



Noções de análise combinatória na educação básica: atividades interdisciplinares

Notions of combinatorial analysis in basic education: interdisciplinary activities

Reinaldo Amirato Dias 

Adriano Vargas Freitas 

Eline das Flores Victor 

Resumo:

O artigo apresenta recorte de pesquisa envolvendo análises sobre a utilização de práticas educacionais interdisciplinares como forma de ampliar a qualidade do processo de ensino e de aprendizagem, com destaque para o estudo dos conceitos de análise combinatória na educação básica. Consideramos que a interdisciplinaridade é uma das formas de articular esse processo com o cotidiano dos estudantes, tornando-o mais significativo e atraente. Nessas perspectivas, elaboramos e apresentamos três propostas de atividades que podem ser usadas em sala de aula de forma interdisciplinar, promovendo debates, incentivando a pesquisa e facilitando a construção dos conhecimentos envolvidos.

Palavras-chave: Ensino-Aprendizagem. Interdisciplinaridade. Análise Combinatória. Atividades pedagógicas.

Abstract:

The article presents part of research involving analyzes on the use of interdisciplinary educational practices. We are looking for ways to increase the quality of the teaching and learning process. We emphasize for this study the concepts of combinatorial analysis in basic education. We consider that interdisciplinarity is one of the ways of articulating the learning process with students' daily lives. Thus the process becomes more meaningful and challenging for the student. We present three proposals for activities that can be used in the classroom in an interdisciplinary way. They promote debate, encourage research, and facilitate the construction of the knowledge involved.

Keywords: Teaching/Learning. Interdisciplinarity. Combinatorial Analysis. Pedagogical activities.

Reinaldo Amirato Dias
Mestre em Ensino das Ciências pela Universidade do Grande Rio (Unigranrio). Professor da rede pública do Estado do Rio de Janeiro, Brasil. E-mail: reiamirato@yahoo.com.br

Adriano Vargas Freitas
Doutor em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP). Professor do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal Fluminense (UFF), Rio de Janeiro, Brasil. Contato: adrianovargas@id.uff.br

Eline das Flores Victor
Doutora em Modelagem Computacional pelo Instituto Politécnico da Universidade do Estado do Rio de Janeiro (IPRJ/UERJ). Professora do Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências na Educação Básica da Universidade do Grande Rio (Unigranrio), Rio de Janeiro, Brasil. E-mail: elineflores@hotmail.com

Recebido em 14/08/2017
Aceito em 20/10/2017

1 Introdução

O estudo da análise combinatória na educação básica é destacado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1999), entendendo que os problemas combinatórios do cotidiano fazem parte “das aplicações da Matemática no mundo real, que tiveram um crescimento muito grande e se tornaram bastante complexas” (p. 44). O estudo deste tema deve ser considerado não apenas para o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática, mas em diversas áreas de diferentes disciplinas, convergindo, ainda, para o auxílio do desenvolvimento do raciocínio na vida cotidiana do aluno.

Entretanto, embora tenham notória importância, os conceitos de análise combinatória, muitas vezes, chegam ao aluno apenas no ensino médio, de maneira abstrata e por meras aplicações de fórmulas, tornando o ensino deste tema pouco atrativo e distanciado de suas vivências.

Diversas pesquisas já foram realizadas no âmbito da análise combinatória que apresentam propostas de mudança neste contexto. Para efeito de exemplificação, destacamos em seguida algumas dessas produções que consideramos se aproximar de nosso estudo, trabalhando os conceitos de análise combinatória já no ensino fundamental, afastando-se da rigidez formal comumente presente em livros didáticos, e dando ênfase e incentivo ao desenvolvimento do raciocínio e análise dos alunos.

De Guire (1991) apresenta uma proposta de trabalho de ensino de permutações a partir de resoluções de problemas. Segundo a autora, os conceitos de análise combinatória devem ser trabalhados a partir do sexto ano do ensino fundamental até o terceiro ano do ensino médio, de modo a se estimular a compreensão e a construção de significado para os conceitos de permutações e combinações. A autora indica que seja trabalhado, no ensino fundamental, alguns problemas típicos do Princípio Fundamental da Contagem aliado ao uso de diagrama de árvores, com a intenção de estimular a resolução de problemas por meio do raciocínio combinatório, para, em seguida, trabalhar com problemas de permutações e combinações.

Schielack (1991) aponta os temas geométricos como um contexto importante para resolução de problemas envolvendo contagem. O autor afirma que os temas geométricos podem servir de ponto de partida para estimular o raciocínio combinatório, evitando a memorização precocemente de fórmulas sem a devida compreensão dos conceitos.

