

**DIFICULDADES DOS ALUNOS PARA RESOLVER PROBLEMAS COM  
INEQUAÇÕES**  
*DIFFICULTIES OF STUDENTS TO SOLVE PROBLEMS WITH INEQUALITIES*

Rinaldo César Beltrão

<http://lattes.cnpq.br/9486987351057473>

### **Resumo**

Essa pesquisa Investiga as dificuldades encontradas por alunos concluintes do Ensino Fundamental de escolas públicas de Pernambuco, ao se depararem com um problema sobre inequações. O aporte teórico está fundamentado em teorias sobre Didática da Matemática e Linguagens, de acordo com Bruno D'Amore. A pesquisa é um recorte de uma dissertação de mestrado onde analisa-se a produção dos alunos ao resolver problemas algébricos de uma avaliação em larga escala aplicada anualmente pelo governo de Pernambuco. As informações analisadas apontam, entre outras coisas, que a notação formal não pode ser desconectada da aquisição do significado. Essa falta de conexão é um dos principais problemas que enfrentamos no processo de ensino e aprendizagem da matemática.

**Palavras-chave:** Linguagem. Simbolismo. Desigualdade.

### **Introdução**

Durante a construção e análise de dados para minha pesquisa de mestrado, que tinha como objetivo identificar as estratégias utilizadas pelos alunos para resolver questões de álgebra do exame de proficiência do SAEPE - Sistema de Avaliação do Estado de Pernambuco, que é uma avaliação em larga escala similar à Prova Brasil, aplicada

anualmente pelo governo do estado, chamou-me atenção a dificuldades que os alunos apresentaram ao se depararem com uma questão de inequação.

A proposta da pesquisa era selecionar as questões de álgebra do exame do SAEPE do ano de 2008 e aplicá-las a um grupo de alunos, fazendo uma mudança em relação ao formato original do exame: as questões deixaram de ser no formato de múltipla escolha, passaram a ser abertas, ou seja, os alunos participantes teriam que desenvolver a resposta e não apenas marcar uma das alternativas. Fez parte também da proposta da pesquisa, selecionar alguns casos e entrevistar os alunos para que eles explicassem o resultado de suas produções.

As pesquisas em educação matemática e os resultados das avaliações em larga escala têm apontado que os alunos apresentam dificuldades para aprender matemática desde as séries iniciais e que essa dificuldade vai aumentando a medida que os conteúdos matemáticos vão se tornando mais sofisticados. Quando inicia-se os estudos em álgebra, as dificuldades ficam ainda maiores, por conta, entre outras coisas, da dificuldade que os alunos têm em transformar a linguagem natural em linguagem algébrica (DA ROCHA FALCÃO, 1993) e no aumento da distância da matemática escolar com a Matemática do cotidiano.

Porém, com relação especificamente as inequações, verifiquei em minhas pesquisas, que as dificuldades dos alunos são ainda maiores e isso inspirou-me a pesquisar as causas da ocorrência desse fenômeno.

Procurei trabalhos sobre o assunto e descobri que existem poucos estudos disponíveis. Minhas fontes de pesquisa foram o banco de dissertações e teses da CAPES e os anais do X ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, tendo como resultado quatro dissertações.

Alzir Marinho defendeu em 1999 uma dissertação cujo título é *Inequação: a construção de seu significado*, em que investiga, à luz da teoria de Gerard Vergnaud, se os alunos são capazes de construir o conceito de relação de ordem e se apropriam do estudo da variação do sinal da função, de forma que a interpretação do gráfico ajude na solução de inequações.

Armando Traldi Junior defendeu em 2002 uma dissertação intitulada *Sistemas de Inequações do 1º grau – uma abordagem no processo de ensino-aprendizagem focando Registros de Representação*, que investiga, utilizando-se da teoria de Raymond Duval, como os alunos identificam os sinais de desigualdade

Gerson Martins Fontalva defendeu em 2006 uma dissertação intitulada *Um estudo sobre inequações: entre alunos do Ensino Médio*, em que o autor propõe a um grupo de alunos do 3º ano do Ensino Médio a resolução de inequações de 1º, 2º e 3º graus, utilizando-se das noções da Dialética ferramenta-objeto e Interação entre domínio de Régine Douady.

