

Por el espacio exterior... e interior

por

ANA ISABEL BLASCO NUÑO, CARMEN SOGUERO PAMPLONA Y RICARDO ALONSO LIARTE

(CEIP Ricardo Mallén, Calamocha; Universidad de Zaragoza, Teruel;

IES Salvador Victoria, Monreal del Campo)

Parece obvio que el conocimiento de la posición es previo a la realización de medidas. Los niños, desde bien pequeños, son capaces de reconocer su propia posición respecto a ciertas referencias, así como realizar movimientos planificados dentro del espacio que les rodea.

Tanto la Ley Orgánica de Educación como la Orden en la que se desarrolla el currículo de Educación Infantil en la Comunidad Autónoma de Aragón, recogen la necesidad de tratar la exploración del espacio y, por tanto, la geometría en la etapa de Infantil. Ambos hacen referencia al desarrollo de contenidos como:

Situación de sí mismo y de los objetos en el espacio. Posiciones relativas. Identificación de formas planas y tridimensionales en elementos del entorno. Exploración de algunos cuerpos geométricos elementales. Nociones topológicas básicas (abierto, cerrado, dentro, fuera, cerca, lejos, interior, exterior...) y realización de desplazamientos orientados.

Así mismo, los *Principios y Estándares del National Council of Teaching of Mathematics* NTCM (2003) también reflejan la necesidad de trabajar con formas y posiciones en esta etapa. De hecho, para el periodo de los 3 a los 8 años, Alsina (2015) analiza este documento, señalando un doble enfoque en los contenidos espaciales: los relativos a la posición y los relativos a la forma. Respecto a los segundos es necesario centrarse en el análisis de las propiedades geométricas. Sin embargo, en lo que se refiere a la posición, el NTCM hace especial hincapié en lo que se consideran los tres aspectos fundamentales de la organización espacial: la posición relativa, la dirección y la distancia.

Mediante el desarrollo de sus experimentos, Piaget muestra que la organización y adquisición de los conceptos geométricos se inicia con ideas propias de la topología, más tarde se arman relaciones proyectivas entre los conceptos y por último, aparecen las relaciones métricas. Según Clements y Battista (1992) este orden estaría condicionado por el hecho de que las propiedades topológicas hacen referencia a figuras aisladas, por lo que son más fáciles de percibir que las proyectivas o las métricas que implican el establecimiento de una referencia.

En esta secuencia de desarrollo, al trabajar las nociones topológicas aparecen invariantes como «abierto–cerrado», «dentro–fuera», «interior–exterior», «continuo–discontinuo», «conexo–inconexo», etc. Cuando se llega a las nociones proyectivas aparecen otros como «arriba–abajo», «sobre–bajo», «delante–detrás», «izquierda–derecha», «cerca–lejos», «encima de–debajo de», etc. Y al llegar a las nociones métricas se tratan las formas geométricas o los cuerpos en el espacio.

En la selección de actividades de GeoGebra que mostramos en este artículo se trabaja con los invariantes topológicos y proyectivos, dejando los métricos para el siguiente.

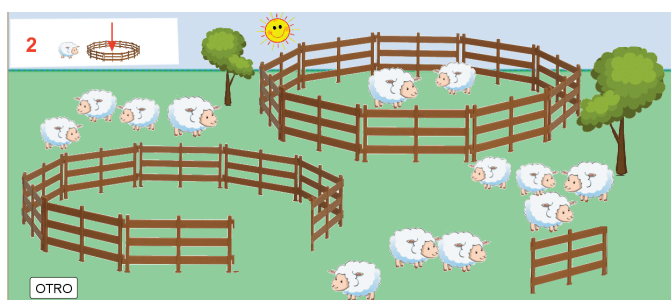
Antes de comenzar su descripción queremos señalar que consideramos que la necesidad de realizar actividades físicas con el propio cuerpo y manipulativas para interpretar la posición relativa de los objetos respecto a uno mismo es insoslayable. Constituyen el primer paso, antes incluso de llegar al sistema educativo, que les permite explorar y cimentar los conocimientos geométricos posteriores. Sin embargo, como en tantos otros temas matemáticos, el uso colectivo o individual de la pizarra interactiva puede ayudar a asentar estos conocimientos mediante la práctica reiterada, la discusión entre iguales y la representación de la información. Lógicamente, pasamos a trabajar en el plano, como paso previo a la representación del espacio.

