

A criação de um objeto de aprendizagem para resolver problemas de fenômenos físicos com taxas relacionadas

Learning Object for resolution of problems of physical phenomena with related rates.

JÚLIO PAULO CABRAL DOS REIS¹
JOÃO BOSCO LAUDARES²
DIMAS FELIPE DE MIRANDA³

RESUMO

Este artigo traz resultados de uma Pesquisa do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da PUCMinas e de estudos do Grupo de Pesquisa em Informática e Metodologias no Ensino de Matemática - GRUPIMEM. Foi criado um Objeto de Aprendizagem – OA, a partir de Resolução de Problemas de Fenômenos Físicos com Taxas Relacionadas. O embasamento teórico se fez pelos parâmetros da Resolução de Problemas e da utilização das TICs, problematizando-se o ensino e aprendizagem de Cálculo. O OA foi estruturado contendo um conjunto de atividades que se constituíram por problemas de termodinâmica, variação da intensidade de corrente num circuito elétrico, onda circular, dilatação de um balão, entre outros. Neste artigo são apresentadas 4 (quatro) das atividades do OA, realizadas por alunos dos cursos de Licenciatura em Matemática e Engenharia da PUCMinas que já tinham cursado a disciplina de Cálculo com o conteúdo de taxas relacionadas. Constatou-se que a manipulação do OA trouxe a dinâmica inerente aos fenômenos estudados, facilitando a compreensão conceitual da Taxa de Variação Relacionada, apesar dos estudantes já possuírem este conteúdo, mas sem o domínio do conceito. Esta observação se efetivou nos depoimentos dos estudantes na aplicação do OA.

Palavras chave: Objeto de Aprendizagem; Ensino de Cálculo; Taxas de Variação Relacionadas.

ABSTRACT

This Article presents results of a Survey of the Professional Master's Degree in the Teaching of the Sciences and Mathematics PUCMinas and studies of the Research Group in Informatics and Methodologies in teaching of Mathematics - GRUPIMEM. It was created an Object of Learning - OA, from Resolution of Problems of Physical Phenomena with Related Rates. The theoretical basis is made by the parameters of the Resolution of Problems and with the use of ICTs, working with problem the teaching

¹ Mestre em Educação Matemática – PUCMinas. Professor do Curso de Engenharia – Pitágoras/MG. e-mail: julio.paulo1986@hotmail.com

² Doutor em Educação – PUC/SP. Professor do Curso de Engenharia e do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da PUCMinas. e-mail: jblaudares@terra.com.br

³ Doutor em Tratamento da Informação Espacial da PUCMinas. Professor do Curso de Engenharia e do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da PUCMinas. e-mail: dimasfm48@yahoo.com.br

and learning of Calculation. The OA was structured containing a set of activities that have been constituted by problems of thermodynamics, variation in the intensity of current in an electrical circuit, circular wave, and dilatation of a balloon, among others. In this Article are presented 4 (four) OA activities, performed by students of graduate courses in Mathematics and Engineering from PUCMinas who had already attended the discipline of Calculation with the contents of related fees. It was noted that the handling of the OA, brought the dynamics inherent in the studied phenomena, facilitating the conceptual understanding of the rate of change related, despite the students have already had this content, but without the domain of the concept. This observation was made by the testimonials of students on the observation of the application of OA.

Keywords: *Object of Apprenticeship; Teaching of Calculation; Connected Taxes of Variation.*

INTRODUÇÃO

Este artigo traz resultados de uma Pesquisa do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da PUCMinas e de estudos do Grupo de Pesquisa em informática e Metodologias no ensino de Matemática – GRUPIMEM, ambos da PUCMinas. Foi criado um Objeto de Aprendizagem – OA, a partir de Resolução de Problemas de Fenômenos Físicos com Taxas de Variação Relacionadas. O embasamento teórico se fez pelos parâmetros da Resolução de Problemas e da utilização das TICs, problematizando-se o ensino e aprendizagem de Cálculo.

O OA foi construído, a partir da programação em linguagem *html* com *javascript* para produção das animações e, estruturado com atividades a serem realizadas com o emprego de Taxa de Variação Relacionada, nas quais o estudante foi orientado a resolver problemas de termodinâmica, eletricidade entre outros de fenômenos físicos.

O objeto da Pesquisa foi focado na compreensão conceitual de Taxa de Variação Relacionada, a qual os estudantes de cursos de graduação na área de Ciências Exatas possuem dificuldade no seu entendimento e nas aplicações. Neste artigo são apresentadas quatro atividades que compõem o OA.

OBJETO DE APRENDIZAGEM E AS TICs

O avanço tecnológico pode contribuir com as práticas educacionais e o computador é utilizado em instituições como instrumento no auxílio dos processos de ensino e aprendizagem, pois se tem que “o computador se converte em um meio de comunicação, a última grande mídia, ainda em estágio inicial, mas extremamente poderosa para o ensino aprendizagem”. Moran (2010, p. 44)

Behrens (2010,p. 72), ao refletir sobre o papel do docente universitário, preconiza que a sua qualificação profissional tem relevância ao se “formar para a cidadania, como sujeito histórico e transformador da sociedade, e contribuir para a produção do conhecimento compatível com o desenvolvimento tecnológico contemporâneo.”. Para buscar essa formação tecnológica, necessário é que as TICs estejam inseridas na prática educativa nas escolas.

Já Borba e Penteado (2001), por sua vez, lembram que a utilização da mídia computador foi um fator de resistência para muitos profissionais da educação. Porém, os autores vêem a utilização da Informática como um modo de transformar a prática educativa, e sugerem que essa tecnologia pode estar presente em atividades essenciais de aprendizado, tais como: ler, escrever, compreender textos, interpretar gráficos, contar, desenvolver certas noções de conteúdos, dentre outras. O computador pode ser parte da produção do conhecimento, de modo a promover a harmonia entre estratégias pedagógicas e mídias. A utilização de uma mídia não exclui outra, ou seja, o fato de utilizar o computador não tornará invalidada a utilização do lápis e papel.

Dentre as formas de utilização do computador, procurou-se analisar e criar o recurso educacional denominado Objeto de Aprendizagem (OA), com atividades de Resolução de Problemas usando Taxas de Variação Relacionadas, objetivando contribuir para o ensino e para aprendizagem do conteúdo do Cálculo.

Reis (2010) alega que os OA's fazem parte de uma gama denominada Recursos Educacionais Abertos (REA), os quais, atualmente, podem ser acessados e/ou utilizados com os benefícios provenientes do computador e com o avanço da *internet*. O mesmo autor enfatiza que a definição formal do que seja um OA não é consensual entre os educadores matemáticos.

Para Tavares (2007, p. 124), um OA é um “recurso (ou ferramenta cognitiva) autoconsistente do processo ensino e aprendizagem, isto é, não depende de outros objetos para fazer sentido.” Tal definição amplia o conceito de OA, pois, a partir dela, o livro didático, o computador, revistas, bem como a própria atividade humana, dentre outros, são instrumentos que podem ser considerados como um OA. Wiley (2009), restringe essa definição ao afirmar que um OA é qualquer recurso digital a ser reutilizado para dar suporte ao ensino. Nunes (2004, p.1) restringe também a definição: “a gama de objetos passa a não ser todo e qualquer recurso digital e sim aqueles com enfoque educacional.”

Na pesquisa, cujos resultados são apresentados neste artigo, e nos estudos do GRUPIMEM-PUCMinas, concebe-se o OA estruturado como um recurso digital.