Pelayo, Batanero e Godino (1996) acompanharam o emprego do raciocínio lógico de 720

crianças, entre 14 e 15 anos, e analisaram possíveis erros cometidos em conceitos de permutações, arranjos e combinações. Esses estudantes foram separados em dois grupos: um que já tinha sido apresentado formalmente ao assunto, e outro que ainda não havia adentrado neste campo da análise combinatória. O grupo que havia estudado anteriormente o assunto obteve melhor desempenho, porém ainda apresentaram alguns erros. Os autores constataram que a maior quantidade de erros cometidos pelos dois grupos era relacionada a operações de arranjos simples e com repetição, logo, foi identificado o problema de ordenação.

Consideramos que a investigação, dentre as que analisamos como revisão de literatura, que mais se aproxima da nossa é a de Gonçalves (2014). Essa autora buscou abordagens alternativas para o ensino de análise combinatória no ensino médio e percebeu que, quando a análise combinatória é abordada, boa parte dos alunos limita-se apenas a memorizar fórmulas de arranjos e combinações e, de uma forma geral, não entende o real conceito de combinações. Desta forma, a pesquisa destaca que este tipo de estudo não deve se limitar em mera aplicação de fórmulas, e para que isto não ocorra, defende que crianças a partir de 8 anos já devam ter contato com algum tipo de atividade que as façam trabalhar com diagramas de árvore, por exemplo. Também constatou que alguns alunos recém-formados do terceiro ano do ensino médio criticam a forma em que a análise combinatória é abordada por professores e livros didáticos, o que reforça a necessidade de criarmos materiais paralelos ao livro, porém, com uma linguagem menos formal, para a introdução dos conceitos de análise combinatória.

A partir destas constatações, passamos a elaborar nosso estudo/proposta que teve como objetivo principal construir atividades pedagógicas interdisciplinares moldadas em abordagens não convencionais da teoria da análise combinatória na educação básica, tendo por base a seguinte questão: Atividades interdisciplinares podem auxiliar o estudo de análise combinatória no nono ano do ensino fundamental?

Para isso, buscamos aproximar o tema a situações do cotidiano dos estudantes, baseando-nos em indicações interdisciplinares provenientes de resultados de pesquisas da área de Educação Matemática, tais como as anteriores que já foram comentadas, assim como de importantes documentos norteadores de práticas educacionais dessa área.

2 Análise combinatória: um pouco de história

De acordo com as Diretrizes Curriculares Nacionais (BRASIL, 2013), ao iniciarmos o

ensino de análise combinatória na educação básica, em especial no ensino fundamental, é relevante que o professor proporcione atividades que levem o aluno a entender que o motivo deste estudo está diretamente ligado aos problemas de contagens, particularmente, aos problemas em que a contagem natural não consegue resolver de forma rápida.

A história da Matemática nos mostra que os estudos e pesquisas na área de análise combinatória surgiram para resolver problemas naturais do cotidiano (BOYER, 1999). Segundo Caraça (2003), os aspectos referentes à contagem ocorrem desde o momento em que nascemos. É claro que se o ser humano vivesse isolado, talvez a necessidade da contagem diminuísse drasticamente, mas à medida que a vida social se torna indispensável, ela impõe-se como uma necessidade.

A necessidade de resolver problemas mais complexos de contagem, teria levado povos antigos, como os egípcios, por exemplo, a buscarem formas de agrupamentos que facilitassem determinados cálculos. Essa necessidade levou esses povos, também, a desenvolver sistemas de numeração que facilitassem as ações das contagens no cotidiano (EVES, 2004).

O desenvolvimento do binômio $(1 + x)^n$, por exemplo, foi um dos problemas precursores das pesquisas nesta área da Matemática. O quadrado perfeito $(1 + x)^2$, que é um caso particular do binômio citado, já aparecia por volta de 300 a.C. na obra Os Elementos, de Euclides (BOYER, 1999).

Um grande matemático envolvido nesta área da Matemática foi o italiano Nicolo Fontana de Brescia, conhecido pelo pseudônimo Tartaglia (1499 – 1557). Ele foi um dos pioneiros nos conceitos da análise combinatória em lançamentos de dados, cujos princípios foram, em seguida, estudados por Johannes Buteo (1489 – 1566). Com seus estudos, Buteo, em 1560, desenvolveu um conhecido problema baseado nas combinações de fechaduras de cadeados com cilindros móveis.

Pretendemos com nossa proposta abrir espaço para o estudo destes e outros conceitos desde a educação básica, sem que isto signifique a simples memorização de algoritmos e fórmulas, mas que proporcione aos estudantes momentos de reflexão e análise sobre tais conceitos. Optamos por desenvolver um conjunto de atividades moldadas em perspectivas interdisciplinares de forma a possibilitar também que este estudo da Matemática amplie o olhar do estudante sobre o quão próximo estão de outras áreas de conhecimento.