Todas las actividades que se detallan a continuación se encuentran en el libro de Geogebra *Posiciones* en el siguiente enlace: <<https://www.geogebra.org/m/keJ5rkhv>>.

Actividades para trabajar los invariantes topológicos

Encierra a las ovejas

Esta actividad presenta un escenario con un prado en el que pastan trece ovejas. Hay dos cercados: uno abierto y otro cerrado. Arriba a la izquierda se presentan las instrucciones de la actividad empleando los dibujos de la propia actividad: aparece un número, que es el cardinal del conjunto de ovejas que se deben introducir o dejar fuera del redil que aparece a continuación. Además, disponemos de la puerta que puede cerrar la cerca abierta. Esta acción es manual y se deja a la elección del docente.

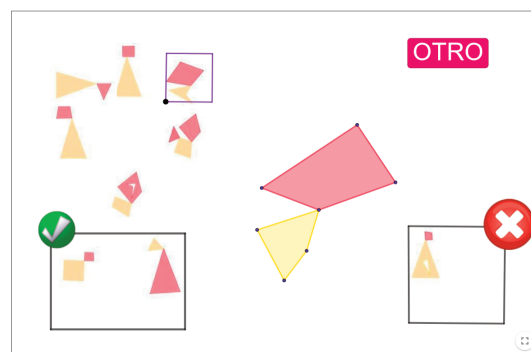


Como en todas las actividades de este libro, no hay una confirmación por parte del *applet* sobre la corrección o incorrección de la actividad del alumno. Esto es así para potenciar la figura del docente, que es el que guía la actividad y la valida.

Con este *applet* se pueden desarrollar situaciones de cardinalidad con recuento, tanto de tipo cálculo como de tipo construcción y se trabajan invariantes topológicos como los conceptos de abierto – cerrado o dentro – fuera. También se pueden realizar sumas y restas a partir de recuentos e incluso introducir el concepto de decena.

Deformando figuras

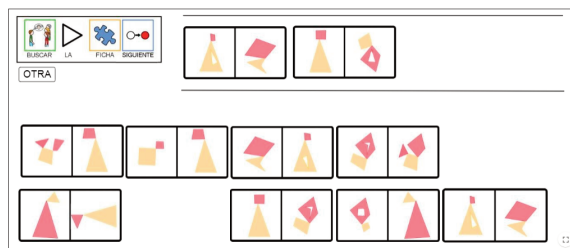
La actividad ofrece una colección de figuras fijas formadas por dos tipos de polígonos. Junto a ellas hay otra figura, más grande, cuya forma se puede cambiar estirando de los puntos que ofrece en sus vértices. Se trata de una actividad que propone una clasificación de las figuras disponibles en dos grupos: las que son topológicamente equivalentes a la figura deformable y las que no. Para ello, seleccionamos una de las figuras fijas enmarcándola mediante un cuadrado móvil para centrar la atención del alumnado en ella. La actividad consiste en que intenten reproducir la forma de la figura fija en la deformable, mediante cambios de forma en esta última. Si lo consiguen, la figura fija se llevará al «almacén» de la marca verde, y si no se puede hacer, la llevarán al de la roja. Una vez clasificadas todas las figuras, se pueden buscar verbalmente semejanzas y diferencias entre las figuras que están en la misma caja. Y si se quiere volver a realizar la actividad basta hacer clic en el botón OTRO.



