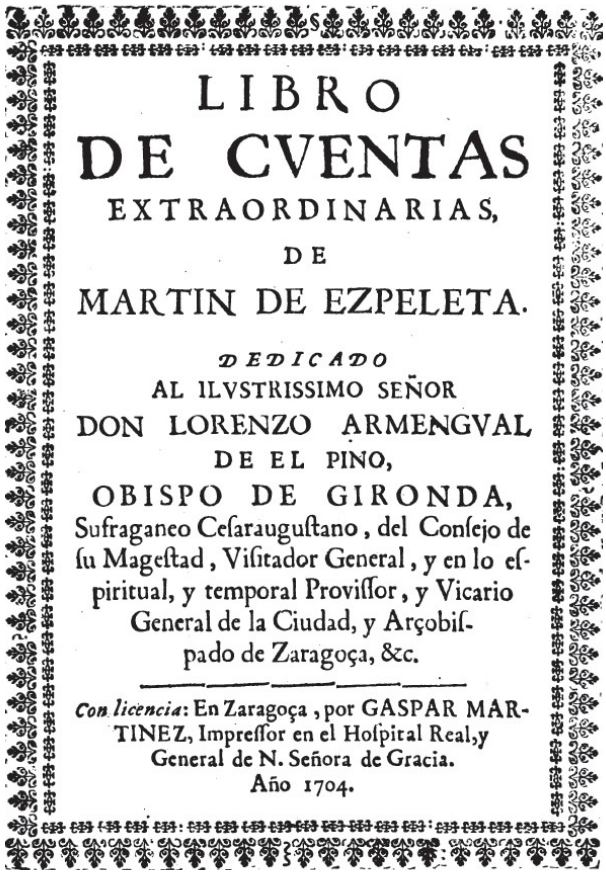
Las multiplicaciones *extraordinarias* de Martín de Ezpeleta

por
ANTONIO M. OLLER MARCÉN
(Centro Universitario de la Defensa de Zaragoza)

El 28 de agosto de 1704, pocos días después de la toma de Gibraltar, se concedía en Zaragoza licencia para la impresión del *Libro de Cventas Extraordinarias*, escrito por un vasco-navarro llamado Martín de Ezpeleta.


LIBRO
DE CVENTAS
EXTRAORDINARIAS,
DE
MARTIN DE EZPELETA.
DEDICADO
AL ILVSTRISSIMO SEÑOR
DON LORENZO ARMENGVAL
DE EL PINO,
OBISPO DE GIRONDA,
Sufraganeo Ceſarauguſtano, del Conſejo de
ſu Mageſtad, Viſitador General, y en lo eſ-
piritual, y temporal Proviſſor, y Vicario
General de la Ciudad, y Arçobiſ-
pado de Zaragoça, &c.

Con licencia: En Zaragoça, por GASPAR MAR-
TINEZ, Impreſſor en el Hoſpital Real, y
General de N. Señora de Gracia.
Año 1704.

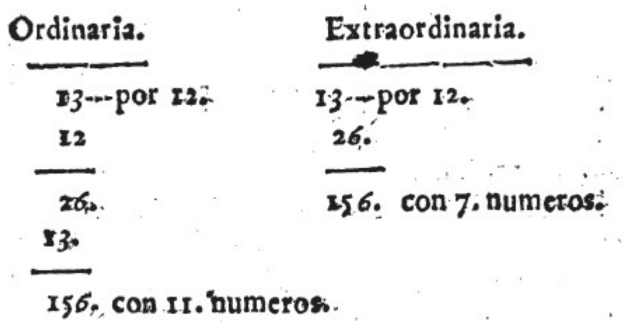
Pese a la importante y antigua tradición impresora zaragozana, no debían publicarse por entonces demasiados libros con este tipo de contenido, a juzgar por las palabras del autor en el prólogo:

> Prevengo que ay algunos yerros de la impression y que en algunas cuentas no se han podido poner las rayas que eran necesarias, porque en esta Ciudad como no se han impresso libros de cuentas, no tienen los impressores materiales bastantes.

