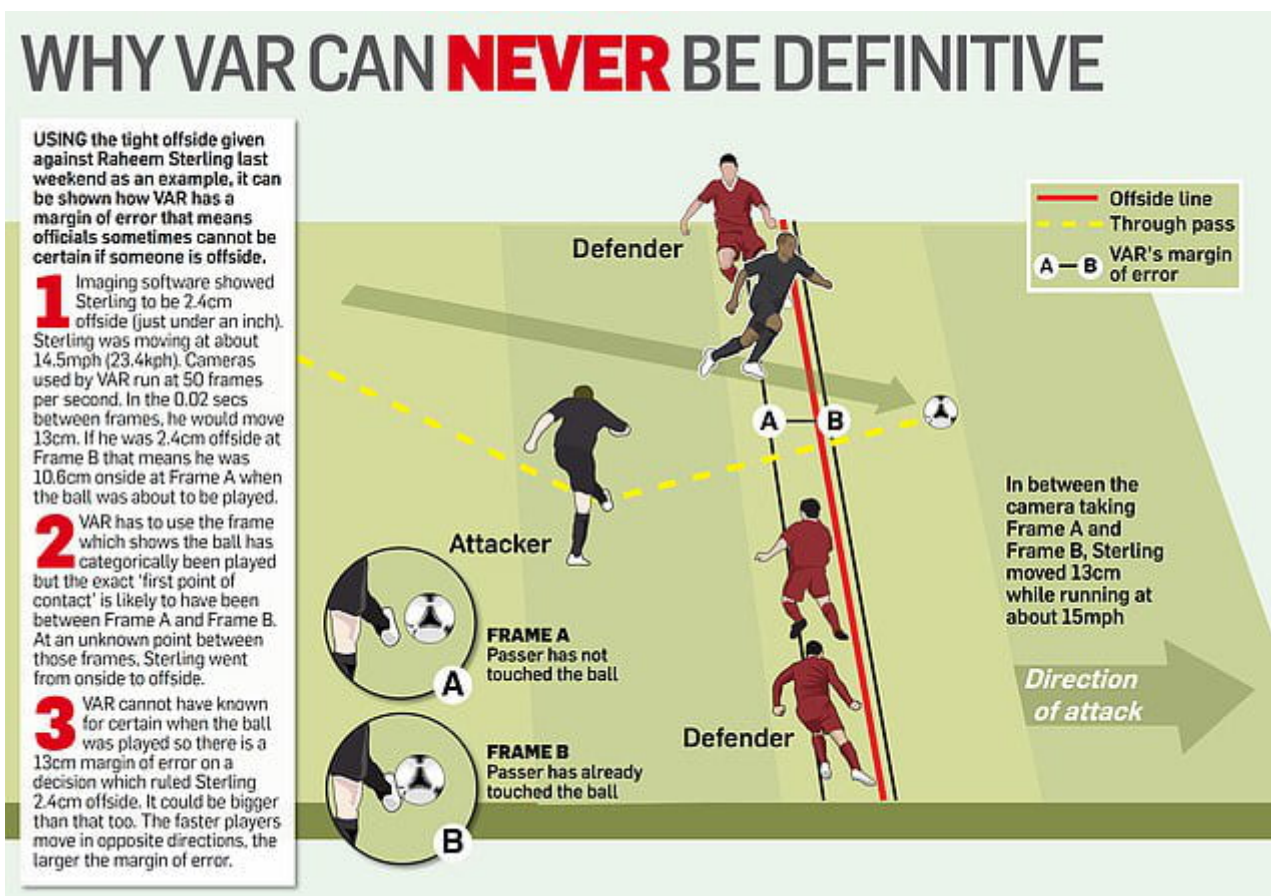


# Why VAR can never be definitive?

por

CLAUDIO MARTÍNEZ GIL  
(IESO La Paz, Cintruéniigo)

Los cambios que están dándose en el fútbol profesional en la última década no pueden compararse con los de los últimos 50 años. En particular, la puesta en funcionamiento hace solo 2 años del sistema de videoarbitraje (VAR) ha traído consigo una polémica que se repite (al menos) cada lunes en los medios de comunicación. Este artículo intenta aportar un poco de luz al debate, desde el único punto de vista de las matemáticas.