Dominó de figuras

Esta actividad se complementa con la anterior, ya que trabaja con figuras iguales o parecidas a las que aparecían antes. Se muestra una colección de tarjetas dobles, al estilo de las piezas de un dominó, en cada una de las cuales se pueden observar dos figuras como las de la actividad anterior. En la parte superior hay otra ficha, fija, que cambia aleatoriamente al apretar el botón OTRO. Con este material proponemos dos tipos de actividades. Una «de entrenamiento» en la que los niños, saliendo por turnos a la PDI y contando con la ayuda verbal de los demás, tendrían que elegir una ficha de las de abajo cuya figura de la izquierda fuera topológicamente equivalente a la figura de la

derecha de la ficha fija de arriba. Esta actividad se realizaría con posterioridad a *Deformando figuras*, apelando a la evocación de la deformación que han trabajado previamente en dicha actividad. Más adelante, se podría organizar la clase en dos equipos y hacer una partida encajando las piezas del dominó completo con el mismo criterio.



Actividades para trabajar los invariantes proyectivos

Vistas de animales

Este *applet* nos propone trabajar con imágenes de animales desde diferentes puntos de vista: de frente, de espaldas y desde abajo. Por ello nos lleva a las contraposiciones absolutas delante, detrás y abajo.



En el centro de una tabla se presenta un animal coloreado. La actividad consiste en seleccionar el dibujo correspondiente a las otras vistas del animal y situarlas a ambos lados del mismo.

Si la elección es correcta, aparece una cara sonriente de confirmación. Es la única actividad del libro que cuenta con esta respuesta, ya que todos los demás están pensados para que el docente los incorpore a sus clases, teniendo un papel de guía en la realización de las aplicaciones.

Además, aparecen los nombres de los animales en letras mayúsculas, pudiendo elegirse el idioma entre castellano, francés e inglés.

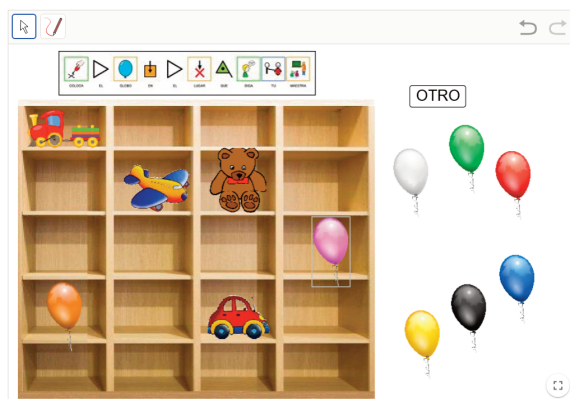
Globos y juguetes

Se trata de una actividad muy abierta que proporciona al docente un material para trabajar la orientación en el plano y la localización de objetos según su posición, empleando términos relativos contrapuestos, como «encima de –debajo de», «a la derecha de –a la izquierda de», «más cerca de –más lejos de», o términos relativos sin contrapuestos, como «al lado de», «entre» o «en medio de».

La escena presenta una estantería con algunos juguetes colocados, y una colección de globos de colores que los niños deberán ir poniendo en otros estantes. Su situación será indicada por el docente en una posición relativa a los juguetes que ya están colocados. En sus consignas irá trabajando el vocabulario de los términos, contrapuestos o no. Los juguetes cambian aleatoriamente de posición pulsando el botón OTRO.

La aplicación interactiva también tiene disponible la herramienta LÁPIZ por si se quiere marcar o rodear alguno de los objetos. Incorpora la descripción de la actividad con pictogramas.

Como comentábamos al principio se trata de una actividad muy abierta, pensada para trabajar en gran grupo fomentando el intercambio de ideas y la comunicación verbal.