Margarete Castro Clara defendeu em 2007 uma dissertação intitulada *Resoluções de Inequações Logarítmicas: um olhar sobre a produção dos alunos*, em que à luz da teoria de Régine Douady, investiga e aponta as dificuldades dos alunos ao resolver problema de desigualdades ou inequações logarítmicas.

A importância da atividade de resolução de problemas é enfatizada tanto nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1988) como pela história da matemática. Sabendo-se que inequações exercem muitas vezes o papel de ferramentas na resolução de problemas e, pelo fato de que existe carência de pesquisas no assunto em nível nacional, podemos justificar dessa maneira a relevância de enfatizar esse recorte em nossa pesquisa, tendo a seguinte questão norteadora: Que dificuldades os alunos apresentam para resolver questões sobre inequações?

## Referencial Teórico

Quando os alunos terminam o ensino médio, tem-se a expectativa de que eles tenham desenvolvido suas capacidades de pensar e aplicar raciocínios numéricos, espaciais, algébricos, lógicos, gráficos e estatísticos. Essa capacidade desenvolve-se ao longo do tempo e relaciona-se diretamente às experiências pelas quais ele irá passar e aos diversos tipos de pensamento que estão associados aos diferentes campos da Matemática, que deverão ser trabalhados de forma integrada e organizados num grau crescente de complexidade.

Com relação à álgebra predomina ainda uma visão tradicional do ensino desse campo da Matemática, vinculado a aprendizagem de regras para a manipulação de símbolos, simplificação de expressões algébricas e resolução de equações e expressões. Este pode ser um dos motivos que faz com que muitos alunos tenham dificuldades, levando-os também a formarem uma opinião de que a álgebra estudada na escola, não tem nenhuma relação com outros conhecimentos matemáticos e nem com o mundo cotidiano.

D'Amore (2007) identifica algumas dificuldades dos alunos com relação à aprendizagem da Matemática que estão relacionadas às idéias de linguagem e simbolismo.

### A linguagem

De acordo com o dicionário de Língua Portuguesa Houaiss, linguagem é qualquer meio sistemático de comunicar idéias ou sentimentos por meio de signos convencionais, sonoros, gráficos ou gestuais; é qualquer sistema de símbolos ou objetos instituídos como signos. O fato de possuir essas características e uma sintaxe, uma semântica e uma pragmática específica fazem com que muitos autores afirmem que a Matemática é uma linguagem (D'AMORE, 2007. p.241), pensamento com o qual concordamos.

Duval (1996) afirma que existem quatro maneiras diferentes de se entender a palavra linguagem: como língua, onde ela seria um sistema semiótico com um funcionamento próprio, como é o caso da língua portuguesa; como diferentes formas de discurso produzidas usando uma língua, como ocorre numa conversação ou uma narração; uma função geral de comunicação entre indivíduos da mesma espécie; como uso de um código qualquer, mais ou menos reconhecido e compartilhado socialmente.

A comunicação é uma das formas possíveis de se entender a linguagem e o ensino tem como base a comunicação, sendo um dos objetivos da comunicação favorecer a aprendizagem dos alunos. Logo quem comunica deve fazê-lo utilizando uma linguagem que possa ser compreendida. Uma forma de se ter êxito nesse processo é utilizar uma linguagem comum em toda a comunicação, evitando-se linguagens específicas.

A Matemática possui uma linguagem específica e um dos objetivos de quem a ensina é fazer com que os estudantes se apropriem dessa linguagem. É para que isso ocorra, eles precisam entrar em contato com ela. Estamos diante do que D'Amore (2007) denomina de paradoxo da linguagem específica (D'AMORE, 2007. p.249).

Para que o aluno possa utilizar a linguagem específica da matemática é necessário que existam atividades didáticas específicas pensadas nesse sentido. D'Amore (2007) afirma, baseado em análise feita por Laborde (1995) que a linguagem matemática possui três características: a precisão, a concisão e a universalidade e possui um código semiológico próprio que desenvolve duas funções: uma função de designação, que pode ser simples como quando temos uma letra sendo utilizada para representar um ponto, mas que também pode ser complexa, principalmente quando se trata de várias

designações juntas em uma única, de acordo com regras sintáticas estabelecidas, como por exemplo a escrita  $f(x,y)$ ;

## **O simbolismo**

Aliado a essa problemática da linguagem, D'Amore (2007) aponta outra dificuldade no processo de aprendizagem da Matemática: para muitos professores existe uma identidade entre o conceito matemático que se deseja ensinar, o símbolo matemático e os algoritmos.