Os termos *flexibilidade* (devem ser simples), *facilidade de atualização*, *customização* (utilização em cursos diferenciados) e *interoperabilidade* (usado em qualquer plataforma) também são recorrentes entre autores que estudam um OA.

Tem-se contribuições da utilização de um OA para o ensino e a aprendizagem quanto ao desenvolvimento do raciocínio e da criatividade. Souza *et al.* (2007) perceberam, com a utilização de um OA, a facilidade que os alunos tiveram para compreender os conceitos matemáticos, para realizar conjecturas, assim como testar e elaborar estratégias bem como facilitar a resolução de problemas. Segundo Macêdo *et al.* (2007), os OA's oferecem conexões entre os diversos tipos de linguagens. Para os autores, é possível, com esse recurso, fazer conexões entre os vários conceitos como, por exemplo velocidade e queda livre, e contribuir para que os alunos transitem de uma representação de uma linguagem para outra, por exemplo da algébrica para geométrica-gráfica entre outras, partindo de ações mais concretas ou intuitivas para abstração. A possibilidade de o aluno trabalhar no seu próprio ritmo usando um OA, permite ao mesmo ir descobrindo e aprendendo construindo seus próprios parâmetros de estudos. Tavares *et al.* (2007), após a aplicação de algumas atividades que trabalhavam conceitos da Física, propostas em forma de OA, verificaram que os alunos melhoraram suas avaliações. A dinamicidade, presente no mesmo, bem como a visualização, descrição e animação, principalmente no que se refere a fenômenos naturais ou artificiais, favorecem a aprendizagem.

A divulgação da utilização de OA no Brasil tem sido feita com a criação de repositórios, que são “bancos de dados que armazenam dados sobre os objetos, os metadados, e os objetos em si.” (NUNES, 2004, p.3). Os usuários de OAs podem localizá-los com facilidade, pois todos eles são classificados por área do conhecimento, conteúdo, programa específico, estratégia pedagógica, dentre outros critérios. Segundo Reis (2010) e Nunes (2004), além do RIVED (Rede Internacional Virtual de Educação, existem atualmente o CESTA (Coletânea de Entidades de Suporte ao uso de Tecnologia e Aprendizagem), projeto vinculado à Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). O MEC também disponibiliza o Portal do Professor, onde há OA's, o 1484.12.1 *Standard for Learning Object Metadata* e o Laboratório Virtual (LabVirt), projeto desenvolvido pela USP, no qual se encontram atualmente OA's para várias áreas de conhecimento, sobretudo para Física e Química.

Para criar ou trabalhar com recursos educacionais abertos, no que se refere ao OA, a primeira preocupação está voltada para estratégia pedagógica escolhida. Nascimento (2007) afirma que um dos maiores problemas dos OA's está na estratégia pedagógica adotada, pois, às vezes, um OA é criado sem o respaldo pedagógico. Elabora-se um REA sob a forma de OA, somente com preocupações como as de: *design*, animações, interatividade e a dimensão lúdica. Preocupa-se com a utilização do máximo de potencial oferecido pelas mídias tecnológicas atuais, sem, as vezes, a preocupação com as questões epistemológicas. Nascimento(2007) defende que um OA tem que ter respaldo em uma estratégia pedagógica, afirmando ainda que a produção do mesmo parte da premissa de uma equipe multidisciplinar na qual se tenha professores com domínio do conteúdo a ser trabalhado, programadores ou profissionais da área tecnológica, além de profissionais da área pedagógica ou algum especialista, que compreenda processos de aprendizagem e métodos cognitivos.

A segunda preocupação está voltada para as atividades propostas. Silva *et al.* (2007) sugerem que, as atividades elaboradas para o OA precisam despertar nos alunos a capacidade de reflexão, para serem significativas e desafiadoras, a fim de que os mesmos se sintam motivados pela dinâmica inerente a utilização desse instrumento.

A terceira preocupação é como desenvolver materiais hipermídia. Para tal comunga-se aqui da metodologia de Amante e Morgado (2001,p.4), que trazem as fases de desenvolvimento desses materiais, os quais se aplicam ao desenvolvimento de OA, visto que estes são materiais hipermídia. As fases são caracterizadas como: “1. Concepção do Projeto; 2. Planificação; 3. Implementação; 4. Avaliação.”.

O OA, apresentado neste artigo, possui características como flexibilidade, facilidade para atualização, customização e interoperabilidade, atendendo os parâmetros de Nunes (2004), Wiley (2000), Macêdo (2007) e Nascimento (2007). Possui também uma estratégia didática: a Resolução de Problemas, para a qual Diniz e Smole (2001) desenvolveram uma concepção própria com três características.

A primeira demonstra que de uma situação problematizadora gera-se um problema. Nesta característica, a ideia de situação pode aludir a qualquer forma de atividade e, com problemas que oportunizem investigação, fazendo com que o aprendiz determine o seu ritmo de aprendizagem.

A segunda é quanto a perspectiva de propor situações-problema. Porém, o aluno já estará munido de métodos para resolvê-las, o que vai permitir, assim, o treino de procedimentos e a busca de estratégias.

Já a terceira característica propõe o intrínseco trabalho entre conteúdo/metodologia. Durante a exploração das situações-problema, criam-se oportunidades para que o aprendiz construa conhecimentos sobre o conteúdo, de modo a não favorecer apenas o treino de manipulações ou a resolução de forma mecânica.

Deste modo, a Resolução de Problemas pode ser pensada como uma estratégia pedagógica na criação de um OA pois, segundo Diniz e Smole (2001), com a resolução de um problema pode-se chegar à compreensão de conceitos e a conseqüente construção do conhecimento.

TAXAS DE VARIAÇÃO RELACIONADAS E O CÁLCULO

O Cálculo estuda a “variação e movimento” (ZUIN, 2001, pg.13), que se expressam pelo conceito de Taxas de Variação em: Taxa de Variação Média e Taxa de Variação Instantânea.

Em Stewart (2006), tem-se que se uma quantidade y depende de uma quantidade x , pode-se escrever uma função f , cuja a imagem é dada por $y = f(x)$. Se x varie de x_1 para x_2 , então haverá uma variação de x chamada de $\Delta x = x_2 - x_1$ (incremento de x), e uma variação correspondente de y determinada por $\Delta y = f(x_2) - f(x_1)$ (incremento de y), de modo que o quociente $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ é denominado “taxa média de variação de y em relação a x no intervalo $[x_1, x_2]$ [...]” (STEWART, 2006, p.154).

Quando essa função é representada graficamente, o quociente apresentado pode ser interpretado como a inclinação de uma reta secante a curva $y = f(x)$ que passa pelos pontos $(x_1; f(x_1))$ e $(x_2; f(x_2))$. Algebricamente, a taxa de variação média é o quociente $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ e, geometricamente, é a inclinação de uma reta secante que contém os pontos dados.

Já a taxa de variação instantânea é dada pelo limite de $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ quando o incremento Δx tende a zero.

Stewart (2006, p.255) afirma que “em um problema de taxas relacionadas, a ideia é computar a taxa de variação de uma grandeza em termos de taxa de variação da outra (que pode ser medida mais facilmente).” Neste contexto, Thomas (2002) define

Taxas Relacionadas como a atividade de “encontrar uma taxa que não pode ser facilmente medida a partir de uma outra. O que pode ser medido é um problema que se chama problema de taxa relacionada.” (p.197). A partir de taxas de variação conhecidas, pretende-se relacioná-las com a utilização da regra da cadeia pela derivada, a fim de se obter outra taxa.