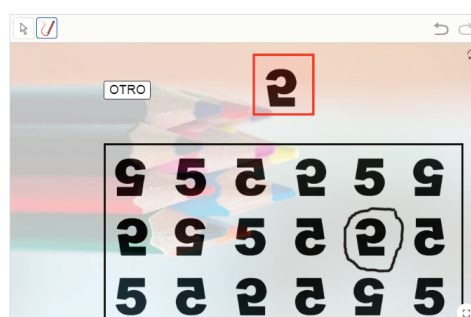
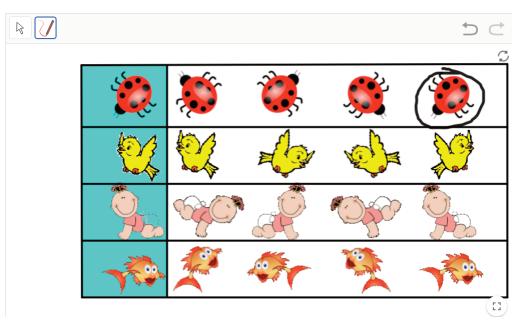
Direccionalidad 1 a 7

Incluimos aquí una colección de siete actividades para trabajar las direcciones en el plano. Con ellas se puede desarrollar el vocabulario relativo a contraposiciones absolutas, como «arriba – abajo» o a la «izquierda – a la derecha».

En todas ellas, salvo en la n.º 2, se proporciona una tabla con cuatro filas de dibujos o símbolos, todos iguales pero colocados en diferentes posiciones. Mediante la herramienta LÁPIZ, los niños deberán rodear la figura adecuada de cada fila. Todas las figuras son orientadas, de modo que es posible precisar su posición. Apretando el botón OTRO se cambia la posición de las imágenes.

La manera más sencilla de trabajar es pedirles a los niños que rodeen la figura que está en la misma posición que la de la primera columna, que viene destacada en todas las actividades.

Sin embargo hay muchas más posibilidades. Por ejemplo, se puede proponer que describan la diferencia entre la primera y la segunda figura de cada fila. O se les pueden dar consignas como «rodea la figura simétrica de la primera figura, como si se viera en un espejo» trabajando así la simetría axial además de las posiciones.

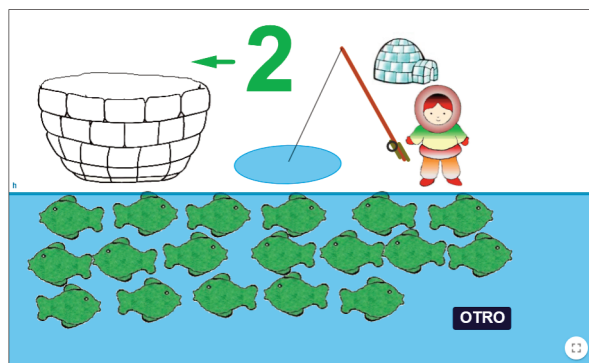


En la actividad dos, el modo de trabajo cambia: de la colección de mariquitas disponible a la derecha hay que seleccionar aquella cuya dirección coincide con la flecha que aparece a la izquierda. El dibujo que representa a la mariquita es orientado, ya que la presencia de la cabeza nos indica cuál es la parte de «delante» o «arriba».

Las actividades 1 y 2 utilizan imágenes reconocibles: mariquitas, pájaros, bebés o peces. Por ello son adecuadas para los más pequeños. De la 3 a la 7, las figuras utilizadas son letras y números, todas ellas orientadas (no se emplea, por ejemplo, el 0, el 8 o la o). Las distintas orientaciones, además de trabajar las posiciones en el plano, apoyan la correcta lectoescritura de cifras y letras y promueven que los alumnos se centren en las propiedades de las figuras, incrementando su atención.

De pesca

El escenario de esta actividad muestra a un esquimal pescando peces que deberán ser colocados en un cesto. En cada jugada, a la que se accede apretando el botón OTRO, aparece un número entre 1 y 9 y una flecha horizontal que alterna dos direcciones.



