones conllevan a la búsqueda y organización de ideas para explicar, probar o demostrar la conjetura, es decir, para justificarla.

En cuanto a la argumentación, consideremos que es el telón de fondo de la actividad demostrativa; pues además de ser el vínculo entre las acciones de conjeturación y las acciones de justificación, la práctica argumentativa emerge de manera natural cuando estudiantes de básica secundaria se enfrentan a un problema de geometría. En nuestro caso particular, estamos interesados en tipificar los argumentos que utilizan los estudiantes para justificar las estrategias que dan solución al problema. Para realizar la clasificación de los argumentos, nos basamos en la investigación realizada por *Rodríguez (2006), quien hace un análisis cronológico de la demostración a partir de la revisión bibliográfica de diferentes autores y establece su propia clasificación de categorías de demostración. Nosotros adaptamos estas categorías a una tipología de argumentos, que nos permite clasificar la práctica argumental que despliegan los estudiantes, cuando justifican una estrategia de solución, enfrentados a una situación problema.*

*Para clasificar los tipos de argumentos tuvimos en cuenta tres criterios de clasificación organizados de manera jerárquica, es decir, todo argumento identificado en las justificaciones de los estudiantes debe atravesar, en forma ascendente, cada una de las siguientes fases:*

*Fase 1. La naturaleza de las ideas en las que se basa el argumento.*

*Fase 2. La forma de escoger los ejemplos.*

*Fase 3: El tratamiento que se le da a los ejemplos.*

### 3. Diseño metodológico

Nuestra investigación se enmarca en un enfoque metodológico de *Experimento de enseñanza*; enfoque que permite comprender la actividad matemática de los estudiantes en el contexto real del aula, y así es posible dar evidencia de que las situaciones problema favorecen procesos argumentativos en los estudiantes, si se involucran en un ambiente de actividad demostrativa. Nuestro trabajo se enmarca dentro de una perspectiva naturalista; es decir, observamos estudiantes en el espacio usual del aula interactuando en pro de solucionar un problema, y tomamos registro de las interacciones entre ellos.

El experimento de enseñanza tuvo una duración de dos meses y se basó en una propuesta de doce (12) situaciones problema sugeridas a los estudiantes. La profesora titular del curso era uno de los investigadores, por tanto tuvo la posibilidad de proponer estrategias de trabajo en la clase para favorecer la actividad demostrativa. Aunque solo se tomó registro de audio y video de los dos últimos problemas y de solo dos grupos (cuatro estudiantes cada uno) de trabajo; estas dos sesiones son un ejemplo de la actividad desarrollada por los estudiantes durante la aplicación del experimento.

Durante el diseño experimental los estudiantes se organizaron en grupos de cuatro. La profesora entregaba a cada grupo un problema que contenía un enunciado y se debía discutir acerca de las estrategias que permitieran solucionar el problema. Podían utilizar regla, compás y las fichas que en el transcurso de la clase de geometría se construían con los objetos geométricos estudiados, teoremas y definiciones incorporadas clase a clase. Posteriormente al trabajo colectivo de los estudiantes, un integrante de cada grupo debía socializar al resto del grupo, sus estrategias, y luego discutir acerca de la validez de las propuestas.

### 4. Análisis de datos

El análisis de los datos recogidos concernientes a los dos últimos problemas lo realizamos a partir de las siguientes fases:

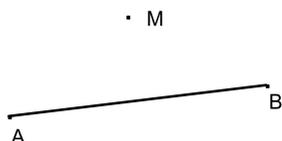
- Análisis preliminar de la actividad demostrativa de los estudiantes en los dos últimos problemas. En esta fase propusimos hipótesis de las posibles actuaciones de los estudiantes durante cada uno de los problemas.
- Transcripción de los registros de audio y video. Las grabaciones se transcribieron en su totalidad y se alimentaron de las construcciones hechas en las hojas de trabajo, además de aclaraciones en paréntesis cuadrados de algunas intervenciones de los estudiantes, donde la conversación no era lo suficientemente comprensible, por ejemplo en los casos en que estaban realizando alguna construcción.

- Construcción de episodios. Las dos transcripciones se dividieron en episodios, se entiende por episodio un fragmento de la transcripción donde los estudiantes desarrollan una idea para solucionar el problema.
- Análisis de cada episodio en términos de la actividad demostrativa y argumental. Identificamos en cada episodio las acciones de la actividad demostrativa que desarrollan los estudiantes; también identificamos y caracterizamos los argumentos utilizados por los estudiantes para justificar sus afirmaciones.
- Identificación de regularidades en el estudio. Esta fase consiste en identificar la frecuencia con la cual los estudiantes desarrollan alguna de las acciones de la actividad demostrativa, y cuales favorecen más la argumentación.
- Análisis minuciosos de cada argumento. Esta fase consiste en un estudio de cada argumento basado en lo que creemos que están diciendo; porque lo están diciendo y por último, a partir de nuestras categorías identificamos el tipo de argumento.