O OA relatado neste artigo traz a resolução de problemas, criados a partir de fenômenos físicos, os quais, segundo Anton; Bivens e Davis (2007, p.165) “envolvem grandezas que variam, como a velocidade de um foguete, a inflação de uma moeda, o número de bactérias em uma cultura, a intensidade do tremor de um terremoto, a voltagem de um sinal elétrico, e assim por diante.”

ENSINO DE CÁLCULO: PROPOSTAS E DIFICULDADES

O ensino de Cálculo tem sido objeto de investigação de muitos estudos realizados no campo da educação matemática. Propostas são feitas com o objetivo de diminuir as dificuldades da aprendizagem deste conteúdo em cursos de graduação e pós-graduação, especialmente da área de ciências exatas e de tecnologia. Miranda (2010) problematiza a aprendizagem do Cálculo quanto as dificuldades da visualização e na limitação do conteúdo matemático que estudantes do nível superior trazem da educação básica - ensino fundamental e médio. Propostas como a utilização de softwares matemáticos para facilitar a visualização de traçados de gráficos e a implementações das disciplinas como Cálculo 0(zero), Cálculo A e/ou Pré-Cálculo já são medidas adotadas para sanar estas dificuldades.

Nasser, Sousa e Torraca (2012), buscam em suas pesquisas e estudos com seus alunos analisar o fracasso no ensino e na aprendizagem de Cálculo na seguinte perspectiva: voltar ao Ensino Médio e verificar como se dá a transição dos paradigmas de ensino deste período escolar para o Ensino Superior. Além disso, propõem também certas mudanças metodológicas para a aprendizagem de Matemática no Ensino Médio, visando um melhor rendimento do Cálculo no Ensino Superior. Tais mudanças são chamadas pelas mesmas autoras de “prontidão para o Cálculo”, isto é, sugerem mudanças no modo de ensinar conteúdos como o de geometria e o de função, de modo, a contribuir com o ensino de Cálculo.

O estudo de Cálculo deve se focar no significado dos conceitos envolvidos, sem a preocupação de, *a priori*, formalizá-los com o rigor matemático, pois “somente quem

apreende o conceito é capaz de descrever e verbalizar.” (LACHINI, 2001, p.172), para enfim formalizar. A “regra de quatro” apresentada por (STEWART, 2006, p. 7), sugere que além de apresentar os tópicos de Cálculo na forma geométrica, numérica e algébrica, oferece o “acréscimo do ponto de vista verbal ou descritivo” (p.7), é uma forma em potencial de se ensinar cálculo. Assim, o tratamento de um conceito usando a “regra de quatro” apresentada por Stewart (2006), é feito com 4(quatro) abordagens: (1) verbal ou retórica, expressão em palavras na língua natural, isto é, uma descrição do conceito em estudo; (2) geométrica figural ou gráfica; (3) algébrica com o trabalho do modelo em equação; (4) aritmética para análise por meio de tabelas de dados.

Rezende (2007,p.37) investigou que o fracasso no ensino de Cálculo “é essencialmente de natureza epistemológica.” (p.317). O fracasso em Cálculo está para além dos métodos e das técnicas utilizadas, situando-se sobretudo nas “[...] dualidades essenciais [...]” O mesmo autor chama tais dualidades de macro-espacos: discreto/contínuo; variabilidade/permanência; finito/infinito; local/global e sistematização/construção, entre outros. As dificuldades de interpretação e da análise da dialética destes conceitos podem trazer o fracasso.

Macro-espaco da dualidade variabilidade/permanência – normalmente, a Matemática é apresentada e exposta com uma abordagem estática. Nesse sentido, Thomas (2002) afirma que “O Cálculo é a matemática dos movimentos e das variações.” (p. 15), cuja premissa permite inferir que o mesmo poderá ser trabalhado com exposições menos estáticas em termos de definições e formalizações, isto é, com abordagens dinâmicas que se façam mais importantes na compreensão dos conceitos envolvidos. Uma exemplificação:

[...] no conceito de derivada, por exemplo, prevalecem os seus aspectos formal (como sua definição em termos de limite) e geométrico (como o coeficiente angular da reta tangente) sobre a sua interpretação dinâmica em termos de taxa de variação instantânea. Interpretar o conceito de derivada tão somente como “coeficiente angular da reta tangente” significa ignorar o problema histórico essencial da “medida” instantânea da variabilidade de uma grandeza. (REZENDE, 2007, p.319).

O Cálculo, que permite o movimento na Matemática, possibilita ainda explorar e compreender historicamente as ideias de Newton e Leibnez, relativamente a este conteúdo pela dinamicidade, pois trata-se de permitir fazer com que o aluno compreenda os conceitos e as situações de forma dinâmica, em movimento, levando-o a perceber as variabilidades.

Essa interpretação da função relacional contribui para fracassos em conteúdos específicos do Cálculo, os chamados “[...] problemas de taxas relacionadas [...]” e os “[...] problemas de otimização [...]” (REZENDE, 2007, p.320). Os alunos não percebem na situação-problema as grandezas variáveis ou em movimento, pois aprenderam que uma função é algo estático, algo que já lhes aparecia “pronto”, bastando a eles apenas desenvolver os processos algébricos.

As técnicas de manipulações algébricas são privilegiadas em muitos cursos, e saber manipulá-las torna-se, muitas vezes, o foco do ensino de função. Uma das propostas deste macro-espço é dar ênfase ao ensino de Cálculo a partir de movimentações, variações e dinamicidade.

Macro-espço da dualidade sistematização/construção é definido ao se discutir o trabalho do Cálculo de forma conceitual, isto é, explorando, de modo histórico, intuitivo os conteúdos, em detrimento de uma formalização extrema pelos axiomas, postulados e teoremas vindos da “Álgebra Moderna e da Análise Matemática” cujas premissas teóricas mostram o Cálculo como uma disciplina extremamente formalizada. A interpretação conceitual pode contribuir significativamente mais para a aprendizagem do conteúdo, antes de sua formalização. Conforme a sugestão de Rezende (2007), inverte-se a polaridade, isto é, em vez de trabalhar o Cálculo, *a priori* e a partir das sistematizações, deve-se construir paulatinamente os conceitos do Cálculo.

Assim é proposto que o Cálculo inicialmente seja trabalhado de forma intuitiva e conceitual, visando promover uma aprendizagem efetiva. Utilizar a dualidade “técnica/significado” (p.335) na tentativa de assimilar conceitos envolvidos na disciplina. A proposta é começar pelo trabalho com o significado, ou seja, por meio da exploração das ideias históricas que permitiram o avanço do Cálculo e, posteriormente formalizar estas ideias.

Frota e Couy (2007), em suas pesquisas, estudaram o desenvolvimento da visualização com o estudo gráfico das famílias de funções na translação, deslocamento, expansão, contração das curvas, entre outras representações gráficas múltiplas, facilitando ao estudante a comunicação entre as representações (algébrica, geométrica entre outras) no estudo de Cálculo. Em Matemática, as representações podem surgir em forma de gráficos, diagramas, gráfico-numérica, em linguagem natural (verbal-descritiva), na formalização e nas técnicas de manipulações algébricas. A partir da visualização, tais representações podem permitir ao aluno assimilar conceitos presentes na Matemática. Thomas (2002, p. 16), a respeito dos gráficos, considera que tais

ferramentas “ajudam por apresentar uma representação visual de conceitos e relações”. Assim, é defendida a utilização de processos visuais como forma de ensinar Cálculo, pois esses podem ser facilitadores para aquisição de habilidade na resolução de problemas matemáticos.