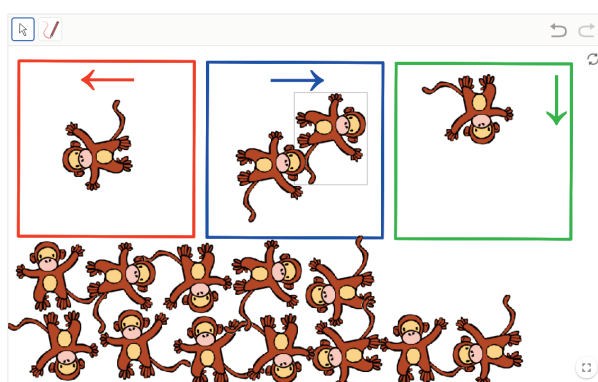
Los niños deben contar y mover dentro del cesto tantos peces como indica el número. Estaríamos ante una actividad de cardinalidad con recuento, de construcción, ya que deben formar dentro del cesto un conjunto de cardinal dado de peces.

Junto con el mencionado número aparece una flecha que indica la orientación de los peces que deben moverse, ya que estos son objetos orientados, pues tienen cabeza y cola, por lo que permiten también trabajar las posiciones, apareciendo la contraposición absoluta «a la izquierda – a la derecha». El cambio en la posición de los peces es exclusivamente horizontal, por lo que solo aparecen estos invariantes.

La herramienta LÁPIZ permite realizar más actividades, rodeando aquellos peces que indique la consigna del docente, como, por ejemplo, «rodea todos los peces que miren a la derecha».

Clasifica los monos

En esta actividad aparece un conjunto de monos, todos iguales, pero cuya posición ha sufrido un giro de 0° , 90° , 180° o 270° respecto de la posición inicial. Esta última se reconoce porque, al ser objetos orientados, con cabeza y cola, intuitivamente se considera la posición con la cabeza arriba como la inicial.

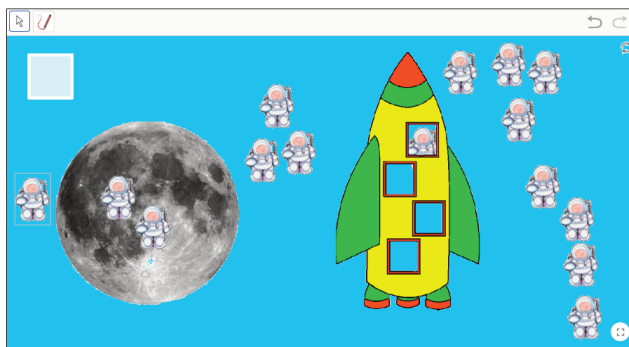


El resultado de estos giros, la orientación de los monos, nos permite trabajar el vocabulario de los contrapuestos absolutos «arriba – abajo» y «a la izquierda – a la derecha».

Además, en la escena tenemos tres cajas con unas flechas indicativas de qué monos tenemos que meter dentro, en función de la orientación que marcan (izquierda, derecha y abajo). Por ello, esta actividad nos propone realizar una clasificación con la orientación de los monos como criterio de la misma. Solo los monos «originales» (que están en posición vertical, de pie) quedarán fuera de las cajas, formando en sí mismos una clase.

Entre la Luna y la nave

Esta actividad nos permitirá trabajar contrapuestos relativos como «encima de–debajo de», «a la derecha de–a la izquierda de», «sobre–bajo», «delante de–detrás de», etc.



La escena es de un funcionamiento muy sencillo: aparece la Luna en una posición fija, una nave espacial, también fija, con diversas ventanas a través de las cuales se puede ver lo que hay detrás, y un montón de astronautas que se pueden mover. La propuesta es que el docente lance consignas sobre la posición relativa que deben tener los astronautas respecto a la Luna, a la nave o a ambas. Finalmente, con la herramienta lápiz se pueden rodear elementos o escribir una cifra en el recuadro de arriba a la izquierda. Esta cifra representaría el resultado de un recuento demandado por el docente. Por ejemplo, la aplicación podría utilizarse con la pizarra interactiva en gran grupo. Los niños irían saliendo a colocar un astronauta (o varios) en una posición dada, a requerimiento del docente. Una vez colocados todos donde se deseara, se podrían hacer preguntas como «¿cuántos astronautas hay entre la Luna y la nave?», o «¿cuántos astronautas hay sobre la Luna?», o «¿cuántos astronautas hay a la derecha de la nave?», etc.