3 A interdisciplinaridade nas atividades pedagógicas

Sobre a definição conceitual de interdisciplinaridade, de acordo com Thiesen (2008), tudo parece estar ainda em construção. E por se tratar de uma construção, qualquer tentativa de definição unívoca deve ser rejeitada. De acordo com o autor, encontrar efetivamente o limite da abrangência deste conceito significa concebê-lo numa perspectiva disciplinar, uma vez que “a tarefa de procurar definições finais para interdisciplinaridade não seria algo propriamente interdisciplinar, senão disciplinar” (LEIS, 2005 *apud* THIESEN, 2008).

Para Morin (2000), é notória a possibilidade das disciplinas se comunicarem entre si, pois de uma forma geral, as matrizes curriculares de hoje mostram a relevância de trabalhar os temas de sala de aula com situações do cotidiano do aluno, o que ratifica a corrente crescente de defesa de práticas interdisciplinares e contextualizadas que, por sua vez, também estão amparadas pelas Diretrizes Curriculares Nacionais.

Em relação à organização dos conteúdos, há necessidade de superar o caráter fragmentário das áreas, buscando uma integração no currículo que possibilite tornar os conhecimentos abordados mais significativos para os educandos e favorecer a participação ativas de alunos com habilidades, experiência de vida e interesses muito diferentes. (BRASIL, 2013, p. 118)

É muito difícil que o cotidiano do aluno seja totalmente fragmentado a ponto de suas problemáticas serem resolvidas apenas com conhecimentos em disciplinas isoladas, pois, “o parcelamento e a compartimentação dos saberes impedem apreender o que está tecido junto” (BRASIL, 2013, p. 45).

Diversos autores, entre eles Japiassu (1976) e Fazenda (1979), afirmam que o conceito de interdisciplinaridade, para muitos docentes e pesquisadores da área de educação, ainda é algo subjetivo. Essa temática tem sido geralmente tratada sob dois enfoques: o epistemológico e o pedagógico, ambos abarcando conceitos diversos e muitas vezes complementares. No campo da epistemologia, toma-se como categorias para seu estudo o conhecimento em seus aspectos de produção, reconstrução e socialização; a ciência e seus paradigmas; e o método como mediação entre o sujeito e a realidade. Pelo enfoque pedagógico, discutem-se fundamentalmente questões de natureza curricular, de ensino e de aprendizagem escolar.

Para Thiesen (2007), a interdisciplinaridade busca responder a necessidade de superação da visão fragmentada nos processos de produção e socialização do conhecimento, recuperando o caráter de unidade, de síntese, de totalidade e de integração dos saberes.

É fundamental, para a implementação de atividades pedagógicas interdisciplinares, a cooperação entre os professores das diversas áreas de estudo e a necessidade de trabalhar juntos e não ocultar conhecimento, ou seja, compartilhá-los com seus pares.

A interdisciplinaridade, além do componente cognitivo que a constitui, também é pensada em termos de atitude. Esse padrão revela-se através de uma ideia, uma prática, um projeto que tenha como base a autêntica vontade de colaboração, cooperação, diálogo e abertura ao outro. Paralelamente, é pensável em termos de poder. A interdisciplinaridade não anula as formas de poder que todo o saber comporta, mas exige a disponibilidade para partilhar o poder, isto é, partilhar um saber e um poder que se tem consciência de não ser proprietário. Trata-se de não ocultar o seu próprio saber/poder, mas, ao contrário, torná-lo discursivo e acessível à compreensão de outros. (GATTÁS e FUREGATO, 2006, p. 2)

Desta forma, o processo de indefinição conceitual parece existir não só pelo fato da tentativa de formalização teórica ser ainda bastante recente, mas também pela própria natureza da crítica sobre a fragmentação do saber, identificada por estudiosos, como, por exemplo, Japiassu (1976), Fazenda (1979) e Morin (2000). De uma forma geral, defendem o surgimento de novas ideias como decorrência justamente do enfrentamento da incerteza, e veem a negação desse fato por parte do nosso modelo científico como um aspecto negativo, à medida que distorce a real natureza da construção do conhecimento e nos torna frágil ante esta condição.

Consideramos que a interdisciplinaridade é uma das formas de articular o processo de ensino e de aprendizagem, como modo de pensar, agir, organizar currículo (JAPIASSU, 1976) e fundamentar opções metodológicas do ensinar (GADOTTI, 2004), podendo assim servir também como elemento orientador na formação, inicial e continuada, de professores (THIESEN, 2007).

Segundo Silva (2013), a pedagogia, que denominou de tradicional, é a que faz o aluno aprender um conhecimento de forma mecânica, fria e crua, colocando o professor como o único dono do saber. Na prática docente nota-se que esta pedagogia pode atrapalhar o processo de aprendizagem e acabar dificultando o desenvolvimento do raciocínio lógico ao dar muito valor ao caráter disciplinar, contrário à necessidade do aluno de fazer conexões entre os fatos e conceitos.