Promover o estudo de cálculo através da visualização gráfica, numa perspectiva que permita a comunicação entre as várias formas de representação matemática e a passagem de um tipo de linguagem a outro pode, com efeito, elevar a qualidade da aprendizagem nos cursos de cálculo. (FROTA; COUY, 2007, p.14).

Em suma, tem-se as propostas para o Ensino de Cálculo: a visualização, a comunicação entre as diferenciadas representações, o estímulo na compreensão dos conceitos, a prontidão para o Cálculo e a regra de quatro. Propostas estas que foram inseridas no OA criado e apresentado neste artigo.

ANÁLISE DE LIVROS-TEXTO DE CÁLCULO NA TEMÁTICA EM ESTUDO

Para construir o OA proposto foram realizadas leituras das Diretrizes Curriculares para os cursos de graduação em Licenciatura e Bacharelado em Matemática e em Engenharia. Tais documentos estão em conformidade com os autores aqui estudados, especialmente no que diz respeito à utilização de tecnologia, à resolução de problemas, como uma estratégia pedagógica, a interdisciplinaridade com outros campos do conhecimento como Física e Química

Analisar também como o conteúdo de Taxas Relacionadas é apresentado nos livros de Cálculo foi de extrema importância para construir o OA; buscou-se identificar a sequência utilizada pelos autores para construir e trabalhar este conteúdo.

Foram selecionados 3(três) livros de Cálculo dos autores: Stewart (2006), Thomas (2002) e Anton; Bivens e Davis (2007), pela maior utilização dos mesmos em cursos de graduação na área de ciências exatas.

O três autores partem de uma revisão/aprofundamento sobre funções ao trazerem novas linguagens e representações matemáticas do conteúdo já estudado no ensino médio.

Os problemas clássicos da reta tangente a uma curva e da velocidade são utilizados com grande frequência pelos três autores, seja para validar conceitos ou para construir uma situação que levará ao significado de novos conceitos. Todos os livros

analisados atendem a utilização da regra dos quatro passos (álgebra, aritmética, geometria/gráfico e verbalização) .

A ênfase em taxas de variação é dada com o estudo do conceito de derivadas e, a partir deste estudo, avança-se com as noções de regra da cadeia e com os conceitos de taxas relacionadas.

O conteúdo de taxas relacionadas, aqui exposto como um dos conteúdos com alto grau de dificuldade para o ensino de Cálculo, não é privilegiado pelos autores, uma vez que é trabalhado em uma pequena seção do livro. O artifício utilizado para explicar o conteúdo é adotado da mesma forma pelos três autores. Inclusive, todos resolvem cinco problemas e, a partir do segundo ou do terceiro, propõem uma estratégia de resolução que é aplicada aos demais.

Os três autores defendem a utilização da tecnologia com informatização e a propõem em vários momentos, porém, na seção de Taxas Relacionadas, não a usam. Ressaltam também que, uma das dificuldades do trabalho com o conteúdo de Taxas Relacionadas está em compreender os conceitos trazidos no problema. Outra dificuldade constatada pelos autores é quanto a não percepção pelos estudantes da dinâmica e dos movimentos inerentes aos fenômenos estudados.

ELABORAÇÃO do OA

De acordo com os parâmetros teóricos, o OA desenvolvido na pesquisa apresentada neste artigo teve a seguinte estrutura:

- a) delimitação de um tema a ser trabalhado;
- b) definição de uma estratégia pedagógica;
- c) constituição de uma equipe que compreenda o aspecto pedagógico e/ou a linguagem computacional;
- d) escolha de uma linguagem computacional que atenda à proposta;
- e) definição de fases de desenvolvimento.

Desse modo, o tema foi delimitado: Cálculo → Taxas de Variação → Taxas de Variação Relacionadas. A escolha de uma estratégia pedagógica, isto é, modo de abordar e trabalhar o conteúdo, tornou-se uma das preocupações da equipe que desenvolveu OA, como defendido por Borba e Penteadó (2001) e Nascimento (2007), a fim de que o OA contribua para o aprendizado e, não seja somente um objeto

computacional. Sendo assim, a estratégia pedagógica adotada foi a Resolução de Problemas, baseada em Stewart (2006) e Polya (1977), a partir dos seguintes passos:

- 1º - ler o problema de forma minuciosa;
- 2º - traçar um esboço da situação (diagrama), a ser realizado no próprio OA de forma dinâmica;
- 3º - escolher a notação e/ou entender o significado da notação utilizada (analisar os dados fornecidos pelo problema);
- 4º - expressar a taxa requerida em termos de derivada; (representar o dado procurado);
- 5º - escrever uma equação que relacione as várias grandezas do problema;
- 6º - utilizar a regra da cadeia (para relacionar as grandezas se necessário);
- 7º - substituir as informações dadas ou encontradas na composição da equação resultante e resolver o problema de modo a encontrar a taxa desconhecida;
- 8º - analisar a resposta encontrada em coerência com os dados do problema.

Estabelecida a estratégia pedagógica, montou-se uma equipe para criar o OA, como sugerido por Nascimento (2007) e Amante e Morgado (2001). A equipe foi composta pelo orientando e orientadores durante o curso de Mestrado, que são profissionais da área do conhecimento. Por intermédio de um Projeto de Pesquisa financiado pelo Fundo de Incentivo à Pesquisa-FIP da PUCMinas, conseguiu-se um estagiário da área de Engenharia da Computação para a programação do OA. Foi convidada uma professora de Física (visto que os problemas são de fenômenos físicos), no momento da montagem das atividades para a definição da linguagem utilizada e das leis/ propriedades físicas presentes nos fenômenos estudados.

A escolha da linguagem adequada a ser utilizada na programação do OA ficou sob a responsabilidade do programador. Pelas propostas iniciais de como seria trabalhado o tema delimitado e das necessidades pedagógicas implicadas, o programador buscou uma linguagem que possibilitou tal articulação. A linguagem escolhida por ele foi *html* com *Javascript*, as animações construídas na linguagem *flash*, com o auxílio do programa *Microsoft Office PowerPoint 2003*, *aTubeCatcher* (programa gratuito), o qual pode ser encontrado na *internet* e, que permite capturar imagens da tela e transformá-las em vídeo. Também foram criados *applets do GeoGebra*, programa também gratuito, que permite o esboço de gráficos dinâmicos, dentre outras opções,

além de imagens retiradas da *internet* para compor o mesmo. O OA funciona em navegadores da *internet* como *Google Chrome* e *Firefox Mozilla*.

O desenvolvimento do OA foi baseado em Amante e Morgado (2001), que sugerem fases de como construir um recurso pedagógico, isto é, a concepção, a planificação, a implementação e a avaliação.

Na fase de concepção, na qual se compreende e delimita o tema, montou-se a equipe, escolheu-se a estratégia pedagógica e a linguagem computacional.

A fase de planificação referiu-se à etapa de estruturação das ideias (quando são registradas, colocadas no papel), ideias essas que foram surgindo a partir das leituras realizadas. A sequência didática das atividades do OA foram sendo realizadas acréscimos, mudanças, complementos e exclusões. Nessa fase, a proposta foi criar 7 (sete) atividades sobre problemas de Taxas Relacionadas que envolvessem fenômenos físicos. Projetou-se o OA, conforme apresentado por Júnior e Lopes (2007), com a presença de textos, vídeos, áudio; buscou-se as animações, como sugerido por Bezelliet al (2010); favoreceu-se a visualização e as representações matemáticas, conforme Frota e Couy (2007); foi dada a possibilidade de utilização de outras mídias, como lápis e papel, como sugerido por Borba e Penteado (2001); focou-se na compreensão do conceitos conforme Barros Meloni (2001), Stewart (2006) e Lachini (2001) e utilizou-se a regra das quatro abordagens, apresentada por Stewart (2006).

