Sôbre o programa de Matemática no curso ginasial e seu desenvolvimento

Ubiratan D'Ambrosio

Resumen

En este artículo el autor hace un análisis crítico del programa de matemática para la enseñanza media, vigente en el Brasil en la década de 1950 y sugiere orientar la enseñanza de la matemática en función de tres valores: formativo, informativo y utilitario.

Algunas de las ideas sugeridas para la elaboración del programa mencionado son: conexión entre las distintas áreas de la matemática; resolución de problemas y el uso de la historia de la matemática como recurso didáctico.

Finalmente el autor menciona algunas referencias de trabajos con una orientación cercana a las dadas en el artículo.

Palabras clave: Programa de matemática para la enseñanza media, historia de la matemática.

Abstract

In this article the author makes a critical analysis of mathematics curriculum for secondary education, in force in Brazil in the 1950s and suggests to guide the mathematics instruction in terms of three values: formative, informative and utilitarian.

Some of the ideas suggested for the development of such a program are: connection between different areas of mathematics, problem solving and the use of the history of mathematics as a teaching resource. Finally the author mentions a few references to works with an orientation close to those given in the article.

Keywords: Program for Secondary School Mathematics, History of Mathematics.

U. D'Ambrosio
Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras
Universidade de Campinas, S.P.
Brasil

Separata da *Revista de Pedagogía*, Ano V, Vol. V, N^o 9, Janeiro-Junho 1959.

Se guarda la referencia institucional del autor en el momento de la publicación de este trabajo por primera vez.

Publicado también en *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática.* 2011. Año 6. Número 7.

Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. 2021. Número especial. pp 28–33.
Costa Rica

Os resultados pouco satisfatórios dos exames vestibulares de Matemática dos cursos normais e superiores, aliados à aversão quase generalizada dos alunos pelo estudo da Matemática, são indícios de que o ensino ora ministrado é ineficiente e mesmo contraproducente.

Esta situação tem causas as mais diversas. Mas o que reputamos como fator essencial é o fato de serem os nossos programas ditados exclusivamente pelo tradicionalismo. Uma estrutura de ensino da Matemática deve ser precedida de cuidadosos estudos, tendo sempre presente o estado atual da ciência, no tocante ao seu desenvolvimento e às aplicações. Além disso, o elemento a quem se dirige o ensino deve ser considerado. E isto exige trabalho conjunto de matemáticos, técnicos, professôres e psicólogos, tendo em vista: o que ensinar, por que, ensinar, quando ensinar, a quem ensinar e como ensinar. Certamente não erraríamos se afirmássemos que uma tal reunião nunca se realizou entre nós.

Uma tentativa de alterar os esquemas já considerados absolutos, pois têm se mantido por várias gerações pràticamente inalterados, viria contrariar interêsses dos mais diversos e por conseguinte somos pessimistas quanto à possibilidade de modificações. Aliás, nosso contáto pessoal com elementos ligados ao ensino mostrou-nos ser tarefa dificílima vencer a inércia da situação.

Poderíamos, no entretanto, tentar um melhor aproveitamento do atual programa. Primeiramente, tentaremos evidenciar o que julgamos ser o maior defeito dos atuais programas: a falta de objetivos.

Orientaríamos a estrutura do ensino de Matemática em função de três valores: formativo, informativo e utilitário.

Os valores formativo e informativo da Matemática estão relegados a plano inferior, principalmente o primeiro. A repetição de fórmulas e de processos mecânicos de cálculo tem efeito entorpecente no raciocínio do aluno. Levam-no à condição de máquina, sendo então deturpado o caráter formativo do ensino da Matemática, tão exaltado nas Instruções emanadas do Ministério de Educação. Além do mais, grande parte da Matemática ensinada no Curso Secundário é absolutamente inútil, quer pela sua pouca aplicação, quer pelo efeito negativo que produz, criando verdadeira aversão à matéria. No entanto, aspectos realmente importantes da Matemática, como o caráter estrutural que a domina, sua relação com a cultura de um povo, suas origens histórica e psicológica e suas raízes práticas, nem são referidos. Em suma, o aluno deixa a escola secundária sem ter idéia do que é, para que serve e qual a fôrça e importância de Matemática no mundo moderno. Pelo contrário, a vê como uma ciência estéril, acabada, maçante e, principalmente, inútil. Vem corroborar esta afirmativa o número reduzido de alunos que, terminando a escola média, abraçam o estudo da Matemática, que sabemos ser realmente fascinante.