Coloca las flores

Esta aplicación también permite trabajar las contraposiciones relativas «encima de–debajo de y entre». La escena muestra las ramas de un almendro entre las que aparecen aleatoriamente dos pájaros (uno arriba y otro abajo) o solamente uno (bien en la parte de arriba, bien en la de abajo). Además, los alumnos disponen de un montón de flores (pequeñas y grandes). Junto a ellas aparece un número (cardinal del conjunto de flores que tienen que poner) y una flecha vertical, apuntando hacia arriba, hacia abajo o en ambos sentidos.



La actividad consiste en que los niños pongan tantas flores como indica el número en la posición relativa a los pájaros que indica la flecha (encima de ellos, debajo de ellos o entre ellos).

Como hay flores de dos tamaños, también se puede aprovechar la actividad para trabajar los términos comparativos de tamaño o de área «más grande» y «más pequeño».

Alrededor de la Luna

En esta actividad disponemos de seis astronautas con trajes de colores que orbitan en torno a la Luna, junto a su nave que también orbita pero en sentido contrario. Estos movimientos se activan y desactivan con los botones de MARCHA (▶) y PAUSA (⏸) que hay en la escena. La propuesta de trabajo pasa por verbalizar las posiciones de los distintos astronautas respecto a la Luna y a la nave, por lo que volvemos a implementar las contraposiciones relativas nombradas anteriormente.



El docente podría plantear varias posibilidades con esta aplicación. Comentamos algunas aquí:

- El niño que sale a la pizarra interactiva para el movimiento cuando él quiere y el docente plantea preguntas sobre la posición de la nave, relativa a la Luna y de los astronautas respecto a la Luna y a la nave. Por ejemplo: «¿dónde está el astronauta rojo?», y los niños responden «entre la nave y la Luna».
- El docente lanza una consigna del estilo de «para el movimiento cuando el astronauta amarillo esté a la derecha de la luna», y el niño debe parar el movimiento cuando reconoce dicha posición.
- Como los astronautas admiten movimiento manual, el docente puede parar el movimiento y pedir a los niños que coloquen a los astronautas de determinados colores en posiciones dadas, con consignas como «coloca el astronauta verde a la izquierda de la Luna».
- Por último, en la esquina superior izquierda hay una colección de astronautas sin color para seguir trabajando con ellos las contraposiciones. Estos se pueden colocar detrás de la nave, de manera que «asoman» por las ventanas.

En el próximo artículo completaremos la colección de actividades en relación a este tema, con aplicaciones sobre los invariantes métricos.

Referencias bibliográficas

- ALSINA, Á. (2015), «Panorama internacional contemporáneo sobre la educación matemática infantil», *Unión, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 42, 210-232.
- ALSINA, Á., M. L. NOVO y A. MORENO (2016), «Redescubriendo el entorno con ojos matemáticos: Aprendizaje realista de la geometría en Educación Infantil», *EDMA0-6 Educación Matemática en la Infancia*, Vol. 5, n.º 1, 1-20.
- CLEMENTS, D. H., y M. T. BATTISTA (1992), «Geometry and spatialreasoning», en D. A. Grouws (ed), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, New York: MacMillan 420-464. Tomado de Camargo Uribe, L. (2011), «El legado de Piaget a la didáctica de la Geometría», *Revista Colombiana de Educación*, n.º 60.
- NCTM (2003), *Principios y estándares para la educación matemática*, SAEM Thales, Sevilla.