A partir dessas ideias iniciais, criou-se o *storyboard*, como sugerido por Amante e Morgado (2001), partindo das atividades respaldadas na estratégia de Resolução de Problemas apresentada por Stewart (2006) e Polya (1977). Elaboraram-se as atividades, as quais, conforme as necessidades, foram sofrendo modificações ao longo do processo: compreensão de comandos, limitações de programação, atividades programadas que não atenderam expectativas, dentre outros. Com base também nos livros de Stewart (2006), Thomas (2002) e Anton; Bivens e Davis (2007), o *storyboard* foi elaborado.

A fase de implementação correspondeu ao momento em que o programador começou a passar o *storyboard* para a linguagem computacional, ou seja, a programar o OA, cujo trabalho foi supervisionado pelos orientadores e orientando. Durante a programação, aconteceram algumas mudanças que visavam complementar ou substituir as ideias apresentadas no *storyboard*, pois algumas, quando programadas, se tornavam falhas em alguns aspectos ou necessitavam de maiores mudanças para facilitar a compreensão do conceito envolvido. Outras sofreram até mesmo modificações devido à dificuldade de a ideia ser programada, o que sugere que, para fazer um OA, nem todas

as propostas idealizadas para as práticas de ensino serão de fácil ou possível programação.

A avaliação, que é a última fase sugerida por Amante e Morgado (2001), aconteceu a cada passo da elaboração do OA, inclusive no momento da aplicação. É nessa fase que se observa a necessidade de modificar, ampliar e/ou retirar algumas partes do OA, para que ele atenda melhor à proposta pedagógica. Assim, essa fase ocorreu em diversos momentos com acompanhamento de toda equipe elaboradora.

APRESENTAÇÃO DE ALGUMAS DAS ATIVIDADES PRESENTES NO OA

O OA traz sete atividades, sendo que nas três primeiras atividades, o aluno é auxiliado pelo OA, de modo, a resolver o problema proposto.

Após a terceira atividade, é apresentada, explicitamente, a estratégia de Resolução de Problemas e sugere-se ao aluno aplicar tal estratégia nas próximas quatro atividades. Assim, o nível de ajuda do OA, a cada atividade que o aluno avança, vai diminuindo, de modo que, na última atividade, espera-se que o mesmo consiga compreender a estratégia, utilizando-a para resolver problemas de Taxas Relacionadas, e assim deseja-se o aluno se torne sujeito autônomo e agente do seu próprio aprendizado.

Neste artigo, são apresentadas 3(tres) das 7(sete) atividades do OA.

Atividade 1: Termodinâmica

Os objetivos esperados com essa atividade são:

- a) Compreender um problema de Taxas Relacionadas;
- b) Trabalhar com notações matemáticas que expressam a situação;
- c) Observar um fenômeno físico presente no conteúdo de Química;
- d) Resolver um problema de Taxas Relacionadas;
- e) Utilizar a estratégia de Resolução de Problemas.

Para a resolução do problema, é utilizada a estratégia, que não aparece explicitamente para o aluno. O problema é apresentado e, a seguir, é sugerida sua leitura, que deverá ser feita quantas vezes se fizer necessário.

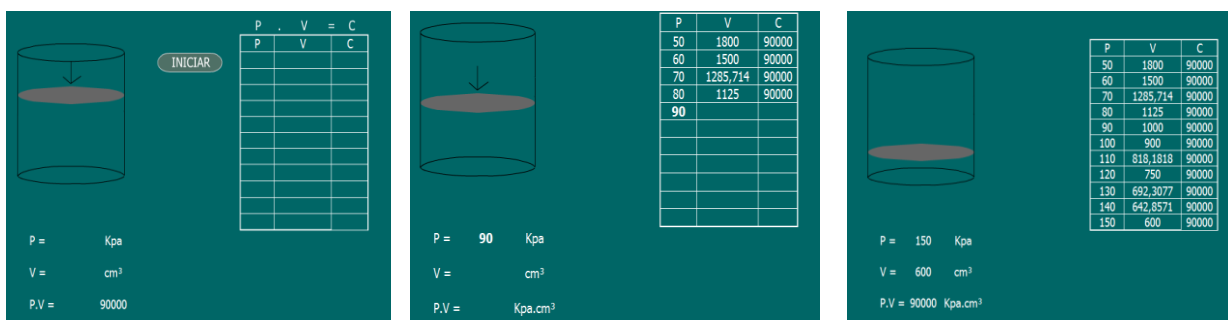
Quadro 1: Problema trazido pela primeira atividade

A Lei de Boyle estabelece que, quando uma amostra de gás está comprimida a uma temperatura constante, a pressão P e o volume V satisfazem a equação $PV = C$, onde C é uma constante. Suponha que, em certo instante, o volume é de 600 cm^3 , a pressão é de 150 kPa e a pressão cresce a uma taxa de 20 kPa/min . A que taxa está decrescendo o volume nesse instante?

Fonte: Stewart, 2006, p.260.

A estratégia de Resolução de Problemas sugere que o aluno esboce, quando necessário, um diagrama como um dos passos. No OA, o diagrama é traçado de forma interativa e o aluno pode simular as condições presentes no problema, fazendo, para isso, relações entre o enunciado (textual) e o diagrama (simulação). O seguinte diagrama é apresentado.

Figura 1: Diagrama dinâmico da atividade 1



Fonte: Elaborado pelo autor

Ao clicar no botão iniciar, o pistão do cilindro começa a descer, pressionando o gás do recipiente. Para auxiliar a visualização, é apresentada uma tabela com dados numéricos, para validar a equação $PV = C$. A simulação acontece concomitantemente ao preenchimento da tabela, de modo que, ao chegar à situação proposta pelo problema, a mesma traz a informação, isto é, volume ($V = 600 \text{ cm}^3$), pressão ($P = 150 \text{ kPa}$) e a equação $PV = 90.000$. Com essa simulação, pretende-se fazer com que o aluno visualize o fenômeno físico e, por conseguinte, compreenda-o matematicamente.

O próximo passo é fazer com que o aluno volte ao enunciado, leia-o mais uma vez e identifique os dados fornecidos. Essa identificação é realizada com o preenchimento de campos indicados no próprio OA. Para o problema em questão, os dados são: o volume ($V = 600 \text{ cm}^3$), a pressão ($P=150 \text{ kPa}$), velocidade instantânea (no

exato momento) da pressão ($\frac{dP}{dt} = 20 \text{ kPa/min}$) e a relação $PV = C$. Todos esses dados recebem um *feedback*, isto é, um retorno do OA, a fim de que se perceba se o aluno está correto ou se deve avaliar mais uma vez a sua resposta.

Nesse momento, cabe ao aluno compreender o dado procurado, e, para auxiliá-lo nessa tarefa, é apresentada uma questão de múltipla escolha, cujo objetivo é demonstrar para o mesmo que a taxa de variação do volume está diminuindo $\frac{dV}{dt}$. Para tal, é sugerido, mais uma vez, um retorno ao enunciado e lê-lo, caso necessário, para marcar a opção correta. De acordo com Polya (1977), ler o problema quantas vezes se fizer necessário consiste numa estratégia que atende à proposta de Resolução de Problemas, pois tal (re)leitura contribui para que o aluno não se perca nesse processo. Ao marcar a opção, o mesmo tem o *feedback*; caso a resposta esteja errada, o OA não continua a resolução e pede que a escolha feita seja revista.