## 5. Ejemplo de análisis

A continuación mostramos un ejemplo de análisis de la transcripción de la siguiente tarea:

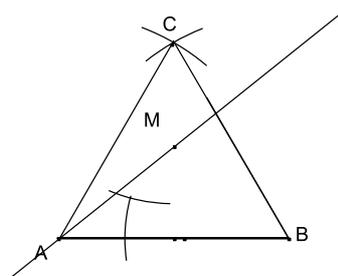
En la figura, el punto  $M$  es el punto donde se cortan las mediatrices del triángulo  $\triangle ABC$  y  $\overline{AB}$  es un lado del triángulo. Construya un triángulo tal que  $M$  sea corte de las mediatrices.



Antes de este episodio los estudiantes habían comprobado que  $M$  estaba en la mediatriz, habían construido un triángulo equilátero  $ABC$  como posible solución de la tarea e identificado propiedades asociadas a la mediatriz.

183	Profesor	¿De un triángulo cuántas mediatrices puedo hacer?
184	Cristian	Muchas
185	Felipe	Tres
186	Sergio	[...]
187	Felipe	Pues hay que hacer otras dos
188	Sergio	[...]
191	Felipe	Eso
192	Sergio	[...]
193	Cristian	Toca sacar la mitad de estas líneas [se refiere al punto medio de los lados $AC$ y $BC$ ]

- 194 Felipe Para hacer congruencia, [se refiere a que son congruentes las partes del segmento en que quedo dividido por el punto medio] pero... ¿para qué?
- 195 Cristian Para sacar las demás mediatrices
- 196 Profesor Escuchen a Cristian
- 197 Cristian Bueno, yo entiendo que para sacar las demás mediatrices pues toca sacar la mitad de los otros...
- 198 Sergio Lados
- 199 Cristian ...de los otros lados
- 200 Felipe ¿Para qué?
- 201 Daniel Para que sean congruentes
- 202 Felipe [...]
- 207 Sergio [...] las tres mediatrices del triángulo tienen que cortar en un punto y este punto que tiene que cortar es  $M$ , y tiene que unirse acá...
- 208 Felipe ¿Acá cierto? Pun y pun ¿no? [señala el punto  $M$  y con los dedos describe los segmentos que se forman desde el vértice  $A$  hasta el punto medio del lado  $BC$  y desde el vértice  $B$  hasta el punto medio de  $AC$ ]
- 209 Sergio Sí
- 210 Felipe Entonces ya lo tenemos
- 211 Sergio Pero el problema aquí es que de pronto, no se unen porque este punto es muy abajo [señala a  $M$ ] entonces va a pasar por encima [de  $M$ ]
- 212 Felipe [...]
- 215 Sergio Por encima no; por ahí [se refiere a que el corte de las mediatrices va a pasar por encima de  $M$  y no por  $M$ ]
- 216 Daniel [...]
- 224 Sergio Si ve que no da [con una abertura arbitraria hace centro en  $B$  y en  $C$  y hace dos arcos que se corten en el interior del triángulo. Se refiere a que no da, pues el corte de los arcos no pasa por  $M$ ]
- 225 Profesor ¡Háganla!, construyan la mediatriz que están haciendo, del segmento  $CB$ , ¡constrúyanla!
- 226 Felipe  $CB$ , bueno saquémosle la mitad de  $CB$ . La mitad de  $CB$  no sería esta. Muestre la regla.
- 227 Sergio Mire, se lo dije [constata que las mediatrices no pasan por  $M$ ]
- 228 Felipe ¿No sería lo mismo hacer esto? [con la regla une a  $A$  con  $M$  y traza una recta] Y ahí ya tenemos el punto [se refiere al punto medio de  $CB$ ]



En este episodio los estudiantes sugieren cómo hacer las otras dos mediatrices, aunque hacen medianas. Anticipan que la estrategia no va a funcionar y lo comprueban trazando una de las mediatrices. Para construir la mediatriz del lado  $CB$  unen  $A$  con  $M$  y asumen que encuentran el punto medio del lado  $CB$ .

En cuanto a la *actividad demostrativa* desarrollada por los estudiantes durante el episodio, podemos encontrar que *visualizan* cuando imaginan como quedan las mediatrices

construidas y anticipan que no pasan por  $M$ , sino por debajo [208, 211]; *exploran* cuando encuentran el punto medio de  $CB$  y proponen unir  $A$  con  $M$  [228]; *verifican* cuando comprueban que la mediatriz de  $CB$  no pasa por  $M$  [224]; *explican* cuando aclaran que las tres mediatrices tienen que cortarse en un punto [207]; y *prueban* cuando afirman que el punto medio forma dos segmentos congruentes [197-201].