A aquisição gradativa do poder de abstração é inexistente, como também o estímulo à capacidade criadora. Nem siquer idéia do que seja abstração tem o aluno, e falta-lhe coragem para criar e enfrentar situações diversas daquelas apresentadas como padrão e consequentemente haverá o ressentimento em qualquer ramo de atividade que abrace no futuro. Dificilmente a confiança em suas capacidades será restaurada, enquanto normalmente a criança tem imaginação e audácia intelectual bem desenvolvida.

Pràticamente, não há relação entre o ensino médio e o superior. O aluno ingressa nas Faculdades com espírito completamente inadequado, e com a matéria que lhe serviria de instrumento mal fundamentada, insuficiente e, consequentemente, em grande parte inútil. Evidenciam êste estado de coisas os resultados de exames nos primeiros anos de cursos superiores em que a Matemática é matéria fundamental.

Parece-nos não haver outra justificativa além da tradição para a estrutura atual do ensino de Matemática. As aquisições mais recentes da Matemática moderna e da Psicologia não são consideradas no panorama geral do ensino. Entre a Matemática como ela é estruturada atualmente e como é, ensinada nas escolas médias há diferença de séculos, quando não de milênios. Conseqüência direta disto é a apresentação de uma ciência morta, dividida em capítulos completamente isolados. A falta de unidade na apresentação da Matemática é, a nosso vêr, o maior indicio de absoluto divórcio entre a Matemática moderna e a que é ministrada nos cursos médios. E que não se pretende siquer um esbôço de unificação está implícito na supressão do estudo de transformações de figuras e na apresentação da Álgebra completamente desligadas da Aritmética nas primeiras séries.

A posição da Matemática entre as demais disciplinas e consequentemente sua situação no desenvolvimento cultural é desprezada. O exemplo mais marcante disto é a absurda elaboração do programa ao curso Clássico, que é obtido do correspondente curso Científico pela supressão de alguns ítens em negrito. A inclusão de um resumo histórico-crítico do desenvolvimento da Matemática é indispensável, tanto no Curso Clássico como no Científico, mas no primeiro deveria dominar grande parte do programa. Aliás, êste só atingiria seus reais objetivos se fôsse estruturado segundo o desenvolvimento cronológico-cultural da Matemática.

Na ordem de idéias expostas acima, procuramos desenvolver o programa do Curso Ginasial conforme o esquema que será exposto. É uma tentativa que somada a outras poderá conduzir a resultados bem mais razoáveis.

Primeira série. Pode-se desde já introduzir a álgebra na resolução dos chamados "problemas sôbre as quatros operações", usando símbolos para representar as incógnitas. Consegue-se ao mesmo tempo prevenir contra o fato tão comum de o aluno estar prêso a "x", "y" e "z" nas equações. A virtude, tão ressaltada, dos problemas resolvidos "por aritmética" de impedir a mecanização e forçar e raciocínio poderia ser conseguida pela inversão de operações. Problemas que despertam a atenção e o interêsse da criança, além de jogos e recreações matemáticas, podem ser aproveitados para forçar tais operações inversas. Além de estimular o raciocínio e o espírito de livre iniciativa do aluno, atingi-se dêste modo o caráter operacional da Matemática moderna, que está de acôrdo inclusive com as recentes tendências da Psicologia. Exemplos de tais problemas são os do tipo: **A** pensa um número inferior a 10, **B** diz um número inferior a 10, **C** ordena uma ou mais operações a serem feitas por **A** com o número pensado e o número dito por **B**. **A** apresenta o resultado e **D** deve achar o número pensado por **A**. Daí os alunos são conduzidos naturalmente à inversão de operações, e posteriormente às equações simples.

Ainda nesta série pode-se evidenciar o verdadeiro sentido de nosso sistema de numeração, posicional. A decomposição de um número em unidades, dezenas, etc., e a introdução das potências de 10 conduz facilmente à noção de polinômio de uma variável, além de abrir possibilidades de estudo de sistemas de numeração de bases diversas. Ao mesmo tempo, os processos para se efetuar as quatro operações seriam plenamente justificados e poderiam ser fàcilmente estendidos a polinômios, quando oportuno. Estaria realçada a unidade da Matemática, como vantagem subsidiária.

Na decomposição de um número em fatores primos, pode-se preparar o caminho para a fatoração algébrica, de tão difícil assimilação, e na maioria das vêzes mecanizado, sem que o aluno atinja seu significado. Do mesmo modo, o estudo do máximo divisor comum, e do mínimo múltiplo comum, feitos mediante a decomposição em fatôres primos podem ser aproveitados para os correspondentes algébricos.