A sugestão é encontrar uma equação que relacione os dados presentes ou alguns dos dados presentes no problema. O OA auxilia o aluno na equação, que é $PV = C$. Porém, é mostrado a impossibilidade da equação em atender ao dado procurado pois, não é relacionada a variável tempo. Introduce-se a variável tempo(t) pela regra da derivada do produto, com função composta, pois P e V dependem do tempo t .

Aplica-se, assim, a regra da cadeia, conforme Stewart, 2006, vol. I, pág.255, para relacionar o dado procurado (Taxas Relacionadas a partir da regra da cadeia); o OA faz o processo e o aluno verifica e acompanha a aplicação da regra da cadeia à equação $PV = C \Rightarrow V \frac{dP}{dt} + P \frac{dV}{dt} = 0$. Caso não haja a compreensão, o OA traz uma ajuda, em que se observa a explicação da aplicação da regra da cadeia no modelo matemático fornecido.

Substituir os dados fornecidos achando a taxa de variação pretendida é o próximo passo. Com o auxílio do OA, substituem-se os dados e calcula-se a taxa de variação pretendida, de modo que o papel do discente é compreender através da observação. Assim $600.20 + 150 \frac{dV}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{dV}{dt} = -80 \text{ cm}^3/\text{min}$.

Como afirma Polya (1977), o retrospecto, isto é, analisar se a resposta é compatível ou coerente com a proposta do problema, faz parte do processo de resolução de problemas. O aluno, pelo OA, chega à conclusão de que, no exato momento em que

o volume $V = 600 \text{ cm}^3$, pressão $P = 150 \text{ kPa}$ e a velocidade com que a pressão cresce é de 20 kPa/min , já o volume está diminuindo (sinal negativo) a uma taxa de $80 \text{ cm}^3/\text{min}$ ou a velocidade com que o volume está decrescendo é de $80 \text{ cm}^3/\text{min}$, conclusão esta presente no OA. É então sugerido ao aluno que retorne à simulação e avalie sua resposta, verificando que na medida em que o êmbolo vai descendo, isto é, a pressão vai aumentando, o volume do gás interno vai diminuindo.

Atividade 2: Variação da Resistência em um Circuito Elétrico

Com este problema, pretende-se:

- Trabalhar com a estratégia de Resolução de Problemas, isto é, o aluno ainda não teve acesso aos passos facilitadores para a resolução deste tipo de problema;
- Analisar/observar quais os dados podem ser retirados da equação matemática já fornecida;
- Resolver problema de Taxas Relacionadas;
- Trabalhar com notações matemáticas de forma significativa.

Como sempre, a proposta inicial é ler o problema quantas vezes forem necessárias.

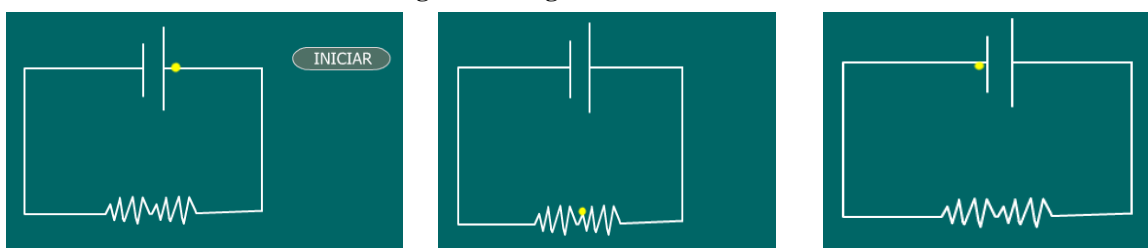
Quadro 2: Problema trazido pela segunda atividade

Variando a voltagem: A voltagem V (volts), a corrente I (em ampères) e a resistência R (ohms) de um circuito elétrico estão relacionadas entre si pela equação $V = RI$. Suponha que V esteja aumentando a uma taxa de 1 volt/s , enquanto I está diminuindo a uma taxa de $1/3 \text{ A/s}$. Sendo o tempo dado em s , encontre a taxa com a qual R está variando quando $V = 12 \text{ V}$ e $I = 2 \text{ A}$.

Fonte: Adaptado Thomas, 2002,p.203

Para ilustrar a situação do problema é apresentado no quadro 2, um diagrama interativo é apresentado, conforme pode ser observado..

Figura 2: Diagrama dinâmico da atividade 2



Fonte: Elaborado pelo autor

O OA convida o aluno a interagir com o diagrama e, ao clicar no botão iniciar, pode-se ver a corrente elétrica (I) (no diagrama indicado pelo ponto amarelo) circulando - saindo da fonte (V), passando pela resistência (R) e voltando à fonte do circuito.

Retirar os dados presentes no problema é o próximo passo. No próprio OA, existem campos destinados para o preenchimento de tais dados. Os dados presentes no enunciado deste problema são: $\frac{dV}{dt} = 1$ volt/s (a taxa de variação da voltagem em relação ao tempo no exato momento), $\frac{dI}{dt} = -1/3$ A/s (a taxa de variação da corrente elétrica em relação ao tempo), $V = 12$ Volts (a voltagem no momento), $I = 2$ A (a corrente elétrica no instante) e a equação matemática fornecida $V = RI$. Esta equação relaciona alguns dos dados presentes no problema e, nele, o número de dados/informações é maior do que no problema anterior, aumentando gradativamente a resolução e suas dificuldades.

O aluno é, então, induzido a verificar o que o problema pede, ou seja, o dado procurado. Para auxiliá-lo nessa procura, uma questão de múltipla escolha é apresentada e, nas opções, aparecem notações matemáticas para averiguar se o aluno aprendeu o significado das mesmas.

Figura 4: Questão de múltipla escolha da atividade 2

- 4º) Volte ao enunciado para avaliar o que se pretende descobrir. "Marque a opção correta".
- dV/dI (A taxa de variação da voltagem em relação a corrente).
 - dR/dI (A taxa de variação da resistência em relação a corrente).
 - dt/dR (A taxa de variação do tempo em relação a resistência).
 - dR/dt (A taxa de variação da resistência em relação ao tempo).

Fonte: Elaborado pelo autor

Neste caso, o dado procurado é a taxa de variação da resistência em relação ao tempo $\frac{dR}{dt}$. Volta-se à equação fornecida pelo enunciado $V = RI$. Comenta-se a impossibilidade desta equação fornecer o dado procurado, pois falta a variável tempo. Indaga-se o aluno a respeito de como relacionar os dados já existentes com o dado procurado. Sugere-se, então, a utilização da regra da derivada do produto na equação

fornecida, mas estando atento ao fato de que $I=I(t)$. Nestas condições, a fim de obter o dado procurado na equação $V = RI$, derivando, tem-se a equação $\frac{dV}{dt} = R \frac{dI}{dt} + I \frac{dR}{dt}$. Desse modo, a taxa de variação procurada, pela regra do produto, é incorporada à situação, surgindo assim a nova equação. É preciso ressaltar que todos esses passos são realizados de forma interativa entre aluno/OA.

