
Los registros de representación en la modelación matemática: Un sistema de caja negra de naturaleza eléctrico (RC)

Javier Andrés Moreno Torres

Universidad Pedagógica Nacional

javierandresmoreno@gmail.com

Trabajo de Investigación de Maestría (en desarrollo)- UPN

Resumen. La modelación matemática es una actividad científica visible en las prácticas investigativas de los expertos en ciencias aplicadas. Esta actividad se está adaptando a los términos educativos, como un método didáctico que exalta la participación de los conocimientos matemáticos y no matemáticos, en contextos reales. La investigación se realiza a partir del concepto de caja negra, en donde los estudiantes deben utilizar sus estructuras mentales y conocimientos previos para construir el modelo que predice el funcionamiento de la caja negra, esta construcción visibiliza los registros de representación. La investigación concluye que cada proceso cognitivo: identificación del sistema; el establecimiento de las relaciones entre las variables y constantes y la validación matemática, utilizan determinados registros de representación en la modelación matemática.

1. Presentación

La Licenciatura en Electrónica por la naturaleza de sus objetos se encuentra identificada con la modelación matemática en varios aspectos, como la experimentación, la indagación, la formulación de hipótesis, etc. A pesar de estas similitudes las asignaturas de matemáticas no sirven de apoyo en cada uno de los semestres a la Electrónica. En consecuencia, este trabajo de maestría debe aportar elementos de reflexión frente al problema de fragmentación entre la matemática y la electrónica en la Licenciatura.

La investigación se realiza a partir de una caja negra definida como; el elemento que se estudia desde las variables de entrada y salida. Este concepto de caja negra permite elaborar una planeación didáctica, donde el enunciado no expresa literalmente ni evoca, el modelo a usarse en el problema (OLAZÁBAL, 2005). En consecuencia los estudiantes deben utilizar sus estructuras mentales y conocimientos previos para construir el modelo

que predice el funcionamiento de la caja negra. En particular para esta investigación se estudian los registros de representación en la modelación matemática.

Los registros de representación de la actividad de modelación matemática se definen en tres momentos que coinciden con los estudios de CAMARENA (2008): la identificación de variables y constantes del problema; el establecimiento de las relaciones entre las variables y constantes y los conceptos explícitos e implícitos de los estudiantes y la validación matemática.

2. Marco Teórico

El origen de la modelación matemática se menciona como una actividad científica en las ciencias aplicadas, los avances hechos aquí se han querido llevar a la educación en donde se propone fundamentar al estudiante como un investigador en el ambiente escolar, esto le exige una gran creatividad, el uso de conocimientos matemáticos y no matemáticos para modelar (Sallet & Hein, 2004), la formulación de hipótesis en términos de relaciones matemáticas, mejorar la capacidad para leer, interpretar, formular y solucionar situaciones problema (Sallet & Hein, 2004), de tal forma que la modelación matemática es un proceso formativo (Camarena, 2008) dentro de la educación en general.

La modelación matemática trabaja en grupos de tres líderes; el líder académico, el líder emocional y el líder de trabajo (Camarena, 2008), donde el estudiante además de tener el espacio para reflexionar sobre el objeto de estudio, lo hace a través en un proceso social, adquiriendo la categoría de comunidad de aprendizaje (Radford, 2006).

Así, la matemática es una herramienta útil para solucionar problemas, entendiendo el termino problema; como una tarea que es difícil para el individuo (Olazábal, 2005). Pero los problemas por definición en la modelación matemática deben ser más concretos, es decir, un problema para la modelación matemática debe ser “real”.