O estudo de áreas e volumes pode ser feito com um mínimo de fórmulas, o aluno sempre se reportando a estas. Por exemplo, a área de um triângulo sendo calculada a partir da do paralelogramo, e esta como a de um retângulo, os volumes de cone e pirâmide a partir de cilindros e prismas. No caso mencionado do paralelogramo, bem como para a área do trapézio poder-se-ia iniciar o aluno na geometria dedutiva, conduzindo-o a uma demonstração, naturalmente quase que exclusivamente com base intuitiva e experimental. No espaço, os volumes do cone, da pirâmide e da esfera podem ser fàcilmente relacionados com os do cilindro e prisma experimentalmente, com vasilhas cheias de água. A relação entre o comprimento da circunferência e seu diâmetro, estabelecida experimentalmente por um pedaço de barbante, embora com grande êrro, tem maior valor formativo que o 3,1416 impôsto pelo professor.

Segunda série. No estudo da extração de raízes, achamos bem mais importante que o aluno seja capaz de avaliar o resultado do que uma técnica desenvolvida de cálculo. É muito comum encontrarmos resultados absurdos, principalmente na extração de raízes com aproximação, que evidenciam a ausência de espírito crítico, característico de qualquer formação matemática.

Na álgebra, a resolução de equações poderia ser iniciada com um mínimo de operações algébricas, e não só após estudo exaustivo, dessas operações e mediante alguns problemas, que conduziriam o aluno a idéia de uma equação. Ensinar a resolver uma equação "passando tudo que é **x** para cá, o que não é **x** para lá', mecânicamente, tem efeito embrutecedor na mente do aluno. Os reais objetivos do ensino de álgebra seriam melhor atingidos se a resolução de equações fôsse levada a efeito passo a passo, dando-se atenção às operações inversas. A transposição de têrmos seria usada por alunos que a "descobrissem". A resolução de sistemas simples de 2 equações com 2 incógnitas pode ser fàcilmente entendida a 3 ou mais equações com igual número de incógnitas, chamando sempre a atenção do aluno ao fato que se tem em vista a redução do número de incógnitas nos métodos usuais, e que nos processos de eliminação empregam-se algumas propriedades que são básicas na álgebra. Nêste ponto é essencial que se faça distinção entre uma identidade e uma equação, e seria excelente que se esboçasse uma idéia das estruturas de anél e corpo recapitulando as propriedades das operações. O uso de coeficientes literais deve ser evitado, bem como os exercícios mais complicados, como equações fracionárias extensas e que exigem discussões delicadas.

Terceira série. É indispensável que se faça, ao lado da parte de aritmética que consta do programa, uma revisão da álgebra estudada na série anterior, com exercícios um pouco mais complicados, dando importância principalmente às discussões na resolução de problemas e equações.

Na geometria, é possível abrandar o pretenso rigor e dar maior incentivo à imaginação do aluno, aproveitando suas aptidões e experiências. Sendo a primeira oportunidade de se exibir ao aluno um esquema lógico-dedutivo, o significado de tais sistemas deve ser evidenciado, procurando mostrar que a geometria é um modêlo de tal sistema. A história da matemática oferece aqui excelentes oportunidades de situar a ciência no desenvolvimento cultural da humanidade.

Quarta série. O desenvolvimento do programa deve ser precedido de nova revisão de álgebra, com exercícios ainda mais complicados, intensificando as discussões. A resolução da equação do 2.° gráu sem o emprêgo da fórmula é bastante conveniente, e esta seria deduzida pelo próprio aluno, como exercício. Da equação do 2.° gráu pode-se passar fàcilmente às de gráu superior redutíveis àquelas e então seria evidenciado o teorema fundamental da álgebra, sendo o aluno ensinado a incluir entre as raízes de uma equação as imaginárias e a contar a multiplicidade das raízes múltiplas. Nesta série podem-se estudar as desigualdades, e introduzir o conceito de função, o que julgamos fundamental neste ponto. Também indispensável cremos ser a introdução dos métodos cartesianos. O estudo de algumas funções elementares, principalmente o trinômio de 2.° gráu, seria feito mediante o uso de suas representações gráficas, e poder-se-ia inclusive tentar um sbôço dos métodos da estatística.

O estudo da geometria métrica girando em tôrno do teorema de Pitágoras sempre que possível, evita a decoração estéril da enorme quantidade de fórmulas que aparece nesta série. Anàlogamente, estudando-se as cevianas com a relação de Stewart como básica, evitam-se as fórmulas correspondentes e particulares cevianas. As relações métricas no círculo apresentam-se como simples aplicações da semelhança de triângulos, e as demonstrações seriam simples exercícios literais.

