

## Un estudio de los números irracionales en los libros usados en el grado octavo en Florencia, Caquetá.

*Albeiro Giraldo Ospina\**

*Alirio Quesada Salazar\*\**

### RESUMEN

En este reporte de investigación se presenta un análisis del tratamiento didáctico dado a los números irracionales en libros de texto de matemáticas del grado octavo, a partir de dos dimensiones de análisis: **Dimen-**

**sión conceptual y Dimensión didáctico-cognitiva**, con sus respectivas categorías de análisis e indicadores.

**Palabras clave:** tratamiento didáctico, libros de texto, número irracional, enseñanza, aprendizaje.

---

\* Docente catedrático de Matemáticas Universidad de la Amazonia, y Matemáticas y Física Institución Educativa Jorge Eliécer Gaitán, Florencia, Caquetá. Integrante del grupo de investigación Desarrollo Institucional Integrado, línea de investigación Competencias Matemáticas, maestría en Ciencias de la Educación con énfasis en Didáctica de las Matemáticas. Dirección electrónica: Albeiro,albeiro70@gmail.com

\*\* Docente de Matemáticas, Universidad de la Amazonia, Florencia, Caquetá. Dirección electrónica: matematicas@uniamazonia.edu.co

## PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

La comunidad de educadores matemáticos reconoce que el libro de texto ha tenido una importante función en la enseñanza y, en particular, de las matemáticas; de acuerdo con Chevallard (1991) en él se ve reflejada la transposición del saber académico al saber enseñar. Parafraseando a Schubring (1987), por encima de la normativa manifiesta en los currículos institucionales, están los libros de texto, los cuales determinan la práctica real de la enseñanza, situándose así entre los componentes más importantes del sistema educativo sin perder su vigencia, aun dados los rápidos cambios de carácter tecnológicos que caracterizan el mundo contemporáneo. El libro de texto es un apoyo para el docente, como voz didáctica en presencia y/o ausencia de él; y para el estudiante, en el proceso de aprendizaje de las matemáticas, impone una distribución y una jerarquía de los conocimientos, y contribuye a forjar los andamios intelectuales tanto de los maestros como de los estudiantes. Además, su análisis permite determinar cómo es el tratamiento didáctico de una noción o concepto matemático, sus posibles causas y consecuencias en la enseñanza.

En particular, optamos por considerar los números irracionales en los libros de texto debido a que estos hacen parte del currículo escolar de matemáticas en Colombia, como puede observarse, por ejemplo, en los Estándares básicos de competencias en matemáticas; además, como afirman investigadores de la educación matemática, el objeto matemático número irracional, en sí mismo, es un concepto complejo y abstracto, ya que históricamente “ha causado problemas ontológicos y su comprensión implica vencer obstáculos epistemológicos”<sup>1</sup> (Sirotic, 2004, p.41). En efecto, estos obstáculos son: la dificultad en aceptar que dos magnitudes (dos segmentos de recta) pueden ser inconmensurables (es decir que no admiten una unidad de medida común), y que el conjunto de los números racionales, aunque por todas partes denso, no cubre todos los puntos en un intervalo dado: hay que considerar, también, la riqueza de la infinidad de puntos irracionales (Fischbein, Jehiam & Cohen 1995); obstáculos que por supuesto, conllevan múltiples dificultades, tanto para la enseñanza de los números irracionales por parte del docente, como para el aprendizaje por parte de los estudiantes. Fischbein et al. indican que los conceptos de número racional, irracional y real no están claramente definidos en la mente de los estudiantes y que, específicamente, el concepto de número irracional está superficialmente relacionado con pocos ejemplos como  $\pi$ ,  $\sqrt{2}$  y  $\sqrt{3}$ , lo cual muestra que su tratamiento en la matemática escolar

---

<sup>1</sup> Esta cita textual corresponde a una traducción realizada por los autores de esta investigación.

no es lo suficientemente rico, tal que posibilite un mejor entendimiento en el estudiante que vaya más allá de la mera habilidad de reconocerlos y que permita abrir el camino hacia la conceptualización del número real.