En el prólogo, el autor también nos informa sobre algunos de los motivos que le llevaron a escribir el libro. Casi diez años antes, en 1695, Ezpeleta actuó como contador en una inspección al Hospital Real y General de Nuestra Señora de Gracia. Entre otros asuntos, nos relata que, durante el ejercicio de su tarea:

> Hallè tanta variedad de cuentas que comprobar […] y finalmente tanto que multiplicar para las comprobaciones que me fuè preciso buscar abreviaturas, para aliviar la molestia, y ganar tiempo.

Así, una parte importante de la obra (todo el Capítulo II, unas 20 páginas) está dedicada a presentar lo que el autor denomina «abreviaturas en la regla de multiplicar». En su discurso, compara la «regla ordinaria» (que coincide con el algoritmo actual para la multiplicación de números naturales) con una serie de «reglas extraordinarias» de su invención. Resulta interesante el hecho de que Ezpeleta utiliza como medida de la complejidad de los algoritmos comparados, la cantidad de cifras que deben escribirse sobre el papel al aplicarlos. En la imagen vemos uno de los muchos ejemplos, en este caso la multiplicación de 13 por 12.

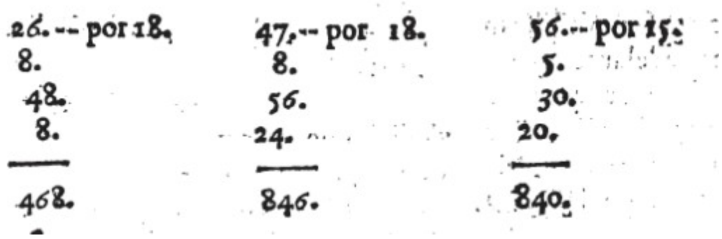

Ordinaria.
13.--por 12.
12
26.
13.
156. con 11. numeros.

Extraordinaria.
13.--por 12.
26.
156. con 7. numeros.

A la izquierda se reconoce el modo habitual de multiplicar que, como el autor señala, obliga a escribir once cifras. A la derecha, la regla extraordinaria solo implica la escritura de siete cifras.

Como cabe esperar, la reducción en la escritura se obtiene a costa de una cierta pérdida de generalidad en el algoritmo. De tal forma que Ezpeleta da reglas (en principio) distintas según la forma que tienen los factores. Además, el papel que juegan ambos no es simétrico.

En primer lugar, se presenta una regla específica para el caso en que el multiplicando tiene dos cifras y el multiplicador está entre 11 y 19 (ambos incluidos). En la imagen vemos tres ejemplos distintos.


26.--por 18.
8.
48.
8.
468.

47.--por 18.
8.
56.
24.
846.

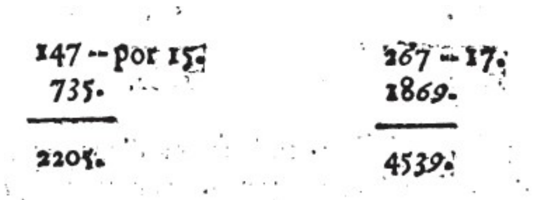
56.--por 15.
5.
30.
20.
840.

Ezpeleta da indicaciones claras sobre el funcionamiento de la regla. No obstante, es un ejercicio interesante pararse por un momento a tratar de expresar formalmente esta regla extraordinaria.

Si el multiplicando es $M = 10a + b$ y el multiplicador es $m = 10 + c$, la regla que propone Ezpeleta es la siguiente:

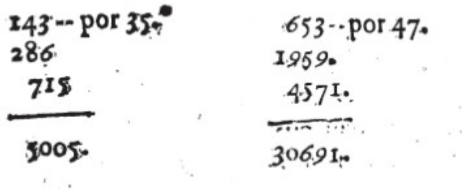
$$Mm = 10\left[M + c + (a-1)c\right] + bc.$$

Esta regla no puede aplicarse en otros casos, no porque no sea generalizable, sino porque la descripción de la misma depende esencialmente de la forma de los factores. Cuando el multiplicando tiene más de dos cifras y el multiplicador sigue estando entre 11 y 19, Ezpeleta da la regla que se deduce de la siguiente figura y que, realmente, tiene poco de extraordinario.


147--por 15.
735.
2205.

267--17.
1869.
4539.