Precedendo o estudo de áreas e de equivalência (e aqui é muito conveniente e oportuno introduzir a noção de relação de equivalência e classes de equivalência, e mostrar como isto se aplica aos números racionais), pode-se fazer uma rápida revisão do sistema métrico decimal, evidenciando a arbitrariedade na escolha das unidades, e procurando introduzir o conceito de dimensão e possivelmente algumas noções de Análise Dimensional, que seria de muito conveniência para a Física.

O comprimento da circunferência e a área do círculo servem de motivação para a introdução dos números irracionais, e então pode-se fazer um apanhado dos diversos campos de números, evidenciando seu desenvolvimento histórico, e realçando as diversas estruturas (grupo, anéis, corpos) sôbre as quais repousam grande parte da Matemática moderna, mostrando-se inclusive que outros sistemas podem ser enquadrados em tais estruturas (por exemplo, as transformações no plano).

Como coroamento do Curso Ginasial, é indispensável que se faça uma síntese da Matemática que os alunos conhecem até então, dando ênfase ao desenvolvimento histórico e procurando situá-la no panorama geral das diversas culturas, e mostrando, em linhas gerais, as possibilidades e perspectivas do estudo da Matemática em nossos dias.

Notas bibliográficas

Alguns anos de experiência no ensino secundário e superior permitiram-nos as observações acima. Fomos grandemente influênciados pela leitura de alguns trabalhos, que visavam objetivos idênticos aos nossos. Procuraremos, nestas notas bibliográficas, indicar em que ponto mais fortemente se exerceu tal influência.

A "Comission Internationale pour l'Étude et l'Amérioration de l'Enseignement des Mathèmatiques' lançou em 1955 sua primeira publicação coletiva, reunindo artigos de seis de seus membros fundadores: um psicólogo (J. Piaget), um lógico matemático (E. W. Beth), três matemáticos profissionais (J. Dieudonné, G. Choquet e A. Lichnerowicz) e um pedagogo matemático (C. Gattegno). Este trabalho, em que se procura principalmente mostrar de que modo a Matemática moderna deve entrar no ensino médio, levando em conta considerações de ordem psicológicas, lógicas e matemáticas, foi decisivo em nossos estudos.

Para uma maior relação entre a matemática e as demais ciências, principalmente a Física, veja-se: G. Zadou-Naísky, "Les Sciences Physico-Mathématiques dans l'Enseignement", P. U. F. e o artigo de François Russo S.J., do "Centre Catholique des Intellectuels Français", em "La Science peut-elle former l'Homme," (publicação do referido Centro). Nêste último é digno de se notar a importância que se dá à critica moderna das ciências, principalmente dos trabalhos de Jean Piaget e Gaston Bachelard, e o repúdio ao contemplativismo, advogando maior atenção às estruturas. Também se condena o empirismo regulando as reformas de ensino.

Os trabalhos de A. N. Whitehead são de grande significação, principalmente os "Essays in Science and Philosophy" e "The Aims of Education". São suas as opiniões de ser ensinada a matemática como um todo, de não se visar apenas as aplicações e de ser introduzida a história da Matemática no ensino médio. É interessante sua observação quanto à relação da Matemática com a Educação em geral e com a "atmosfera intelectual" da época. Particularmente sugestivo é seu pessimismo quanto ao futuro da Matemática na escola secundária se não se imprimirem novos rumos ao seu ensino.

A ineficiência do ensino da Matemática parece não ser previlégio nosso. R. Violette, no artigo "Recherches des Psychologues scolaires en psycopédagogie des Mathématiques', em Enfance, novdez, 1956 (citado por Gita Ghinzberg, Uma tentativa de Pesquisa Pedagógica no Ensino da Matemática, Revista de Pedagogia, n.° 4), observa que os alunos do 6.° gráu (aproximadamente 1.° ginasial do Brasil) se mostram inseguros no manejo das operações, não realizam uma divisão corretamente e são incapazes de resolver um problema racionalmente; os que concluem o curso secundário nunca compreenderam um problema de Geometria, não efetuam cálculos algébricos elementares e não são capazes de aplicar corretamente uma fórmula. As condições, vê-se, não são diversas das nossas.

O presente trabalho é, em conteúdo, a tese que apresentamos no Primeiro Encontro de Mestres, realizado em S. Paulo em junho de 1957, do qual participamos como Relator da 3a. Comissão, e no 2.° Congresso Nacional de Ensino de Matemática, realizado em Pôrto Alegre, em julho de 1957.