Substituir os dados na nova equação é o próximo passo. Aqui, porém, o problema difere do primeiro. Ao substituir os dados, o aluno fica na impossibilidade de resolver a equação, visto que ainda restam duas incógnitas R e $\frac{dR}{dt}$ ($1 = R\left(-\frac{1}{3}\right) + 2\frac{dR}{dt}$). Uma questão sobre como desvendar essa incógnita é levantada e a sugestão é voltar à primeira equação $V = RI$ e, com os dados, achar o valor de R . Esse valor encontrado é substituído na segunda equação a fim de obter $\frac{dR}{dt}$. O OA apresenta todos esses passos, inclusive os cálculos. Assim, $\frac{dR}{dt}$ pode ser calculado:

$$1 = 6\left(-\frac{1}{3}\right) + 2\frac{dR}{dt} \rightarrow \frac{dR}{dt} = \frac{3}{2}\Omega/s.$$

Assim, a velocidade ou taxa com a qual a resistência R está variando é igual a $1,5 \Omega/s$, que é a resposta da questão do Quadro 2, ocorrendo no exato momento em que a voltagem está a uma velocidade de 1 volt/s (que é a sua taxa de variação); sendo a variação da corrente igual a $1/3 \text{ A/s}$, a voltagem dissipada de 12 V , com uma corrente de 2 A .

Para orientar o estudante em problemas gerais de taxa de variação, os passos da estratégia de solução foram organizadas em um vídeo. Elaborou-se uma videoaula, com um problema resolvido, e, na figura 5, vê-se uma parte dessa videoaula, com os dois passos iniciais da estratégia de resolução para um problema que envolve dois carros em movimento.

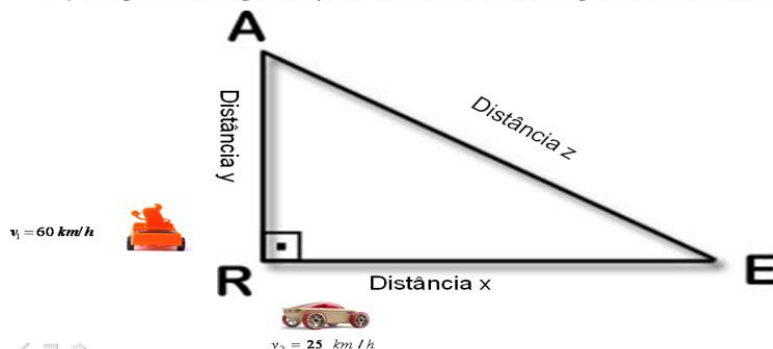
Figura 5: Parte de uma videoaula

1º) Ler atentamente o enunciado do problema proposto:

Dois carros iniciam o movimento de um mesmo ponto. Um viaja para o norte a 60 km/h, e o outro para o leste a 25 km/h. A que taxa está crescendo a distância entre os carros duas horas depois?

Adaptado – Stewart, 2006 p.259; 5ª edição

2º) Traçar um diagrama para facilitar a visualização do enunciado.



Fonte: Elaborado pelo autor

O aluno pode assistir a vídeo-aula quantas vezes julgar necessário e, ao final da exibição, será convidado a resolver outras atividades propostas no OA, utilizando a estratégia de Resolução de Problemas apresentada.

Inicialmente, nessas próximas atividades propostas, o auxílio do OA se dá de forma gradativa, mas o nível de ajuda vai diminuindo a cada atividade. Espera-se que, a partir da última atividade, mantendo-se empenhado e praticando, o aluno venha a adquirir autonomia na resolução de problemas físicos de Taxas Relacionadas pela estratégia adotada.

Atividade 3: Variação da Área de um Triângulo

Essa atividade tem como objetivos:

- Aplicar a estratégia de Resolução de Problemas;
- Verificar os passos sugeridos para a Resolução de Problemas com Taxas Relacionadas;
- Compreender a estratégia de resolução;
- Aprender a utilizá-la em problemas de Taxas Relacionadas;

Na tela, a estratégia vai sendo apresentada paulatinamente por alguns passos:

1º passo - Ler atentamente o problema quantas vezes necessário:

Quadro 3: Problema trazido pela quarta atividade

Dois lados de um triângulo são 4 m e 5 m, e o ângulo entre eles está crescendo a uma taxa de 0,06 rad/s. Encontre a taxa segundo a qual a área está crescendo quando o ângulo entre os lados do comprimento fixo é 30°.

Fonte: Stewart, 2006, p.260

2º passo - Um diagrama é traçado para visualizar e explorar a situação mencionada pelo enunciado do problema. O OA traz o diagrama, para que o aluno interaja com ele.

Figura 6: Diagrama dinâmico da atividade 4



Fonte: Elaborado pelo autor

3º passo - O aluno é levado a analisar as informações trazidas pelo enunciado do problema, observando na tela os dados: $\frac{d\theta}{dt} = 0,06$ rad/s, $\theta = 30^\circ$, lado $b = 4$ m e o lado $c = 5$ m. Como este é o primeiro problema em que se aplica a estratégia de Resolução de Problemas, o OA auxilia o estudante em um maior número das etapas da resolução, solicitando trabalhar todos os passos desta estratégia.

4º passo - É o momento de localizar o dado ou a taxa de variação procurada, utilizando uma notação adequada. No problema, a taxa procurada é a variação da área em relação ao tempo, que pode ser representada por: $\left(\frac{dA}{dt}\right)$.

5º passo - O aluno busca uma equação encontrada na trigonometria que relacione os dados presentes (em sua totalidade ou alguns deles) no problema. Caso o aluno não se recorde, o OA traz a equação $A = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \text{sen} \theta$, isto é, a área de um triângulo é igual à metade do produto dos lados pelo seno do ângulo compreendido entre os mesmos. É uma equação favorável, porém não fornece a taxa procurada (falta a variável tempo), $\left(\frac{dA}{dt}\right)$

6º passo - Aplicar a regra da cadeia para fazer o elo entre os dados, obtendo uma nova equação, que é $\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2}.b.c.\cos\theta\frac{d\theta}{dt}$. Nesta, a taxa de variação procurada se faz presente. Nota-se que b e c são constantes e que a variável é o ângulo θ .

7º passo – É mostrado pelo OA, passo a passo, a substituição dos dados:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2}.b.c.\cos\theta\frac{d\theta}{dt} \Rightarrow \frac{dA}{dt} = \frac{1}{2}.4.5.\cos 30.0,06 \Rightarrow \frac{dA}{dt} = 0,3 \text{ m}^2/\text{s}.$$

8º passo - A resposta então é interpretada. A cada segundo que se passa, a área tem uma variação de 0,3 m². O aluno é convidado a retornar ao diagrama interativo e observar a situação, isto é, verificar que realmente a área está crescendo com o passar do tempo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A validação do OA se fez pela experimentação do mesmo com estudantes dos cursos da área exata. A Pesquisa teve como sujeitos alunos dos cursos de Engenharia e Licenciatura Plena em Matemática, que já tinham cursado a disciplina de Cálculo. Foi esclarecido aos alunos participantes que contribuiriam para uma Pesquisa de Mestrado Profissional. Deste modo, dos alunos que se interessaram e compareceram aos encontros, foram selecionados 11(onze), de acordo com os seguintes critérios: disponibilidade para participar dos encontros, grau de interesse em participar da Pesquisa e, se já tinham estudado o conteúdo de Taxas Relacionadas.

Devido ao alto grau de dificuldade dos estudantes de Cálculo relativamente a Taxas Relacionadas, foram convidados para experimentar o OA alunos que já tinham estudado este conteúdo para uma resignificação do mesmo, especialmente quanto ao aspecto conceitual e de aplicação. Esperava-se que pudesse haver uma contribuição dos mesmos para o OA, já que não era um tema totalmente desconhecido, o que ocorreu com sugestões variadas quanto as atividades e o próprio desenho do OA.

