

## La modelación matemática como proceso de estudio en el álgebra escolar

*Leidy Cristina Cumbal Acosta\**

### RESUMEN

Esta comunicación presenta algunos avances del trabajo de grado “La modelación matemática como proceso de estudio en el álgebra escolar”. A través de una revisión de documentos y resultados de investigaciones en el campo de la Didáctica de las Matemáticas, se pretende el diseño de una propuesta de intervención en aula que movilice procesos de modelación algebraica como una vía para generar habilidades en los estudian-

tes en la resolución de problemas, que permiten la reconstrucción de organizaciones matemáticas cada vez de mayor completitud; lo anterior ubica el trabajo en el campo de la Teoría Antropológica de lo Didáctico y en un tema de actualidad: el desarrollo de competencias matemáticas en la escuela.

**Palabras clave:** modelación, competencias, tipos de problemas, algebraicos

---

\* Universidad Santiago de Cali. Dirección electrónica: [lcca17@hotmail.com](mailto:lcca17@hotmail.com)

## PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA

Como producto de las investigaciones en Didáctica de las Matemáticas y el progreso de esta área como disciplina científica (Gascón, 1998), hallamos propuestas que transforman lo que significa hacer matemáticas en el aula. Entre estas propuestas teóricas y prácticas encontramos diferentes enfoques, entre ellos el enfoque por competencias matemáticas.

Los enfoques tradicionales se caracterizaban por modelos de enseñanza pasiva, donde el docente era un transmisor de conocimientos y procedimientos, que asignaba tareas basadas en la repetición de técnicas o algoritmos generalmente descontextualizados. Es decir, desde este enfoque las técnicas son objetos en sí mismos de enseñanza y aprendizaje hasta llegar a su dominio. Nos enfrentamos ahora a los nuevos enfoques de la educación, diseños basados en competencias que nos dirigen hacia unas matemáticas funcionales, como potentes herramientas para resolver problemas de diversas naturalezas, incluso extra matemáticos.

Si bien es cierto que se habla de “competencias matemáticas”, o de qué es ser “matemáticamente competente”, de cuáles son las competencias matemáticas, sus desempeños y niveles de desarrollo, qué caracteriza cada competencia, entre otros aspectos que formalizan teóricamente este enfoque, hace falta entrelazar estos aspectos con aquellos que hagan que las prácticas escolares y sobre todo las tareas en el aula nos lleven a que el “hacer matemáticas” sea una realidad, pero ¿cómo hacer que los estudiantes desarrollen, integren y exterioricen el conjunto de habilidades, aptitudes, actitudes, destrezas y conocimientos, para que estas aporten en la solución de situaciones problemáticas? ¿Cuáles serían los escenarios propicios y los ambientes de aprendizaje adecuados para este fin? ¿Cómo deben ser los proyectos de aula, su desarrollo y evaluación? y sobre todo primando la importancia que este trabajo sugiere ¿Qué tipo de actividad se debe desarrollar en el aula?, todo esto en vías de potenciar las competencias matemáticas, haciendo énfasis en que no solamente se trata de su cotidianidad y sus contextos, sino para la formación de ciudadanos con sentido crítico y reflexivo.

La modelación matemática forma parte de los currículos colombianos al estar presente en los Estándares Básicos de Competencias Matemática (Ministerio de Educación Nacional. Colombia, 2006) como uno de los procesos que constituyen lo que es ser “matemáticamente competente”. Durante muchos años la modelación ha estado restringida en las instituciones escolares, al presentarse como una simple aplicación de un conocimiento matemático,

a determinadas situaciones más o menos reales, con el fin de exponer su utilidad. Aún hoy en día, este uso perdura en los sistemas educativos, lo cual nos hace pensar que la modelación no es más que un objetivo de enseñanza y no un medio para hacer matemáticas en el aula. Se propone pues reformular lo que significa la modelación matemática en términos de procesos de reconstrucción y articulación de organizaciones matemáticas de complejidad creciente, que necesariamente deben partir de las razones de ser de aquellas organizaciones matemáticas que se desean reconstruir e integrar. Este proyecto hace énfasis en un modelo de la actividad matemática que no solamente responde a cuestionamientos de la estructura de la actividad propia en las aulas, sino a un modelo del saber matemático, desde el cual se hace un llamado a plantear situaciones que den lugar a la reconstrucción de las herramientas matemáticas. Los esquemas de modelación presentes en los diferentes contextos (MEN, 1998) ( Ministerio de Educación Nacional. República de Colombia, 2006) se enfocan en procesos lineales o cíclicos (OCDE, 2006), que parten de situaciones reales a modelos reales, pasando por modelos matemáticos que resuelven la situación, para luego devolver la solución a la situación real. En este esquema de modelación, la solución a la situación es el final del proceso, donde la modelación es la aplicación de un modelo matemático requerido. Desde este punto de vista surgen preguntas que nos invitan a reflexionar acerca del proceso de modelación, *¿El esquema situación-modelo es una verdadera reconstrucción de un modelo? ¿Cómo se acredita que la situación real infiere un proceso de modelación? ¿Qué tipos de situaciones problemáticas reales desencadena un proceso de modelación? y lo que confiere en este proyecto de investigación **¿Qué tipos de situaciones se deben llevar al aula de clase, para el desarrollo de la modelación como una competencia matemática?***