## La provocación

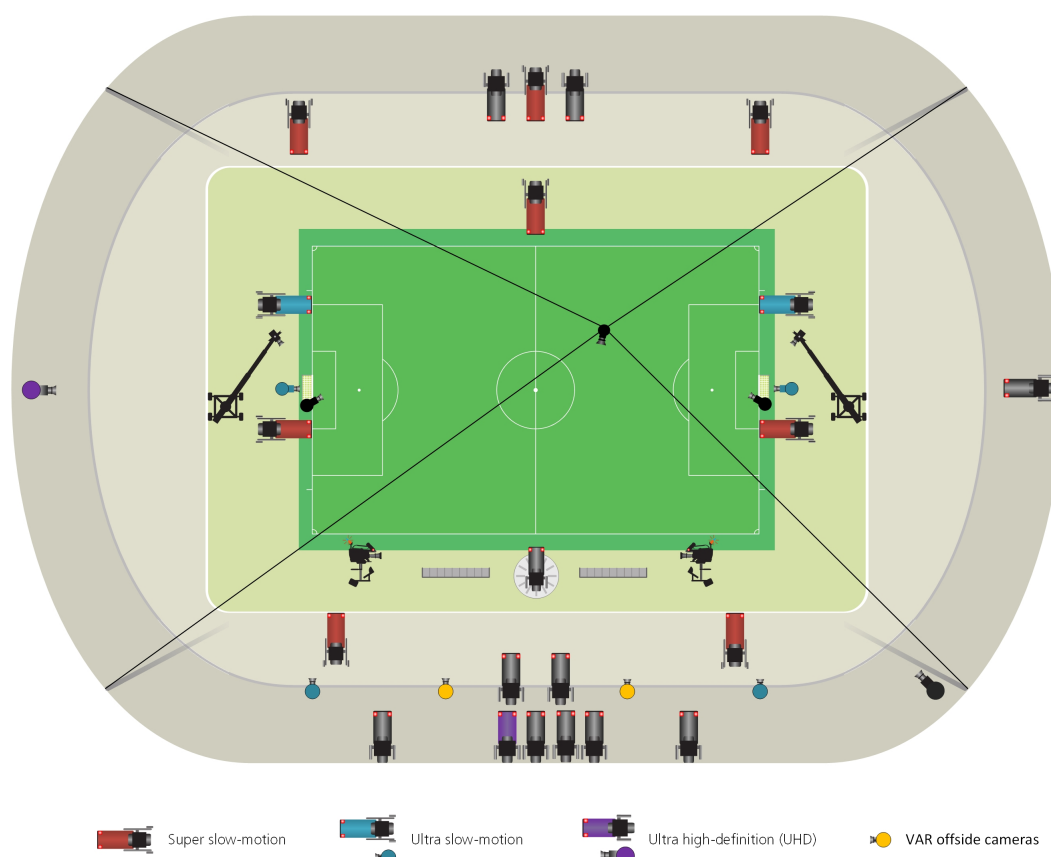
La repetición en algunos medios de comunicación de la aseveración: «Y ahora el VAR nos dirá si el fuera de juego existe o no. Y con este sistema ya no hay discusión. Esto no es opinión, son matemáticas».

Como licenciado en Matemáticas y profesor de secundaria durante 30 años, no puedo estar más en desacuerdo con esa afirmación. Entiendo que en general la sociedad conciba las matemáticas como ciencias exactas (es más, así se llamaba la licenciatura en España hasta 1970), pero como dice alguno de mis compañeros, hoy en día más que nunca las matemáticas han de ser «ciencias inexactas».

La importancia hoy en día de los modelos probabilísticos frente a los determinísticos y la aparición de disciplinas como el *big data* y la inteligencia artificial hacen que nos tengamos que amoldar a los tiempos.

## Variables a considerar en un fuera de juego

Previamente hay que aclarar que el número de cámaras de TV a disposición del VAR no son las mismas en todos los partidos de La Liga Santander. Se reparten en cuatro categorías, elegidas entre la competición y Mediapro. En primer lugar está la categoría AA, la de mayor categoría y que abarca encuentros de mayor trascendencia como un «clásico». En este caso cuentan con un dispositivo de más de 30 cámaras. En el siguiente escalón están los partidos de categoría A —se utilizan 22 cámaras— y le siguen los de categoría B —con 17 cámaras—. Por último, está la categoría C con 14 cámaras. La diferencia se amplía aún más con los encuentros de La Liga SmartBank.



- Sin entrar a considerar aspectos puramente técnicos de la obtención de las líneas tiradas por el VAR, parece claro que una de las variables ha de ser la obtención de perpendiculares ( $90^\circ$ ) lo más perfectas posible, y que el punto de obtención de esta perpendicular puede variar dependiendo de la posición de la cámara. Pero este lugar solamente va a influir en el lugar del campo en el que las distancias son mayores y otro dónde serán menores (pero el error cuantitativo no variará globalmente).
- Y otra determinar en qué momento sale el balón del pie (o de la cabeza) del pasador.