Pode-se ver isso claramente, por exemplo, no estudo da operação de divisão. Qualquer criança ou adolescente, escolarizada ou não, tem em sua mente o conceito de divisão. Porém nem todas reconhecem o símbolo que representa essa operação. A utilização correta do algoritmo socialmente aceito para realizar operações é tarefa de poucos. Porém, quando um aluno não consegue manipular corretamente o algoritmo da divisão diz-se frequentemente que “ele não sabe dividir!”.

As pesquisas sobre o ensino da álgebra apontam que a manipulação de símbolos pode ser um aspecto importante da aprendizagem, desde que os professores possibilitem que seus alunos percebam a mesma como um instrumento para a compreensão, expressão e comunicação de conexões, deduções, argumentos e provas.

Em geral os programas das redes de ensino propõem que se iniciem o estudo sobre as inequações no 8º ano do Ensino Fundamental, em que espera-se que os alunos venham a compreender que a inequação é uma sentença matemática que expressa uma desigualdade, aprofundem sua compreensão a respeito do significado de seus símbolos (como o de  $>$  e  $<$ ), sejam capazes de traduzir uma situação por meio de inequações e resolvam essas inequações.

O fato de a desigualdade possuir sua simbologia própria e que o resultado é expresso por meio de um conjunto e não de uma resposta exata, sugere que reflitamos sobre esses dois aspectos, na tentativa de compreensão das dificuldades que os alunos apresentam.

Da Rocha Falcão (1993) afirma que a álgebra se caracteriza como “um conjunto de conceitos e procedimentos matemáticos que permitem a representação prévia e a resolução de um determinado tipo de problema para o qual os procedimentos aritméticos mostram-se insuficientes.” Essas diferenças provocam algumas dificuldades conceituais quando os alunos iniciam os estudos de álgebra.

Uma dessas dificuldades surge no sentido atribuído ao sinal de igualdade. Enquanto que na aritmética, esse sinal é amplamente utilizado como indicador do resultado de uma operação, em álgebra, o sinal de igualdade possui outros significados.

Um deles é o de estabelecer uma relação de equivalência entre dois membros da equação. Essa ruptura estabelece implicitamente uma ideia importante da álgebra, a de que os símbolos são utilizados para representar relações. Isso fica mais visível ao lidar-se com relações que envolvem as inequações. Nelas, os símbolos não podem ser utilizados para encontrar o resultado de uma operação. Esse sentido relacional não é bem compreendido pelos alunos pela falta de referenciais que dêem significado aos símbolos.

## **A necessidade de fechamento**

Quando estuda-se aritmética, o objetivo principal, em geral, é se encontrar determinadas respostas numéricas particulares. Já na álgebra, o objetivo principal “é se estabelecer procedimentos e relações e expressá-los numa forma simplificada geral” (BOOTH, 1995, p.24). Muitos estudantes não percebem essa diferença e quando iniciam o estudo

da álgebra - e consequentemente das inequações, foco desta investigação – continuam achando que devem apresentar como resultado uma resposta numérica.

Eles acreditam que o que se espera é uma resposta com um único termo e por isso simplificam  $2x + 3y$  para  $5xy$  (BOOTH, 1995). Isso ocorre porque na aritmética, costumamos dar respostas únicas, ou seja, ao nos depararmos com uma operação do tipo  $7 + 4$  respondemos sempre 11 e não uma expressão equivalente como  $9 + 2$ .