En este caso, se trata del algoritmo usual con una mera recolocación de las cifras sobre el papel. Sin embargo, esto le vale al autor para extender la idea al caso en el que el multiplicando es cualquiera y el multiplicador tiene dos cifras. En la siguiente figura vemos dos ejemplos.

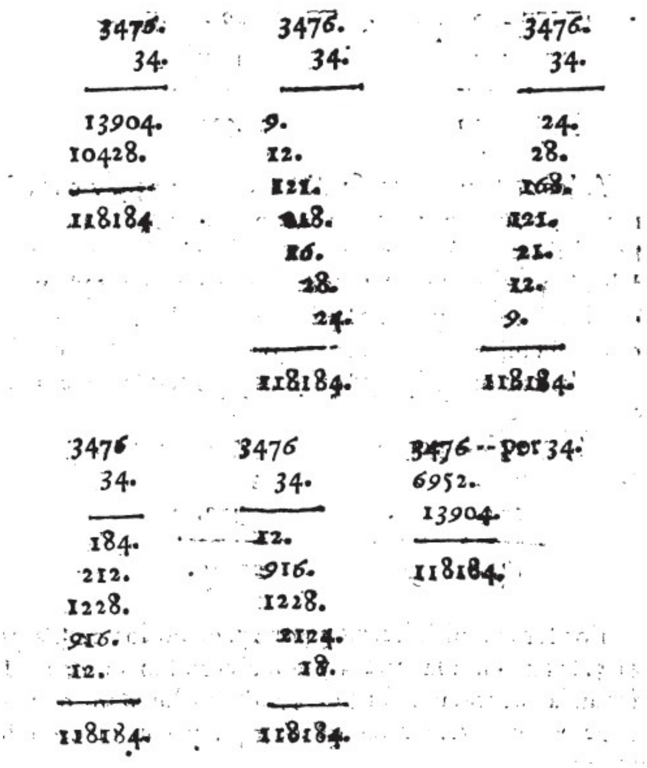


De nuevo resulta interesante pararse a analizar esta regla extraordinaria con un lenguaje más formal. En este caso, la sencilla idea subyacente es la siguiente:

$$M(10a+b)=10\,[M+(a-1)M]+bc.$$

A lo largo del Capítulo II del libro de Ezpeleta se dan otras reglas diversas. Por ejemplo, se explica cómo multiplicar cuando uno de los factores termina en varios ceros. También se da una regla especial para multiplicar por números terminados en 5. En el caso concreto en que el multiplicando es par y el multiplicador es 15 la regla es simplemente sumar la mitad y añadir un cero al final (si el multiplicando es impar, se puede adaptar fácilmente).

Debe entenderse esta obra en su contexto. No es un tratado destinado a la enseñanza de la aritmética. Sus lectores potenciales eran, como el autor, «contadores»: personas que ya conocían las reglas y que debían aplicarlas con mucha frecuencia y, preferiblemente, con rapidez y eficacia. El Capítulo II se cierra con la realización del producto 3476×34 de seis maneras distintas como se puede observar en la siguiente figura:



La justificación del autor a por qué presentar estos seis ejemplos es bien interesante, por cuanto ilustra algunas de las competencias (valga el anacronismo) que Ezpeleta consideraba que debían poseer los contadores como él:

> Esta quenta và multiplicada por seis modos, y aunque en algunos, no se escusan números, me ha parecido curiosidad, para los buenos Contadores, sabèr sacàr las quentas por diversas reglas.