La modelación matemática abarca exclusivamente problemas del *mundo real*, según Blum (citado por Villa, Bustamante, Berrio, Osorio, & Ocampo, 2009):

“... todo aquello que tiene relación con la naturaleza, la sociedad y la cultura, incluyendo lo referente a la vida cotidiana, como a los temas escolares y universitarios y disciplinas curriculares distintas a la matemática”

La modelación matemática como método empírico (Bassanezi, 2007), se dota de un grado de instrumentalización alto, para poder recoger datos de las actividades. Los estudiantes

deben tener dentro de sus conocimientos, el manejo de instrumentos necesarios para la actividad. En este aspecto podemos decir que los instrumentos no son medios para alcanzar un objetivo como recoger datos, los instrumentos entran dentro de los artefactos que complementan y son fuente de saber (Radford, 2006). El concepto de caja negra, el mutímetro digital y el temporizador, así como los elementos donde se consigan los datos, hacen parte de la sabiduría histórica, para contribuir al conocimiento heredado (Radford, 2006).

La discusión de los registros de representación, inicia con los conceptos de noética y semiótica, para la adquisición conceptual de un objeto que debe transitar por diferentes registros de representación. Es decir, no existe la adquisición conceptual de un objeto (noética) sin la adquisición de una representación semiótica (semiótica) (FONT, 2005).

La utilización de diferentes registros de representaciones, busca construir el significado. En la enseñanza de las matemáticas lo importante en términos de representaciones es pasar de una a otra sin caer en contradicciones (HITT 1998, p.124 citado por FONT (2005, pág. 11)).

La representación nos ofrece la posibilidad de percibir mentalmente algo. En la didáctica las representaciones parten de actividades intencionadas para el incremento de la comprensión sobre un campo concreto. La representación media para conocer, es decir: tener la idea de algo; llegar a saber por medio de las facultades naturales, cualidades y relación entre las cosas; percibir el objeto como distinto al todo (citado por Cuervo, 1998; Seco, Andrés y Ramos, 1999; en Rico, 2009).

3. Diseño metodológico

La modelación matemática como se ha mencionado, es una actividad científica visible en la prácticas investigativas de los expertos de las ciencias aplicadas. Esta actividad se está adoptando en los términos educativos, es un método didáctico que exalta la participación de los conocimientos matemáticos y de los no matemáticos en contextos reales.

Las ciencias experimentales parten de la observación y su proceso de interpretar, analizar y concretar en una relación matemática conocida como modelo matemático, se describe como la modelación matemática del fenómeno observado.

Las ciencias siempre han utilizado la modelación matemática, para dar una explicación a los fenómenos a través de un modelo matemático, este proceso se ha querido llevar al plano educativo, porque pensar como científico potencia el pensamiento tecnológico, el pensamiento comunicativo, pensamiento científico y por supuesto el pensamiento matemático.

La modelación matemática propone ser una estrategia transversal que integre los conocimientos de las distintas áreas propuestas en la educación básica y media, al igual que en la educación superior con disciplinas como la Biomatemática. A partir de los paradigmas de la fragmentación de los conocimientos y de la modelación matemática como herramienta y disciplina formativa (CAMARENA, 2008).

Para esta investigación se utilizaron los registros de representación; contextual, tabla visual y expresión simbólica, los cuales constituyen las categorías de análisis.

CATEGORÍAS DE ANÁLISIS	
REGISTROS DE REPRESENTACIÓN	CARACTERIZACIÓN DE REGISTROS SEMIÓTICOS
Contextual	Distintas descripciones (FONT, 2005). El registro contextual realiza unas identificaciones de la situación; variables del sistema, constantes del sistema, propiedades físicas etc. Además este registro propone una estrategia inicial para solucionar el problema.
Tabla	Estimación (FONT, 2005). La tabla es el registro que formaliza las representaciones mentales del registro contextual. La tabla se puede definir con dos columnas una que identifique la variable dependiente y otra que defina la variable independiente.
Visual	Variaciones de escalas, unidades, origen, etc. (FONT, 2005). El registro visual en electrónica posee varias representaciones, entre las cuales se pueden definir: plano cartesiano, circuito esquemático, y el diagrama de bloques.
Expresión simbólica	Transformaciones de la fórmula (FONT, 2005). La expresión simbólica, expresa los pasos inmediatamente anteriores al modelo matemático, en este registro los estudiantes se desprenden de los demás, realizando transformaciones internas encaminadas a dar respuesta en el mismo registro al problema.