## Metodologia

Adotamos um modelo metodológico que se aproxima da análise de conteúdos, proposta por Laurence Bardin (2008), que define essa metodologia da seguinte forma:

*É um conjunto de técnicas de análise das comunicações, visando obter por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens (Bardin, 2008, p 44).*

Segundo Bardin, a análise de conteúdos deve ser efetuada em três fases: a primeira é chamada de *pré-análise*. Nessa fase é efetuada a organização e tem por objetivo sistematizar as ideias iniciais a fim de se produzir um esquema preciso de análise. Ela é composta por três ações: a escolha dos documentos, que formam *corpus* da investigação, a formulação das hipóteses e dos objetivos e a elaboração de indicadores; a segunda fase é chamada de *exploração do material*.

Nessa fase será efetuada a aplicação sistemática das decisões que foram tomadas. Consiste em operações de codificação, decomposição ou enumeração, em função das regras e procedimentos estabelecidos. Nesse momento se elabora um quadro de referência, onde são destacadas as divergências e coincidências encontradas; a terceira fase é chamada de *tratamento dos resultados obtidos e interpretação*. Nessa fase devem ser efetuadas as conexões, aprofundadas as ideias, em busca das respostas e conclusões da pesquisa.

Nosso modelo metodológico possui alguns pontos de convergência com a proposta de Bardin, porém com algumas características peculiares da pesquisa que nos propomos realizar. A própria autora reconhece que “*a técnica de análise de conteúdo adequada ao domínio e ao objeto pretendidos, tem que ser reinventada a cada momento*” (BARDIN, 1997 apud CURY, 2007).

Tivemos como corpus de investigação o instrumento de pesquisa construído a partir de questões propostas no exame de proficiência em Matemática da avaliação em larga escala do SAEPE 2008. Não nos preocupamos com a elaboração de indicadores, uma vez que utilizaremos os descritores da avaliação do SAEPE que cumprem o mesmo papel, nem com a montagem de quadros de referência. Aproximamo-nos novamente da proposta de Bardin na categorização das produções dos alunos, elaboração de quadros de referência e no tratamento e interpretação dos resultados.

## Procedimentos metodológicos

Para construção deste artigo, fizemos um recorte da dissertação de mestrado, focando na questão referente à inequação que fez parte do exame do SAEPE/2008 e foi reaplicada a um grupo de 468 (quatrocentos e sessenta e oito) alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de 11 (onze) escolas públicas da região metropolitana do Recife. O universo amostral escolhido baseou-se em pesquisas como a de Bortolotti (2003) que aponta que uma das etapas mais importantes da TRI (Teoria de Resposta ao Item, que é

o modelo usado para análise de dados do exame do SAEPE) é a estimação dos parâmetros dos itens e das habilidades dos indivíduos.

A probabilidade de uma resposta correta a um determinado item depende da habilidade do indivíduo e dos parâmetros que caracterizam o item. Bortolotti (2003) considera que para se obter estimativas para os parâmetros do modelo com erros-padrão pequenos deve-se realizar o teste com esse quantitativo de indivíduos, no mínimo.

Escolhemos turmas do 9º ano do Ensino Fundamental porque a avaliação do SAEPE em que se utiliza pela primeira vez descritores sobre álgebra é a aplicada aos alunos concluintes dessa fase do ensino básico. Após aplicação do exame, analisamos as respostas dos alunos e realizamos entrevistas videografadas com alguns deles no sentido de descobrir quais estratégias foram utilizadas para responder à questão.

### **Análise dos dados**

A questão que foi aplicada aos alunos que participaram da pesquisa foi a seguinte:

Um reservatório, contendo inicialmente 200 litros de água, recebe água de uma torneira, que despeja nele 20 litros de água por minuto. Considerando todos os valores possíveis dos tempos representados por  $t$ , em minutos, escreva uma desigualdade que represente o volume de água do reservatório para valores acima de 300 litros.

A tabela a seguir apresenta o resultado oficial divulgado pelo exame do SAEPE/2008, que tem como resposta certa a alternativa D:

<b>Distribuição das Respostas dos alunos no SAEPE/08</b>		
<b>Gabarito</b>	<b>Resposta</b>	<b>%</b>
A	$20t > 300$	20,7
B	$300 + 20t > 0$	22,0
C	$500 + 20t > 0$	20,0
D	$200 + 20t > 300$	33,6

Tabela 1 - Respostas dos alunos ao exame do SAEPE/2008.