#### MARCO DE REFERENCIA CONCEPTUAL

Tradicionalmente las "matemáticas" o el "hacer matemáticas" en las instituciones se refieren a la trasmisión de conocimientos inmutables, transparentes y únicos. La teoría antropológica de lo didáctico (TAD) toma como objetos de estudio las condiciones de difusión y creación de la actividad matemática en las instituciones escolares, considera problemáticos los mismos objetos matemáticos y el paso del saber sabio al saber enseñado, teniendo en cuenta los obstáculos epistemológicos que los procesos de enseñanza y aprendizaje conllevan. Al estudiar estos aspectos que se localizan en las instituciones escolares, la TAD elabora un modelo para representar el saber matemático, su difusión, enseñanza y funcionalidad.

Uno de los principios de la TAD es que toda actividad matemática puede ser interpretada como una actividad de modelación. La TAD propone un modelo de actividad matemática basado en praxeologías (praxis + logos), modela la actividad matemática productora y el saber matemático producido en praxeologías u organizaciones matemáticas, y propone las praxeologías como unidad mínima de análisis para describir la actividad matemática y la actividad didáctica. (Bosch, García, Gascón, & Ruíz, 2006).

Las praxeologías están compuestas por dos niveles: *la praxis* o práctica matemática, constituida por los tipos de tareas y las técnicas para su desarrollo, y el *logos*, las tecnologías y teorías que sustentan y justifican el uso de las técnicas. Los tipos de problema se refieren al conjunto de tareas. Las praxeologías nacen y se sostienen a través de respuestas a cuestionamientos problemáticos, que dan lugar a la reconstrucción de objetos matemáticos. Estas tareas deben presentar una técnica para ser abordadas, y en su medida las técnicas requieren una debida justificación. Este hecho hace que las tareas evolucionen. Para un tipo de tareas concretas se requiere una sistematización de su solución, a la cual llamaremos técnica. Esta técnica en muchos casos no es algorítmica, ya que la evolución de las tareas requiere una puesta en práctica indeterminada. Pero las técnicas deben encontrar un campo de justificación para su uso, pues no puede existir una práctica sin su debido razonamiento. A este discurso que justifica en primera instancia las técnicas lo llamaremos tecnología. Las tecnologías no solo permiten la reflexión sobre una técnica específica, sino que permiten el encuentro de nuevas técnicas, su validación y funcionalidad.

Desde este nuevo punto de vista las nociones de modelo y sistema se amplían para ser consideradas como praxeologías, y la actividad o proceso de modelación dejará de describirse en términos del par sistema-modelo para llevarse a un proceso de reconstrucción, el cual se caracteriza en términos de praxeologías y vínculos entre praxeologías. No tiene sentido considerar el proceso de modelación independientemente del resto de las actividades matemáticas, ni como objetos en sí mismos (para ser enseñados) ni como medios para la enseñanza y el aprendizaje de determinados conocimientos matemáticos.

## METODOLOGÍA

Tomaremos como referente para el proceso de modelación matemática el esquema planteado desde la TAD, el cual consiste en pasar de un sistema no matemático a un sistema previamente matematizado, estudiando problemas

que se resuelven utilizando acertadamente cierto modelo. Se pueden recalcar tres aspectos básicos en este proceso: la utilización rutinaria de modelos matemáticos ya conocidos; el aprendizaje y la enseñanza de modelos ya conocidos y la manera de utilizarlos en creación de nuevos modelos matemáticos.

En toda actividad matemática se puede reconstruir un proceso de modelación en torno a problemas de complejidad creciente, que dan lugar a modelos para dar respuesta acertada a cuestiones matemáticas.