4. Análisis de la actividad

En la secuencia de los registros de representación utilizados por los estudiantes antes de realizar las mediciones de voltaje de salida contra tiempo son; Contextual, Tabla, Visual y Expresión Simbólica, estos registros se utilizaron para la identificación del sistema, propósito del registro de representación Contextual.

La secuencia en la identificación del sistema, empieza con el registro de representación Contextual, los estudiantes buscan hacer una identificación del sistema que les proporcione elementos de juicio para construir el modelo matemático que pueda predecir el fenómeno existente en la caja negra. Lo primero es una representación física del objeto caja negra, esta representación se realiza con la ayuda de los sentidos de la vista y el tacto, en palabras de RADFORD (2006), existe una experiencia sensual laboral.

El registro de representación Tabla, tiene como interés particular la formalización de las representaciones mentales hechas en el registro Contextual y dar inicio a la estrategia inicial que se plantea. En este sentido el registro Tabla se utiliza como el segundo registro en la experiencia de los estudiantes.

Los estudiantes continúan con el registro de representación Visual, este registro permite la identificación de las variaciones del sistema, la ubicación de las entradas y las salidas en una representación de diagrama de bloques utilizada en electricidad permite que los estudiantes se ubiquen en un problema de modelo ya conocido. Los estudiantes están llevando la identificación del problema a representaciones conocidas y manejadas por ellos.

El registro utilizado por los estudiantes después del Visual es el registro de representación Expresión Simbólica, este registro formaliza las relaciones entre las variables del sistema, los estudiantes utilizan este registro para la definición en términos de ecuaciones e inecuación las variables del sistema.

La actividad continúa la consignación de las mediciones, pero la inoperancia del temporizador permitió observar el funcionamiento total del sistema, ofreciendo el último dato para la identificación del sistema con el cual los estudiantes pudieron dar la hipótesis inicial que se trataba de un circuito resistivo-capacitivo.

De esta primera secuencia se puede concluir que el propósito del registro Contextual, se define a partir de los registros de representación Contextual, Tabla, Visual y Expresión Simbólica.

El segundo momento se define a partir de la toma de las mediciones hasta la propuesta de un modelo matemático, y tiene como propósito establecer las relaciones entre las variables.

Los estudiantes han llevado el problema inicial a territorios conocidos para ellos, este segundo momento se establece en el registro Contextual, porque a pesar de no tener el modelo matemático definido, si establecen una aproximación del fenómeno en la caja negra.

El registro de representación Tabla, aparece en la formalización del modelo, es decir, el modelo establece un punto máximo de carga del condensador, en el experimento el punto está proporcionado por el Voltaje de entrada V_i y los estudiantes en la consignación de datos, formalizan esta información en un voltaje de 9,18v.

El registro Visual, es consecuencia directa del registro tabla, la representación es una grafica cartesiana, en donde se traza una función exponencial con el parámetro de punto máximo. El registro Visual permite observar las variaciones, la utilización de escalas, y los puntos de referencia necesarios para establecer el modelo matemático.

Uno de los puntos de referencia, es la condición de que un condensador se carga al voltaje máximo del sistema, cuando se llega al valor de 5τ . Este dato permite realizar la construcción de la grafica cartesiana con datos mucho más exactos.

El registro Visual, permite al grupo de estudiantes tomar la decisión de hallar el parámetro τ , haciendo uso del registro de representación Expresión Simbólica. Este registro se identifica por su escritura en ecuaciones, por medio del cual se llega al parámetro mencionado.

Por dinámicas del trabajo los estudiantes hallan el parámetro τ , de una forma incorrecta y es importante para esta investigación mencionar que el registro Visual, es el que permite identificar este problema, porque los estudiantes con el parámetro buscaron hacer las divisiones correspondientes en la grafica para dejar el eje de abscisas en términos de τ , y en la imposibilidad para ubicarlo en la grafica inicial se observo el error que existió en el registro de Expresión Simbólica por un mal uso de la aritmética.