La práctica argumental desplegada por los estudiantes durante el episodio anteriormente descrito, la podemos enfocar en dos argumentos utilizados por los estudiantes. El primero de ellos sucede cuando los estudiantes *prueban* que el punto medio de un segmento permite dividirlo en segmentos congruentes [197-201]. El segundo argumento se evidencia mientras los estudiantes *visualizan* que el corte de las mediatrices queda por debajo de  $M$ , por tanto no funciona la estrategia. A continuación presentamos un análisis más detallado de estos dos argumentos.

*Primer argumento.* Creemos que dicen que para construir las mediatrices primero se deben encontrar los puntos medios de todos los lados. Creemos que lo dicen porque el punto medio de un segmento pertenece a la mediatriz entonces equidista de los extremos. Este argumento es de tipo *Intelectual-conceptual-no analítico*.

*Segundo argumento.* Sin construir las mediatrices anticipan que se cortarían por encima de  $M$ . Creemos que lo dicen por convicción propia. Este argumento es de tipo *Pragmático-empírico-naif-de ejemplificación*.

## 6. Conclusiones

El análisis que realizado hasta el momento nos permite reflexionar sobre las siguientes cuestiones:

- La importancia de tener unas transcripciones que reflejen lo más fielmente las interacciones; es decir, con solo la lectura de ellas se debe poder reconstruir las acciones de los estudiantes. Lo anterior permite hacer un mejor análisis de los diálogos que entablan los integrantes del grupo, sin necesidad de revisar nuevamente los archivos de audio y video.
- El orden en que aparecen las acciones de la actividad demostrativa no es lineal. En los fragmentos de las conversaciones de los estudiantes, podemos evidenciar, por ejemplo, que los estudiantes visualizan, exploran, verifican, vuelven a explorar y luego otra vez verifican.

- Los argumentos son producto de la necesidad recurrente de verificar cualquier tipo de información dada o emergente del problema. Estos argumentos permiten dar validez a las diferentes estrategias de solución.
- Además del buen manejo metodológico, pedagógico y didáctico que debe tener el profesor en la clase de matemáticas para encaminar los desarrollos de los estudiantes hacia resultados “conocidos” o favorables, el profesor debe aceptar el reto de valorar y resaltar los acercamientos particulares de los estudiantes, propiciando procesos de conjeturación y justificación de cualquier estrategia y de esta manera ampliar su perspectiva de soluciones de la tarea y reconocer la importancia que merece la “nueva” estrategia desarrollada por cualquier estudiante.
- A medida que se adquiere habilidad investigativa podemos comprender de una mejor manera las actuaciones de los estudiantes, de esta forma podemos posibilitar con nuestras intervenciones, que los estudiantes logren resultados exitosos al abordar una situación problema.

## Referencias bibliográficas

- Camargo, L., Samper, C. y Perry, P. (2006). Una visión de la actividad demostrativa en geometría plana para la educación matemática con el uso de programas de geometría dinámica. *Lecturas Matemáticas*. S. C. M. Matemáticas, XV Congreso Nacional de Matemáticas. Volumen Especial, 371–383.
- Douek, N. 1998, Some Remarks about Argumentation and Mathematical Proof and their Educational Implications, *Proceedings of the CERME-I Conference*, Osnabrueck. (pp. 125-139).
- Perry, P., Camargo, L., Samper, C., Rojas, C. (2006) *Actividad demostrativa en la formación inicial del profesor de matemáticas*. Bogotá: Editorial de Universidad Pedagógica Nacional.
- Perry, P., C. Samper, et al. (2006). Dos Episodios que plasman rasgos de una comunidad de práctica en la que Cabri juega un papel clave, *memorias del III Congreso Iberoamericano de Cabri*. Bogotá, versión digital disponible en [www.iberocabri.org](http://www.iberocabri.org).
- Rodríguez, F. (2006). Análisis de demostraciones en entornos de Lápiz y Papel y de Cabri por estudiantes de la Licenciatura en Matemáticas. Proyecto de investigación perteneciente a los cursos del Doctorado en Didáctica de las Matemáticas de la Universitat de València. Dirigido por el Dr. Ángel Gutiérrez Rodríguez.
- Samper, C., Camargo, L., Molina, O., Echeverry A., Perry, P. (2010), *Geometría dinámica: medio para el establecimiento de condicionalidad lógica*. Informe de investigación. Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.

**Volver al índice  
Mesas Temáticas**