A cada etapa da aplicação do OA foi possível verificar que o mesmo trouxe contribuições como a visualização gráfica e dinâmica, auxiliando na compreensão dos conceitos e nas representações matemáticas e, permitindo assimilações dos conteúdos pertinentes para compreender, resolver e interpretar um problema de fenômeno físico que necessita de Taxas Relacionadas para sua resolução. O OA ainda contribui quanto as exposições sob a forma textual e/ou visual que auxiliaram as significações

conceituais e as resoluções dos problemas propostos, dando maior autonomia aos estudantes.

Cada participante desenvolveu as atividades no tempo em que achou pertinente em 4(quatro) aulas de 50 minutos . A maior parte conseguiu chegar até a última questão apresentada nas atividades. Poder avançar e retroceder as telas do OA, contribuiu para potencializar o aprendizado de forma gradual. A interação aluno-OA favoreceu a aprendizagem e permitiu novas descobertas, como, exposto pelos alunos, que ao revisitar o conceito de Taxa de Variação já estudado, puderam compreendê-lo melhor, fazendo a resignificação conceitual devido aos recursos oferecidos pelo OA. A maioria dos estudantes, em seus depoimentos, afirmaram que tiveram muita dificuldade no estudo deste conteúdo quando o fizeram pela primeira vez, não assimilando-o e, que pelo OA conseguiram melhor compreensão.

Este objeto de estudo terá continuidade em Projeto aprovado pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais - FAPEMIG, no interior do GRUPIMEM da PUCMinas. Será ampliado o OA com mais atividades e aplicado a estudantes que ainda não cursaram Taxas Relacionadas, com o intuito de se fazer um comparativo do alcance metodológico do OA com estudantes que já cursaram este conteúdo, sujeitos dessa Pesquisa apresentada..

REFERÊNCIAS

ANTON, Howard; BIVENS, Irl; DAVIS, Stephen. **Cálculo**. 8. ed. Artmed. 2007. v. 1. 581 p.

BEHRENS, Maria Aparecida. Projetos de aprendizagem colaborativa num paradigma emergente. In: MORAN, José Manuel; MASSETO, Marcos T.; BEHRENS, Marilda Aparecida (Org.) **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. 17 ed Campinas (SP): Papirus, 2010, p.67-132.

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. **Informática na Educação Matemática**. Autêntica. Belo Horizonte. 2001.

DINIZ, Maria Ignez; SMOLE, Kátia Stocco. **Ler, escrever e resolver problemas**. São Paulo: Artmed. 2001.

FROTA, Maria Clara Rezende; COUY, Laís. **Representação e Visualização no Estudo de Funções**. In: Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática, (IX ENEM), GT-04, em Belo Horizonte - MG, 2007.

GASPAR, Alberto. **Física**. Volume Único. São Paulo. 2008.

SOUZA JÚNIOR, Arlindo José de; LOPES, Carlos Roberto. Saberes docentes e o desenvolvimento de objetos de aprendizagem. In: PRATA, Carmem Lúcia; NASCIMENTO, Anna Christina Aun de Azevedo (Org.). **Objetos de Aprendizagem: uma proposta de recurso pedagógico**. Brasília: MEC, SEED, 2007, p.7-15.

LACHINI, Jonas. Subsídios para explicar o fracasso de alunos em cálculo. In: LAUDARES, João B. LACHINI, Jonas. (Org.). **A prática educativa sob o olhar de professores de cálculo**. Belo Horizonte, MG. Ed. Fumarc, 2001, p.146-190.

MACÊDO, Laécio Nobre de *et al.* Desenvolvendo o Pensamento Proporcional com o uso de um Objeto de Aprendizagem. In: PRATA, Carmem Lúcia; NASCIMENTO, Anna Christina Aun de Azevedo (Org.). **Objetos de Aprendizagem: uma proposta de recurso pedagógico**. Brasília: MEC, SEED, 2007, p.17-37.

MÁXIMO, Antônio R. da Luz; ALVARENGA, Beatriz. **Física – Ensino Médio**. São Paulo. 2006. Scipione. v.3.

MILANI, Estela. A informática e a Comunicação Matemática. In: SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. **Ler, escrever e resolver problemas**. São Paulo: Artmed Editora, 2001.

MIRANDA, Anderson Melhor. **As tecnologias da informação no estudo de Cálculo na perspectiva da aprendizagem significativa**. 2010. 152f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.

MORAN, José Manuel. Ensino e aprendizagem inovadores com tecnologias audiovisuais e telemáticas. In: MORAN, José Manuel; MASSETO, Marcos T.; BEHRENS, Marilda Aparecida (Org.). **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. 17. Campinas (SP): Papyrus, 2010, p.11-66.

NASCIMENTO, Anna Christina de Azevedo. Objetos de aprendizagem: entre a promessa e a realidade. In: PRATA, Carmem Lúcia; NASCIMENTO, Anna Christina Aun de Azevedo (Org.). **Objetos de Aprendizagem: uma proposta de recurso pedagógico**. Brasília: MEC, SEED, 2007, p.135-145.

NASSER, Lilian; SOUSA, Geneci Alves de; TORRACA, Marcelo André Abrantes. **Transição do ensino médio para o ensino superior: como minimizar as dificuldades em cálculo?** Artigo apresentado no V seminário internacional de pesquisa em educação matemática. Petrópolis, Rio de Janeiro. 2012.

NUNES, C. A. A. Objetos de Aprendizagem em Ação. **Cadernos de Pesquisa Reflexões**, v.1, N.6, 2004. Disponível em: <<http://oaprendizcolaborador.blogspot.com/2011/03/artigo-objetos-de-aprendizagem-em-acao.html>>. Acesso: em 01 Fev. 2012.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciências, 1977.

POZO, Juan Ignácio. **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender**. Porto Alegre: Art Méd, 1998.

REIS, Edinei Leandro. **O processo de Construção de Objetos de Aprendizagem em Cálculo Diferencial e Integral durante uma Atividade de Design**. 2010. **Dissertação (Mestrado)** – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.

REZENDE, Wanderley Moura. O ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica. In: MACHADO, N.; CUNHA, M. (Org.) **Linguagem, Conhecimento, Ação ensaios de epistemologia e didática**. São Paulo. Escrituras. 2007.

RIVED, Padrões. **Rede Interativa Virtual de Educação**. Disponível em <http://rived.mec.gov.br/site_objeto_lis.php>. Acesso em 20 Jan. 2013.

STEWART, J. **Cálculo**. São Paulo. Pioneira-Thomson Learning, 5^a ed. 2006. v. 1.

SOUZA, Aguinaldo Robinson de *et al.* Desenvolvimento de habilidades em tecnologias da informação e comunicação (TIC) por meio de objetos de aprendizagem. In: PRATA, Carmem Lúcia; NASCIMENTO, Anna Christina Aun de Azevedo (Org.). **Objetos de Aprendizagem: uma proposta de recurso pedagógico**. Brasília: MEC, SEED, 2007, p.49-57.

TAVARES, Romero *et al.* Objetos de Aprendizagem: uma proposta de avaliação da aprendizagem significativa. In: PRATA, Carmem Lúcia; NASCIMENTO, Anna Christina Aun de Azevedo (Org.). **Objetos de Aprendizagem: uma proposta de recurso pedagógico**. Brasília: MEC, SEED, 2007, p.123-134.

THOMAS, G. B. **Cálculo**. São Paulo. Pearson Education do Brasil, 2002. v.1. 660 p.

WILEY, D.A. Impediments to Learning Object Reuse and Openness as a Potential Solution. **Revista Brasileira de Informática na Educação**, v. 17, n° 3. Disponível em < <http://www.br-ie.org/pub/index.php/rbie/article/viewFile/10221016>>. Acesso em 01 Fev. 2012. 2009.