Vamos a considerar solamente estas dos variables como fuente de error, aunque es claro que hay otra posible fuente de error en la perpendicular al campo para controlar la parte del cuerpo tanto del atacante como del defensor que está más adelantada. Este error lo vamos a obviar pero es claro que juega a favor de la tesis del artículo.

## Errores

Perpendiculares: Consideramos una primera fuente de error el ángulo utilizado para medir la perpendicular. Se ha considerado que este ángulo (teóricamente de  $90^\circ$ ) pueda variar hasta  $90,2^\circ$ , lo que hace que se considere una precisión de al menos el 99,778%, que no es nada desdeñable aunque se hable de un aparato de alta tecnología.

Para modelizar hemos tomado el cuadrante inferior derecho, ya que por simetría el tratamiento de las otras tres zonas es análoga. Hemos tirado la perpendicular desde la banda, lo que hace que los errores sean mayores cuanto más «centrado» esté el jugador que remata. Esto no quita generalidad ya que simplemente habría que cambiar la posición del jugador para permutar las distancias. En el análisis *caeteris paribus* posterior situaremos al atacante en una posición determinada.

Una curiosidad, para calcular la distancia error hemos considerado el seno del ángulo cuando lo teóricamente correcto hubiese sido considerar la tangente, pero sabemos que cuando  $x \rightarrow 0$ ,  $\text{sen } x \approx \text{tg } x$  y obsérvense las ridículas diferencias para los ángulos considerados (desde  $0^\circ$  a  $0,2^\circ$ ):

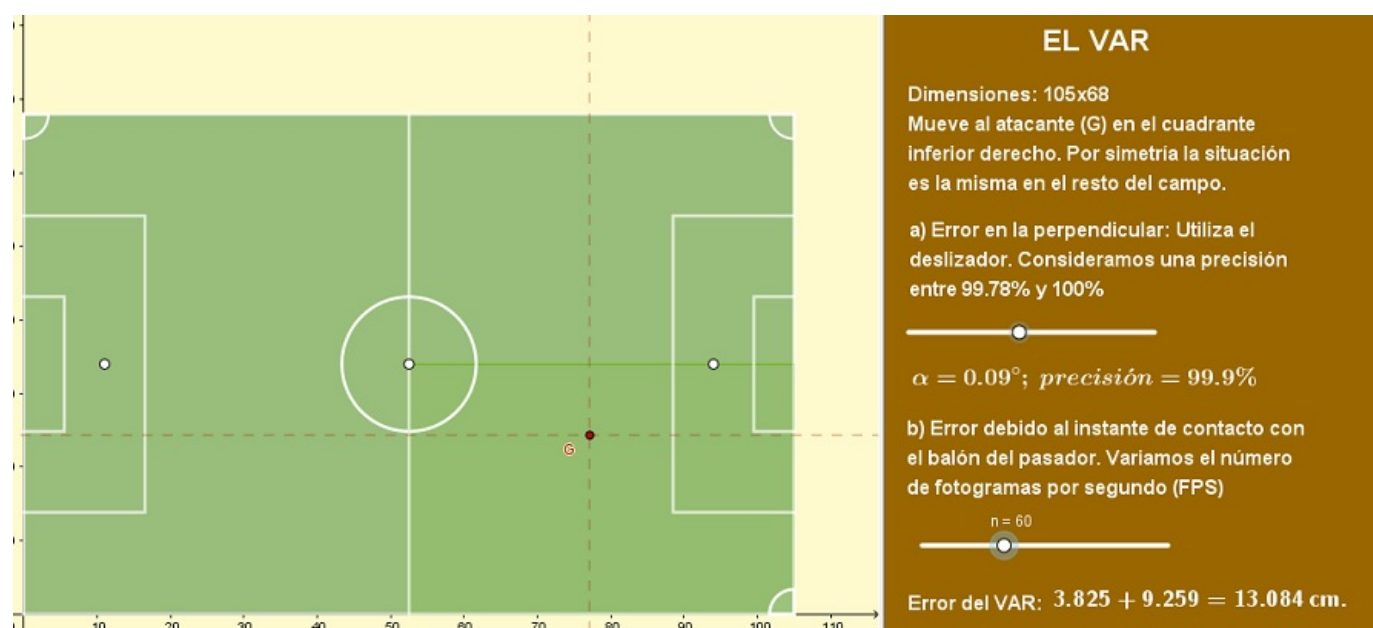
$\alpha$	$0,05^\circ$	$0,1^\circ$	$0,15^\circ$	$0,2^\circ$
sen $\alpha$	0,00087266451	0,00174532836	0,00261799088	0,00349065141
tg $\alpha$	0,00087266484	0,00174533102	0,00261799985	0,00349067268
Diferencia	$3,32 \times 10^{-10}$	$2,65 \times 10^{-9}$	$8,97 \times 10^{-9}$	$2,13 \times 10^{-8}$