### **Análise da questão, considerando o exame do SAEPE/2008**

De acordo com os documentos oficiais do SAEPE, essa questão tem como objetivo avaliar a habilidade do aluno em identificar uma inequação do 1º grau que corresponda ao problema.

Os alunos que assinalaram como resposta a alternativa A possivelmente entenderam a proposta do problema, em que a cada  $t$  minutos seriam introduzidos 20 litros de água no reservatório e que se deseja saber em quanto tempo o reservatório terá mais de 300 litros. Eles apenas não consideraram que o reservatório já possuía inicialmente 200 litros de água.

Os alunos que assinalaram como resposta a alternativa B possivelmente levaram em consideração a existência de uma quantidade inicial, mas adotaram o valor da quantidade final como sendo zero ou não se deram conta desse dado do problema.

Os alunos que assinalaram como resposta a alternativa C não se apropriaram completamente da situação, tomando como quantidade inicial de água os dois valores apresentados no texto. A conversão de um texto da linguagem natural para a linguagem

simbólica demanda, antes de tudo, que o aluno se aproprie do sentido da situação apresentada, para que possa ao final controlar o sentido da expressão obtida.

Para isso é importante, explorar a conversão nos dois sentidos, linguagem natural em linguagem simbólica e linguagem simbólica em linguagem natural.

Avaliando o índice de acertos nesta questão e comparando com outras de álgebra do exame do SAEPE/2008 observamos que está foi uma das que obteve o maior percentual de acerto. É possível que isso tenha ocorrido por conta do gabarito (que é a resposta considerada certa) apresentar os números dispostos na mesma ordem em que estão distribuídos no problema: primeiro o 200, depois o 20, em seguida o  $t$  e por fim 300. Pesquisas como a de Lochhead e Mestre (1995) já demonstraram que os alunos mostram uma forte tendência a fazer uma associação com a ordem das palavras da esquerda para a direita.

Seria mais enriquecedor do ponto de vista da pesquisa, que a resposta correta não fosse apresentada na mesma ordem que os elementos foram inseridos no enunciado (por exemplo:  $20t + 200 > 300$ ) e que houvesse um distrator em que aparecesse os elementos na mesma ordem que estão distribuídos no problema, porém sem representar corretamente a situação (por exemplo:  $200 + 20 - t > 300$ ).

Vale ainda ressaltar que entre os 468 alunos que participaram da pesquisa, quatro apresentaram respostas iguais à alternativa A e seis apresentaram respostas iguais à alternativa D. As alternativas B e C não foram usadas por nenhum aluno que participou da pesquisa.

#### **Análise da questão, considerando nosso instrumento de pesquisa**

A tabela a seguir categoriza as respostas dadas pelos alunos que responderam ao instrumento aplicado nesta pesquisa:

<b>Respostas dadas pelos alunos no instrumento de pesquisa</b>		
Tipo de respostas apresentadas	Alunos	%
Utilizaram procedimento aritmético	87	18,6
Utilizaram procedimento algébrico	41	8,8
Utilizaram outro ou nenhum tipo de procedimento.	107	22,8
Total de alunos que responderam ao item	235	50,2
Não responderam	233	49,8
Total de alunos participantes	468	

Tabela 2 – Respostas dos alunos ao Item I-03 no instrumento de pesquisa.

Essa questão apresenta uma característica: o resultado das produções dos alunos ao instrumento da pesquisa e as entrevistas realizadas apontaram grandes dificuldades destes a respeito do que seja uma desigualdade. Isso fica evidenciado no percentual de alunos que se utilizaram procedimento algébrico como estratégia de resposta: 8,8%. No recorte de entrevista realizada com um dos alunos que participou da pesquisa podemos identificar essa dificuldade:

Professor: o que você entendeu que era para fazer nessa questão?

(o aluno lê a questão em voz alta)

Aluno 1: Então, um minuto 220, dois minutos 240, três minutos 260, quatro minutos 280, cinco minutos 300. A cada um minuto 20 litros de água acrescenta no recipiente.

---

Professor: Então foi assim que você chegou ao resultado.

Aluno 1: Foi.

Professor: Essa palavra desigualdade, que tem na questão. O que ela significa para você, dentro desse problema e de uma forma geral?