El tercer y último momento pretende validar el modelo matemático propuesto, se aclara que en esta investigación los estudiantes no han propuesto un modelo de forma directa, porque no han querido generalizar la solución, es decir, los estudiantes conocen que el circuito en la caja negra, pertenece a un sistema resistivo-capacitivo, este tiene como función un exponencial creciente con asíntota en el voltaje de entrada V_i y hallaron el parámetro τ , que define la velocidad de crecimiento.

Bajo estos parámetros es fácil generalizar el modelo matemático para la caja negra que se estudia, sin embargo, los estudiantes desean particularizarla, encontrando los datos de la resistencia y del condensador, en consecuencia quiere poner a prueba el modelo matemático. Validar el modelo.

En estos términos los estudiantes buscan soluciones en el registro de representación Expresión Simbólica, haciendo uso de las representaciones función de transferencia y una ecuación diferencial, se destaca que en la validación del modelo matemático, los estudiantes no utilizaron otro registro distinto, este se debe a que el objetivo es encontrar el valor nominal de los elementos resistencia y condensador y los demás registros no ofrecían para los estudiantes las ayudas necesarias, sin embargo después de una deliberación y de intentos algebraicos los estudiantes no llegaron a materializar el objetivo de encontrar los parámetros resistivos y capacitivos. Ante este impedimento, regresan al registro contextual de la identificación del sistema y deciden que lo importante de la actividad no es la particularidad del sistema y resuelven colocar un modelo matemático que cumple con la forma general de la solución, pero algunos parámetros los establecen numéricamente por

lo cual se llamara un modelo hibrido en la solución. Establecen el modelo matemático generalizado y colocan el parámetro τ , como fruto de sus exhaustivos tratamientos algebraicos.

La validación del modelo matemático, muestra el monopolio que establece el registro de representación expresión simbólica.

La modelación matemática se desarrolla desde las prácticas sociales, es así como la teoría de las matemáticas en el contexto de las ciencias, conforma las comunidades de aprendizaje con un líder académico, líder de trabajo y un líder emocional. En esta investigación se muestra como los estudiantes en un contexto real generan unas relaciones sociales y culturales, desde sus respectivos perfiles, con significados culturales que guían y dan forma a la actividad.

El pensamiento es el producto del aprendizaje, en la modelación matemática por tratarse de actividades planificadas y construidas con teorías anteriormente establecidas.

Estas teorías constituidas históricamente nacen de una reflexión del mundo mediada por artefactos, como los instrumentos, los materiales, las herramientas e incluso el papel y el lápiz, constituyen parte fundamental del aprendizaje, porque estos poseen en sí mismos una sabiduría desarrollada en el tiempo y dotada de significado.

Sin la mediación de los artefactos en la modelación matemática, el conocimiento de los fenómenos de la naturaleza seria limitado y las teorías de las ciencias no encontrarían la objetividad que las identifica.

Es así como los artefactos en la modelación matemática se encuentran dotados de sentido semiótico, con signos, estructura y relación entre el sujeto y el objeto, y no solo se limitan a ayudar o amplificar los sentidos.

Un ejemplo claro de estas consideraciones se encuentra en el artefacto milímetro, en un principio se puede considerar un elemento transductor de la información, pero el milímetro es un artefacto dotado de sabiduría produciendo en el aprendizaje una significación duradera y afecta profundamente al estudiante o al individuo que hace uso de este artefacto.

Los artefactos son parte fundamental del pensamiento el territorio de los artefactos, la modelación matemática busca un dialogo constante entre los individuos y la realidad. En la actividad de esta investigación se puede determinar que en el registro contextual los estudiantes determinan las propiedades de la caja negra por la realidad, el sentido histórico y social de la naturaleza eléctrica de artefacto. Los estudiantes hallaron una solución casi inmediata al ver el funcionamiento total del sistema, es decir, sus conocimientos previos, la historia y la cultura, fueron los principales responsables en definir el registro contextual. Las propiedades que definían el fenómeno físico que encerraba la caja negra.