De acuerdo con todo lo expuesto anteriormente, nos preguntamos:

¿Cuál es el tratamiento didáctico que se da a los números irracionales en libros de texto de matemáticas del grado octavo más utilizados en las instituciones educativas (tanto públicas como privadas), de la ciudad de Florencia (Caquetá, Colombia)?

### **FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA**

Inicialmente se hizo énfasis en el análisis de contenido (Bardín, 1986), como aquel que se centra en las ideas que se expresan y reflejan en un libro de texto, teniendo en cuenta su carácter didáctico, donde su fin no es ser estrictamente descriptivo, sino llegar a ser inferencial; por ello es uno de los métodos empleados frecuentemente para la investigación en educación matemática, para el análisis de libro de texto. Luego, y teniendo en cuenta que la presentación del análisis de contenido de un libro de texto debe estar acompañada por los focos en que dicho análisis se centra y los criterios que van a utilizarse, se adoptó la perspectiva teórica de Sierra, Gonzáles & López (1999), quienes en su trabajo de investigación identificaron y describieron estructuradamente los diversos significados de las matemáticas escolares en torno a un concepto matemático presente en los libros de texto de matemáticas, a partir de tres dimensiones de análisis: la dimensión de análisis conceptual, análisis didáctico-cognitivo y análisis fenomenológico didáctico. Las dos primeras dimensiones fueron tomadas para el análisis de contenido con el que se efectuó esta investigación, y complementada con aportes de investigadores como Barros de Melo (2001), Fischbein, Jehiam, Ruth & Cohen (1995), Zaskis & Sirotic (2004), entre otros.

### **METODOLOGÍA**

Nuestra investigación se enmarcó en el campo de la investigación de la Didáctica de la Matemática, en la línea del análisis de libros de texto, de naturaleza cualitativa con características de orden descriptivo-interpretativo. Tomando en consideración que el contexto de nuestra investigación es el educativo (el ambiente escolar), nos ubicamos en dos espacios: uno de ellos, los conceptos a ser enseñados, y el otro, las herramientas de apoyo a los procesos de aprendizaje de dichos conceptos.

En cuanto a los conceptos, seleccionamos los números irracionales y, en relación con las herramientas de apoyo, los textos escolares de matemáticas de octavo grado de circulación nacional y utilizados en las instituciones educativas (tanto públicas como privadas), de Florencia (Caquetá, Colombia). Para la selección de dichos textos recurrimos a la identificación de cuáles eran los textos más utilizados por los docentes para la enseñanza y aprendizaje de los números irracionales en dicho grado. Para tal efecto, se realizó una encuesta a 43 docentes de las 14 instituciones educativas oficiales y de las 2 únicas instituciones privadas del área urbana del municipio de Florencia.

Una vez seleccionados los textos, adelantamos un pormenorizado análisis de los mismos que incluye la unidad básica de análisis: **“Tratamiento didáctico dado a los números irracionales en libros de texto de matemáticas del grado octavo”** y las dos dimensiones de análisis: **Dimensión conceptual y dimensión didáctico-cognitiva**, con sus respectivas categorías de análisis: introducción del concepto, definición de número irracional, conceptos u objetos matemáticos asociados, representaciones, situaciones que dan sentido al concepto, concepciones históricas, propiedades de los números irracionales, lugar que ocupa el tratamiento del concepto y presencia de la historia de los números irracionales en los libros de texto (para la dimensión conceptual); enfoque curricular, objetivos e intenciones del autor y obstáculos de origen didáctico (para la dimensión didáctico-cognitivo). Seguidamente se elaboró un modelo de rejilla donde se organizó la información de cada texto, y se registró en matrices de análisis la información relacionada con las dos dimensiones. Luego, a partir de la información obtenida se elaboraron tablas, con el propósito de organizar y presentar los datos, y así, facilitar el respectivo análisis.