Número de fotogramas por segundo: Esta variable hace que el error se produzca por la elección del fotograma en el que el balón sale del pie (o de la cabeza) del pasador. Hay que decir que entre las cámaras que cubren cada partido, las hay que captan hasta 340 FPS (fotogramas por segundo), otras 120 FPS y otras utilizan la velocidad estándar de 30 FPS. Esto podría marcar diferencias significativas. Pero luego hay que responder a la pregunta: ¿Cuántos FPS puede distinguir el ojo humano? Parece que este es un tema no resuelto, pero la mayoría de los estudios no van más allá de 60 FPS. Se ha decidido poner el deslizador de este parámetro entre 30 FPS y 120 FPS.

Por otra parte hay que considerar la velocidad del rematador. Hemos considerado una velocidad que puede ser de 20 km/h. Podrían darse casos de mayor velocidad (hemos documentado una velocidad para un caso determinado en la Premier de 23,4 km/h) y otros en los que la velocidad sea menor.

## Resultados

Con estas dos variables (error en el ángulo y FPS) presentamos nuestra [construcción](#) de GeoGebra. En ella también hacemos variable la posición del rematador al poder variar el punto G.



## Conclusiones

Presentamos tres tablas haciendo variables la precisión y el número de FPS consideradas. Cada tabla corresponde a una posición del delantero en el campo. A la vista de las tablas, que cada uno saque sus propias conclusiones.

Posición 1		Precisión ángulo			
FPS		99,8%	99,85%	99,9%	99,95%
60		9,95 cm	9,78 cm	9,60 cm	9,43 cm
90		6,86 cm	6,69 cm	6,51 cm	6,34 cm
120		5,32 cm	5,15 cm	4,97 cm	4,80 cm

Posición 2		Precisión ángulo			
FPS		99,8%	99,85%	99,9%	99,95%
60		13,81 cm	12,49 cm	11,40 cm	10,35 cm
90		10,49 cm	9,40 cm	8,31 cm	7,26 cm
120		8,95 cm	7,86 cm	6,67 cm	5,72 cm

Posición 3		Precisión ángulo			
FPS		99,8%	99,85%	99,9%	99,95%
60		18,73 cm	16,34 cm	13,95 cm	11,65 cm
90		15,65 cm	13,26 cm	10,86 cm	8,56 cm
120		14,11 cm	11,71 cm	9,32 cm	7,02 cm

## Referencias bibliográficas

- El VAR en la Premier*, recuperado de <<https://www.marca.com/futbol/premier-league/2020/12/26/5fe79be846163f29498b459a.html>>.  
*El sistema de video arbitraje VAR*, recuperado de <<https://www.audiovisualstudio.es/var-sistema-videoarbitraje/>>.  
*Número de cámaras según el tipo de partido*, recuperado de <<https://eldesmarque.com/actualidad/futbol/primera-laliga-santander/1336324-un-var-diferente-en-funcion-del-equipo>>.  
*¿Gol ilegal por un pixel?*, recuperado de <<https://www.elconfidencial.com/tecnologia/2020-01-15/var-fallos-tecnicos-futbol-fuera-de-juego>>.

*Director:* Ricardo Alonso Liarte (IES Salvador Victoria, Monreal del Campo)

*Consejo de Redacción:* Alberto Elduque Palomo (Departamento de matemáticas de la Universidad de Zaragoza), M.ª Ángeles Esteban Polo (CEIP Josefa Amar y Borbón, Zaragoza), Julio Sancho Rocher (IES Avempace, Zaragoza).

*Entorno Abierto* es una publicación digital bimestral que se edita en Zaragoza por la Sociedad Aragonesa «Pedro Sánchez Ciruelo» de Profesores de Matemáticas. *Entorno Abierto* no se identifica necesariamente con las opiniones vertidas en las colaboraciones firmadas.

Envío de colaboraciones a <[sapmciuelos@gmail.com](mailto:sapmciuelos@gmail.com)>

Blog: <<http://sapmatematicas.blogspot.com.es/>>

Twitter: @SAPMciuelos



Julio de 2021  
ISSN: 2386-8821 e