Aluno 1: Igual igualdade. Duzentos e duzentos é igual. Desigualdade é 220 e 240. Isso é uma desigualdade porque não são iguais.

Professor: e estudando Matemática você já ouviu essa palavra desigualdade?

---

Aluno 1: Dentro da Matemática? Quando dois números não são compatíveis?

---

Para esse aluno a palavra *desigualdade* está mais relacionada à ideia de *diferente*, *desproporcional*, *irregular*, que seria, na Matemática, representado pelo sinal de diferença ( $\neq$ ). Isso fica claro na afirmação do aluno “*Desigualdade é 220 e 240. Isso é uma desigualdade porque não são iguais*”.

A tabela a seguir discrimina os tipos de procedimentos utilizados pelos alunos para responderem ao instrumento aplicado nesta pesquisa:

<b>Tipos de procedimentos utilizados pelos alunos para responderem a questão</b>				
Tipo		Descrição	Alunos	%
P1	Aritmético	Usaram resolução aritmética fazendo uso dos dados do problema e uma operação. Não encontraram corretamente o número desconhecido nem perceberam que o objetivo do item era “escrever uma inequação que permita calcular o valor de x”.	87	18,6
P2	Algébrico	Apresentaram uma resposta algébrica incorreta.	23	4,9
P3	Algébrico	Apresentaram uma resposta algébrica correta.	6	1,3
P4	Algébrico	Tentou encontrar o valor desconhecido por meio de uma proporção.	12	2,6
P5	Outro	Não apresentaram resolução e responderam com um valor diferente do que seria o valor desconhecido.	104	22,2
P6	Outro	Respondeu por meio de uma argumentação.	3	0,6

Tabela 3 – Tipo de procedimento utilizados pelos alunos no instrumento de pesquisa para responderem a questão.

Entre os 235 alunos que responderam ao instrumento de pesquisa, 104 produziram uma resposta sem realizar nenhum procedimento e 87 utilizaram um procedimento aritmético. Apenas 41 alunos utilizaram algum procedimento algébrico para responder e destes, apenas 6 conseguiram responder corretamente.

Entre os alunos que apresentaram uma resposta por meio de um procedimento aritmético encontramos basicamente dois tipos de respostas: aquelas em que os alunos utilizaram os dados do problema numa operação aritmética, sem considerar nenhum outro parâmetro e aquelas em que os alunos fizeram uma relação entre o tempo e o volume de água. Os protocolos a seguir exemplificam essas duas situações:

Aluno2

$$\begin{array}{r} 200 \\ 20 \\ \hline 300 \end{array} - 520 = 520$$

Aluno3

20 litros de água por minuto. Considerando todos os minutos, escreva uma desigualdade que represente o volume de água do reservatório para valores acima de 300 litros.

$$\begin{array}{r} 200 \text{ l.} \\ 20 \text{ l.} \cdot \text{M} \\ \hline 300 \text{ l.} \end{array} \quad \begin{array}{r} 300 \text{ l.} \\ - 200 \text{ l.} \\ \hline 100 \text{ l.} \end{array} \quad \begin{array}{l} 100 \text{ l.} \div 20 \text{ l.} \cdot \text{M} = 5 \text{ M} \\ 100 \overline{) 20} \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

Professor: Vamos pra 7ª. O que você achou dessa questão... do reservatório (referindo-se ao item I-03)?

Aluno 3: Deixe eu ler pra poder entender.

*A aluna lê parte da questão em voz alta.*

Aluno 3: Eu coloquei aqui para indicar que ele tem 200 litros de água “200 l a” e “20 l a m” que é litros de água por minuto. Ele deu um valor de 300 litros aqui no final da questão. Aí eu diminuí 300 por 200 que deu 100 litros de água e 100 litros de água eu dividi por 20 litros de água por minuto, que deu 5. E o resultado aqui.

Aluno 3: Essa palavra que tem aí: “desigualdade” tu achas que significa o que?

Elysandra: Bom, desigualdade é diferente da igualdade. Mas aqui “escreva uma desigualdade” eu acho que não é o mesmo significado. Eu acho que desigualdade aqui é escreva uma conta. É algo que possa representar e calcular também.