## CONCLUSIONES

El análisis efectuado a los libros de texto permitió hacer, en relación con cada una de las categorías estudiadas, numerosas consideraciones entre las que destacamos las siguientes:

(1) En cuanto a la introducción del concepto: el concepto previo al que más recurren los libros de texto es la expresión decimal de un número racional, dado que esta representación que caracteriza el número racional se niega, bien sea para definir el número irracional, o para caracterizarlo; (2) en relación con los textos que acceden al concepto de número irracional por medio de unos pocos ejemplos de números irracionales genéricos como:  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$ ,  $\pi$  y  $0,10100100010000100000\dots$ , no dan la oportunidad de abrir la mente del lector, por lo menos a una gran variedad de ejemplos o a un infinito incontable

de números irracionales; (3) respecto a la definición de número irracional, la mayoría de los textos analizados acuden a una (o a ambas) de las siguientes definiciones: (a) Un número irracional es un número que no puede expresarse como un cociente de dos enteros, con el divisor diferente de cero; (b) Un número irracional es un número cuya parte decimal no es periódica y tiene un número infinito de dígitos. En lo que concierne a la primera, algunos textos la presentan incompleta, pues omiten la condición necesaria de que el divisor tiene que ser diferente de cero; y en la segunda, utilizan la característica representacional decimal del número irracional, como definición; (4) en lo que se refiere a los sistemas de representación, ninguno de los textos hace evidente la traducción que se debe dar entre las representaciones simbólica y geométrica de los números irracionales para una completa comprensión de estos; además, la mayoría utilizan la representación verbal escrita, y la representación decimal del número irracional para definirlo, identificarlo y representarlo; (5) se detecta que desde el año 1999, los autores de textos (en particular de los textos [5] y [8]<sup>2</sup>), incluyen en el tratamiento del número irracional las concepciones históricas:  $C_1$ : Tratamiento aritmético de los números irracionales,  $C_3$ : El número irracional como magnitud continua,  $C_4$ : Expresiones algebraicas y analíticas del número irracional, y  $C_5$ : El número irracional como objeto matemático, como una manera de mostrar la evolución histórica que ha tenido el concepto de número irracional (el proceso que ha seguido en su formación y en su desarrollo), y (6) En más de la mitad de los libros de textos analizados, los autores centran sus objetivos e intenciones en el conocimiento matemático, llevando a la idea de una matemática ya terminada, que el estudiante debe memorizar y practicar, en contraste con los autores de los otros textos, que tienden a mostrarla como una ciencia falible, en constante construcción.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Barros de Melo, S. (2001). Comprensión del concepto de número irracional. Una radiografía del problema y uso de la historia como una alternativa de superación: Enfoques complementarios. En: Rev. Ciencias Matemáticas (Rev. Virtual: [http://www.dict.uh.cu/Revistas/CM2000\\_2001/CM01192c.doc](http://www.dict.uh.cu/Revistas/CM2000_2001/CM01192c.doc)). Vol. 19. No. 2 Universidad de La Habana, Cuba.

Bardín, L. (1986). El análisis de contenido. España: Akal.

<sup>2</sup> Los textos [5] y [8] a que se hace referencia son respectivamente: CAMARGO, L., GARCÍA, G., SERRANO, C & SAMPER, C. (1999). *Alfa 8*. Editorial Norma; SAMPER DE CAICEDO, C. (2006). *Conexiones matemáticas*. Editorial Norma.

- Chevallard, Y. (1991). La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado. Argentina: Aique.
- Fischbein, E., Jehiam, Ruth & Cohen, D. (1995). The concept of irrational numbers in High-School students and prospective teachers. En: Educational Studies in Mathematics. No. 29. pp. 29-44.
- Schubring, G. (1987). Sobre la metodología de análisis de libros de texto históricos: Lacroix como autor de libros de texto. En: Mathesis. No. 8. pp. 273-298.
- Sierra, M., González, M & López, C. (1999). Evolución histórica del concepto de límite funcional en los libros de texto de bachillerato y curso de orientación universitaria (COU): 1940-1951. En: Revista Enseñanza de las Ciencias. Vol. 17. No. 3. pp. 463-476.
- Sirotic, N. (2004). Prospective Secondary Mathematics Teachers Understanding of irrationality. Tesis de maestría. Simon Fraser University. Canadá.
- Zaskis, R & Sirotic, N. (2004). Making sense of irrational numbers: focusing on representation. Proceedings of 28th International Conference for Psychology of Mathematics Education, Vol. 4, Bergen, Norway, pp. 497-505.