Lo que evidentemente mostro esta investigación es que la cultura tiene la responsabilidad de sugerir a los estudiantes o individuos, las formas de percibir la realidad y sus fenómenos.

La modelación matemática, observa al estudiante como un ser social que construye el pensamiento y al mismo tiempo es abarcado por este. En BASSANEZI (2008) se explica que la ciencia no parte de los ejercicios empíricos, así como tampoco del ensayo y el error. La ciencia contemporánea se construye a partir de la planificación y las teorías establecidas, y en principio ninguna teoría es inmodificable. Esto le permite a la modelación matemática ser un método en constante reflexión, que forma a los estudiantes en ambientes investigativos porque no solo se exige saber de matemáticas, sino de otras ciencias, criterio suficiente para un contexto del mundo real.



5. Conclusiones

Los registros de representación de la actividad de modelación matemática se definen en tres momentos que coinciden con los estudios de CAMARENA (2008): la identificación de variables y constantes del problema; el establecimiento de las relaciones entre las variables y constantes y los conceptos explícitos e implícitos de los estudiantes y la validación matemática en donde el modelo propuesto se coloca a prueba, con respecto a los datos, variables y constantes determinadas en el registro de representación Contextual.

En la identificación del sistema aparecen en su orden; el registro de representación Contextual; el Registro de representación Tabla; Registro de representación Visual y el Registro de representación Expresión Simbólica.

La relación de las variables a partir de los conceptos se encuentran los registros: Contextual, Tabla, Visual, Expresión Simbólica y la corrección de la expresión simbólica, a partir del registro Visual.

La validación de modelo matemático están los registros: Expresión Simbólica, relectura del registro contextual y expresión simbólica híbrida, es decir, la expresión matemática tiene la forma general del modelo, pero algunos parámetros son definidos perdiendo la generalidad.

Referencias bibliográficas

- ARAVENA, M., Carlos, c., & Joaquín, g. (2008). Modelos matemáticos a través de proyectos. *Relime*, 11 (001), 49-92.
- BASSANEZI, R. C. (2007). Modelación matemática: ¿un método científico de investigación o una estrategia de enseñanza aprendizaje? En r. C. BASSANEZI, enseñanza y aprendizaje con modelación matemática (j. Acevedo, trad.). Brasil.
- CAMARENA, P. (2008). La matemática en el contexto de las ciencias. *Memorias del iii coloquio internacional sobre enseñanza de las matemáticas*. Perú.
- D'AMORE, B. (2004). Conceptualización, registros de representación semiótica y noéticas: interacciones constructivistas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos e hipótesis sobre algunos factores que inhiben la devolución. *Uno* (35), 90-106.
- FONT, V. (2005). Funciones y derivadas. *Memorias del xxi coloquio distrital de matemáticas y estadística*, 1-47.
- OLAZÁBAL, A. M. (2005). Categorías de la traducción del lenguaje natural al algebraico en la matemática en contexto. Tesis doctoral, Instituto Politécnico Nacional, México, D.F.
- RADFORD, L. (2006). Elementos de una teoría cultural de la objetivación. *Relime (especial)*, 103-129.
- RICO, L. (2009). Sobre las nociones de representación y comprensión de la investigación en educación matemática. *PNA*, 1-14.
- SALLET, M. B., & HEIN, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemáticas. *Educación matemática*, 16 (2), 105-125.
- VILLA, J. A., & RUIZ, H. M. (2009). Modelación en educación matemática: una mirada desde los lineamientos y estándares curriculares colombianos. *Revista virtual universidad católica del norte* (27).
- VILLA, J. A., BUSTAMANTE, C. A., BERRIO, M. D., OSORIO, J. A., & OCAMPO, d. A. (2009). Sentido de realidad y modelación: el caso de Alberto. *Alexandria*, 2 (2), 159-180.

Volver al índice
Mesas Temáticas