Professor: Tem algum sentido aí nesse problema?

Aluno3: Não muito. Acho que poderia usar outras palavras que daria sentido melhor.

O aluno 2, não compreendendo o que deveria fazer para resolver o problema, somou os números apresentados como dados. O aluno 3 entendeu que deveria encontrar em quanto tempo o reservatório passaria de 200 para 300 litros, considerando que a cada minuto o reservatório receberia 20 litros de água. Ela fez uma relação entre tempo e volume, considerando que a cada unidade de tempo o reservatório aumentaria em 20 litros; ele concluiu que em 5 minutos chegaria a 300 litros.

Entre os alunos que utilizaram um procedimento algébrico, apenas dez utilizaram o sinal de > ou <, para representar uma desigualdade. Destes, seis escreveram a expressão considerada correta, dois responderam  $20t > 300$  e outros dois responderam  $16t > 300$ . Identificamos cinco alunos representando a expressão algébrica com o sinal de igualdade e catorze utilizando o sinal de diferença.

Campos e Souza (2008), que realizaram uma pesquisa sobre inequações com alunos do 1º ano de um curso de Licenciatura em Matemática e chegaram à conclusão que

estudantes em geral não sabem resolver desigualdades com uma incógnita real: usam técnicas algébricas próprias para resolver equações ou usam regras sem significado. O recorte do protocolo abaixo representa bem as dificuldades que os alunos encontram ao se depararem com problemas envolvendo desigualdade:

7. Um reservatório, contendo inicialmente 200 litros de água, recebe água de uma torneira, que despeja nele 20 litros de água por minuto. Considerando todos os valores possíveis dos tempos representados por  $t$ , em minutos, escreva uma desigualdade, que represente o volume de água do reservatório para valores acima de 300 litros.

$T > 5 \neq 300$

A ausência de significado é um dos principais problemas que surgem no trabalho com as desigualdades. Por isso, é necessário que seja dada muita atenção à forma como o conceito é introduzido quando se quer evitar o aprendizado das desigualdades de ser reduzida a apenas tarefas mecânicas. Qualquer mecanismo de solução deve permitir que os alunos a compreensão do significado do processo que seguem para chegar à solução correta de uma desigualdade.

### Considerações finais

Sérgio Lorenzato conta em seu livro *Para Aprender Matemática* a história de cinco cegos que diariamente pediam esmolas na entrada de uma cidade e nenhum deles sabia como era um elefante. Certo dia, por algum motivo, chegou um elefante à cidade e os cegos pediram ao dono do animal que o levassem para que eles, pela imposição das mãos, saber qual era o formato do animal.

Tendo o pedido atendido, o primeiro cego apalpou a lateral do elefante e concluiu: ele parece um muro; o segundo cego apalpou a orelha do elefante e concluiu: ele é como uma grande ventarola; o terceiro ao repetir o gesto, tocando nas pernas do animal disse: é como as colunas do templo; o quarto, pegando em uma das presas afirmou: elefante é tal qual uma lança; o quinto em contato com tromba disse: é um tipo grande de cobra.

O elefante se foi e os cegos ficaram discutindo sem conseguirem chegar a um acordo quanto ao formato do animal. Essa história sugere que não podemos acreditar que conhecendo as partes conheceremos também o todo. Por conta disso que os conteúdos de Matemática devem ser ensinados de forma integrada.

Nessa perspectiva seria importante, por exemplo, que, ao se iniciar os estudos sobre equações do 1º grau, onde se propõe uma analogia entre a tentativa de se equilibrar os braços de uma balança para que os alunos compreendam o conceito de igualdade, que se trabalhem situações de desigualdades por meio do desequilíbrio entre os braços da balança, para que os alunos identifiquem a existência de valores que satisfaçam ou não sentenças representadas por inequações.

A introdução da notação formal não pode ser desconectado da aquisição do significado. Essa falta de conexão é um dos principais problemas que enfrentamos no processo de ensino e aprendizagem da matemática. Todo nosso trabalho deve ser orientado para a busca de alternativas educacionais destinadas a fornecer o significado que constituirá a principal base para o aprendizado da matemática.