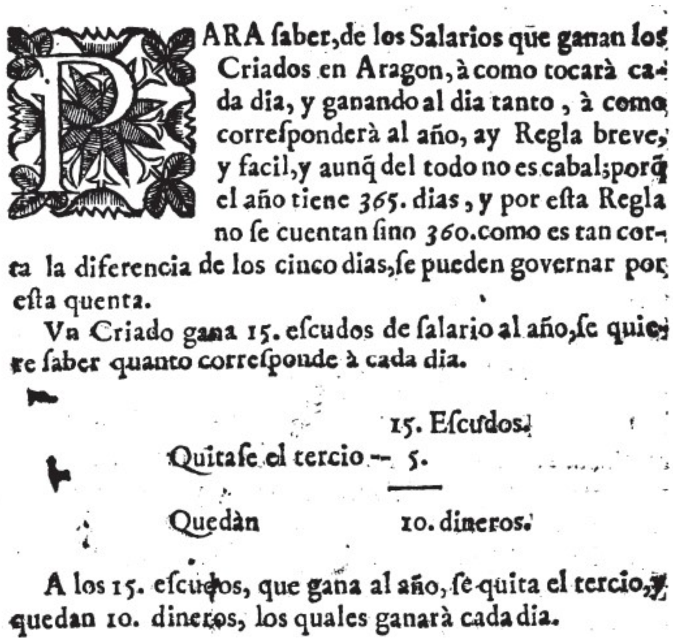
A diferencia del Capítulo II, que aborda las multiplicaciones de un modo relativamente descontextualizado, el resto del libro se dedica a presentar un gran número de reglas destinadas a facilitar los cálculos en situaciones más o menos cotidianas (para el que debía realizar los cálculos). Al contrario de lo que sucede en otros «libros de cuentas» (género relativamente común entre los siglos XVI y XVIII) no se trata de meras tablas de conversión, sino que muchas reglas aparecen explicadas en detalle y hay un abundante discurso escrito. De hecho, muchos pasajes proporcionan información interesante sobre la economía de la época. Así, podemos leer por ejemplo:

> En las carnicerías de Zaragoza regularmente se vende el carnero à 3 sueldos y ocho dineros la libra, el macho à 2 suel. 8 din. y la vaca à 1 suel. 8 din.

Y, por lo tanto, se justifica plenamente que Ezpeleta presente reglas específicas para multiplicar por esos precios y no por otros.

Otra situación interesante está relacionada con el cálculo del salario diario conocido el anual. Evidentemente, basta dividir por 365. Sin embargo, debe tenerse en cuenta que el sistema monetario de la época no seguía el sistema decimal por lo que los productos y, sobre todo, las divisiones, resultaban extremadamente engorrosos. En ese contexto (y asumiendo meses de 30 días) se tiene una regla muy simple, que vemos en la figura de la izquierda.

Es decir, si conocemos el salario anual en escudos, sus 2/3 son el salario diario en dineros. Indirectamente, si es que tiene curiosidad, esto le sirve al lector moderno para deducir la equivalencia entre ambas monedas.


PARA ſaber, de los Salarios que ganan los Criados en Aragon, à como tocarà cada dia, y ganando al dia tanto, à como correſponderà al año, ay Regla breve, y facil, y aunq̃ del todo no es cabal; porq̃ el año tiene 365. dias, y por eſta Regla no ſe cuentan ſino 360. como es tan corta la diferencia de los cinco dias, ſe pueden governar por eſta quenta.

Vn Criado gana 15. eſcudos de ſalario al año, ſe quiere ſaber quanto correſponde à cada dia.

15. Eſcudos.
Quitaſe el tercio -- 5.
Quedàn 10. dineros.

A los 15. eſcudos, que gana al año, ſe quita el tercio, y quedan 10. dineros, los quales ganarà cada dia.

Para terminar, al margen del mayor o menor valor *científico* de este libro, es interesante resaltar la idea de que se concibe el conocimiento matemático (en este caso la aritmética) como una herramienta destinada a facilitar aspectos concretos y prácticos de la vida. Bajo este punto de vista, los algoritmos aritméticos tienen más o menos interés y relevancia en función de su aplicabilidad, y esta tiene que ver con elementos como la practicidad, la rapidez, la eficacia, etc., que van más allá de su mera corrección matemática.

Hoy en día, con la existencia de calculadoras y ordenadores, casi carece de sentido plantearse este tipo de cuestiones en torno a los algoritmos de las operaciones aritméticas básicas. Sin embargo, seguro que muchos lectores serán capaces de evocar algoritmos y procedimientos que se enseñan hoy en día que, en la forma en que se presentan, distan mucho de ser prácticos o aplicables de forma efectiva. La discusión sobre qué contenidos deben estar o no en el currículo podemos dejarla al margen. Lo que, en nuestra opinión, no debería estar nunca ausente del aula es la discusión y la reflexión. Y si hablamos de procedimientos y algoritmos, esta reflexión debe girar también en torno a su uso real.