El esquema de modelación implica dos partes: un sistema matemático o extra matemático y un modelo matemático del objeto de estudio. Este esquema se puede dividir en tres momentos: primero se define el objeto matemático que se quiere estudiar teniendo en cuenta todos los aspectos que se quieran trabajar (sistema y sus componentes). En esta etapa definimos el conjunto de situaciones iniciales delimitando el ámbito de la realidad; estas situaciones nos permiten definir variables y responder a cuestionamientos con pocas conjeturas. En la segunda etapa, empezamos a describir algunas posibles relaciones entre los componentes del sistema, la construcción del modelo y relación entre las variables. El modelo a estudiar es el conjunto de relaciones entre estas variables, lo cual nos lleva a algunas posibles relaciones de los componentes empezando a formular problemas con mayor precisión empleando la técnica. Para la tercera etapa se trabaja la técnica dentro del modelo, interpretación del trabajo y resultados. En esta última etapa se enuncian problemas nuevos que difícilmente se podrían resolver sin el modelo.

La propuesta de investigación se enfatiza en el diseño de una secuencia de tareas para intervenir en el aula, en la cual se evidencie el proceso de modelación matemática que reconstruya en su proceso de estudio una organización matemática en torno a problemas de cálculo aritmético, para pasar, a un proceso de algebrización alrededor de un objeto matemático, ecuaciones de primer orden, en el grado octavo de la Educación Básica colombiana.

En la primera etapa se abordan problemas que involucren la participación activa y motivada de los estudiantes, se responderán a cuestionamientos tales como: *Carlos piensa un número, lo multiplica por cuatro y le añade 3, el resultado de la operación fue 35*. Para responder a cuestionamientos tales como *¿Qué número pensó Carlos? ¿Qué operaciones utiliza para averiguar el número?* En esta etapa se trabaja la solución de ecuaciones con el proceso de análisis-síntesis, se hace la debida rutina de la técnica, para luego dar paso a nuevos problemas tales como: *Carlos piensa un número y le añade su doble, el resultado fue 36. ¿Qué número pensó Carlos?* Con este tipo de problemas

se pretende emplear el modelo de simplificación de ecuaciones y análisis-síntesis. El proceso de modelación se amplía, al responder a cuestionamiento que requieran el uso de la técnica cada vez de manera más rigurosa.

En el desarrollo de las actividades con los estudiantes se tendrán en cuenta, para la recolección de datos, instrumentos tales como la observación puntual a través de vídeos y audios de los momentos de intervención en situaciones específicas de interacción (estudiantes-estudiantes), (profesor-estudiante), además, las hojas de trabajo de los estudiantes que serán las fuentes más importantes para el análisis del proceso y resultados en el informe final.

### CONCLUSIONES

La propuesta de modelación en la que se basa este trabajo está enmarcada precisamente en llevar un proceso de algebrización (Bosch & Gascon, 2010) más coherente y justificado, acorde con la propuesta de modelación de la TAD, tomando como principales actores, los tipos de tareas, su debida justificación y el proceso de modelación que estas requieren para la apropiación de conocimientos matemáticos.

Con el avance de este proyecto se puede concluir que el modelo de actividad matemática propuesto por la TAD dirige la reconstrucción de los objetos matemáticos en las instituciones escolares.

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ministerio de Educación Nacional. República de Colombia. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Potenciar el pensamiento matemático: iun reto escolar !* Recuperado el 15 de Mayo de 2012, de Centro virtual de noticias: [http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042_archivo_pdf2.pdf)
- Bosch, M., & Gascon, J. &. (2010). La algebrización de los programas de cálculo aritmético y la introducción del álgebra en secundaria. *nvestigación en Educación Matemática XIV*, 545-556.
- Bosch, M., García, F. J., Gascón, J., Ruíz, L. (2006). La modelización matemática y el problema de la articulación de la matemática escolar. Una propuesta desde la teoría antropológica de lo didáctico. *Educacion Matemática*, 18(2), 37-74.
- Gascón, J. (1998). Evolución de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 18/1, nº 52, pp. 7-33.
- MEN, (1998). *Lineamientos curriculares en matemáticas*. Lineamientos curriculares en matemáticas: Cooperativa Editorial Magisterio.
- OCDE. (2006). *PISA 2006 marco de la evaluación Conocimientos y habilidades*. España: Santillana Educación S.L.