É preciso também utilizar diferentes linguagens: a linguagem natural, a linguagem geométrica, a linguagem algébrica. Propor atividades em que ocorra a transformação

entre dois tipos de linguagens favorecerá o aluno a desenvolver competências necessárias para dá conta de situações como a apresentada nesta pesquisa.

É fundamental que os professores passem a investigar a sua prática profissional, tendo como finalidade a compreensão do modo como ela influencia os erros cometidos e as dificuldades sentidas pelos alunos.

Logicamente que esta pesquisa não esgota o problema analisado. Outros estudos podem se realizados, aprofundando os pontos aqui trabalhados e levantando outras questões, tais como: Porque é que os alunos evitam recorrer a estratégias algébricas na resolução de problemas? Os professores apresentam lacunas conceituais em inequações?

Concluimos destacando que esperamos que essa pesquisa contribua para a investigação em Educação Matemática, de maneira que avancemos na qualidade da educação no país do ponto de vista da melhoria da aprendizagem.

## Referências

BARDIN, Laurence. **Análise de Conteúdo**. 5ª Edição. Lisboa: Edições Setenta, 2008.

BLANCO, Lorenzo. GARROTE, Manuel. **Difficulties in Learning Inequalities in Students of the First Year of Pré-University Educacion in Spain**. Eurasia Journal of Mathematics, Science & Tecnology Educatiom, Turkey, v. 3, n. 3, p 221-229, 2007. Disponível em [http://www.ejmste.com/v3n3/EJMSTE\\_v3n3\\_Blanco\\_Garrote.pdf](http://www.ejmste.com/v3n3/EJMSTE_v3n3_Blanco_Garrote.pdf)  
Acesso: outubro de 2010.

BOOTH, Lesley. **Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra**. IN: COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Albert P. *As Idéias da Álgebra*. São Paulo: Atual, 1995. 286p.

BORTOLOTTI, Silvana. **Aplicação de um modelo de desdobramento graduado generalizado da Teoria de Resposta ao Item – TRI**. Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2005. 107p.

CLARA, Margarete. **Resolução de Inequações Logarítmicas: Um olhar sobre a produção dos alunos**. Dissertação de Mestrado - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2007. 121p.

CURY, Helena. **Análise de Erros: O que Podemos Aprender com as Respostas dos Alunos**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007. 116p.

DA ROCHA FALCÃO, Jorge Tarcísio. - **A Álgebra como Ferramenta de Representação e Resolução de Problemas**, em SCHLIEMANN, A. D. e outros, *Estudos em Psicologia da Educação Matemática*, p. 85-107, ed. UFPE, Recife, 1993.

D'AMORE, Bruno. **Elementos de didática da matemática**. Tradução: Maria Cristina Bonomi. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007. 452p.

FONTALVA, Gerson. **Um estudo sobre inequações: entre alunos do Ensino Médio**. Dissertação de Mestrado - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2006. 134p.

LOCHHEAD, Jack e MESTRE, José. **Das palavras à álgebra: corrigindo concepções erradas.** IN: COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Albert P. As Idéias da Álgebra. São Paulo: Atual, 1995. 286p.

LORENZATO, Sérgio. **Para aprender matemática.** Campinas: Autores Associados, 2008. 152p.

MARINHO, Alzir. **Inequação: a construção do seu significado.** Dissertação de Mestrado – Universidade Santa Úrsula. Rio de Janeiro, 1999. 178p.

TRALDI JR., Almir. **Sistemas de Inequações do 1º grau: Uma abordagem do processo ensino-aprendizagem focando os registros de representações.** Dissertação de Mestrado – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2002. 112p.

### **Abstract**

This research investigates the difficulties encountered by students graduating from public elementary schools in Pernambuco, faced with a problem about inequalities. The theory is based on didactics of mathematics and languages, according to Bruno D'Amore. The research is a part of a dissertation which analyzes the production of the students to solve algebraic problems of a large-scale evaluation applied annually by the government of Pernambuco. The information reviewed indicate, among other things, that the formal notation can not be disconnected from the acquisition of meaning. This lack of connection is one of the main problems we face in teaching and learning of mathematics.

**Keywords:** Language. Symbolism. Inequality.