Parece-nos existir uma contradição entre o que o professor deve ensinar e o que se espera que o aluno aprenda, pois na maioria das vezes os estudantes passam por avaliações que cobram conceitos das disciplinas cursadas de maneira separada, e ainda assim, anseiam que estejam aptos a enfrentar criticamente e ativamente um mundo globalizado, com inúmeros desafios.

Ao explorar os conceitos de interdisciplinaridade, o professor poderá, além de tornar a aula mais prazerosa, dinâmica e contextualizada, vincular a educação escolar, o trabalho e as

práticas sociais, objetivando formar alunos mais confiantes a explorar suas capacidades mentais. O cuidado que se deve ter, não é quando explorar a interdisciplinaridade, e sim, como explorá-la. Para isso, de acordo com Fortes (2009), o professor deve buscar ser confiante, globalizado, atualizado e entusiasmado em relação à sua área de atuação.

O professor que se precisa é aquele que conhece bem sua matéria, que tem uma boa compreensão entre as várias disciplinas e que conhece como os alunos constroem seus conhecimentos, desenvolvem suas capacidades mentais e na prática saber estimular esse processo de ensino-aprendizagem. (FORTES, 2009, p. 45).

Um dos pressupostos da interdisciplinaridade é que ela não é apenas uma integração entre disciplinas, mas entre sujeitos que dialogam e se encontram, que estabelecem parcerias. Um movimento de interação daqueles que percebem que precisam do outro, de outros, pois se sentem partes de um movimento em busca da totalidade (FAZENDA, 2002).

De acordo com Japiassu (1976, 1992), a interdisciplinaridade deve ser algo a ser vivenciado, enquanto “atitude de espírito”. Essa atitude é feita de indagações, de abertura, do senso de aventura e descobrimento, e exerce um movimento de conhecimento capaz de intuir relações. É, nesse sentido, uma prática individual. Mas também é prática coletiva, onde se expressa como atitude de abertura ao diálogo com outras disciplinas, quando o educador reconhece a necessidade de aprender com outras áreas do conhecimento.

Nessa perspectiva, a interdisciplinaridade exige uma reflexão profunda e inovadora sobre conhecimento, que mostra a insatisfação com o saber fragmentado. A interdisciplinaridade pode inspirar um avanço em relação ao método de ensino em que o professor apenas transmite seu conhecimento, ao propor uma reflexão crítica sobre a própria estrutura do conhecimento, na intenção de superar o isolamento entre as disciplinas e no desejo de revitalizar seu papel na formação dos estudantes para o mundo.

A interdisciplinaridade também requer a disposição para reformular estruturas mentais, para “desaprender”, e uma “desconfiança” em relação a racionalidades bem estabelecidas. Para Japiassu (1976), a interdisciplinaridade surge como uma necessidade imposta pelo surgimento cada vez maior de novas disciplinas. Assim, é necessário que haja pontes de ligação entre as disciplinas, já que elas se mostram muitas vezes dependentes umas das outras, tendo em alguns casos o mesmo objeto de estudo, variando somente em sua análise.

Segundo Fazenda (1994), ao buscar um saber mais integrado, a interdisciplinaridade conduz à uma metamorfose que pode alterar completamente o curso dos fatos em educação; pode

transformar o sombrio em brilhante e alegre, o tímido em audaz e arrogante e a esperança em possibilidade. A interdisciplinaridade se consolida na ousadia da busca que é sempre e, portanto, pesquisa constante, ou seja, “no projeto interdisciplinar não se ensina, nem se aprende: vive-se, exerce-se” (FAZENDA, 1994, p. 2).

Dias (1998) afirma que a interdisciplinaridade deve incluir, como um de seus princípios básicos, a educação ambiental, aplicando “um enfoque interdisciplinar, aproveitando o conteúdo específico de cada disciplina, de modo que se adquira uma perspectiva global e equilibrada” (p. 107). Entretanto, Barbosa (1991, p. 65) ressalta que

inúmeras vezes, na atividade educacional, temos feito referência à interdisciplinaridade. Principalmente por ocasião da elaboração dos planejamentos anuais fala-se em integrar algumas disciplinas, mas nunca se chega a um consenso do modo de fazê-lo. Quase sempre não há efetivação dessa prática, pois decorre da ausência de conhecimento do seu significado, falta alguém que tome para si o compromisso de levá-la adiante ou, ainda, as normas educacionais apresentam-se como obstáculos naturais à construção da interdisciplinaridade do conhecimento. Com efeito, não será procurando quem facilite o processo que a interdisciplinaridade se realizará.

A compreensão de um processo de trabalho interdisciplinar precisa levar em conta uma mudança profunda na forma de como capacitar o professor. Precisa priorizar a possibilidade de troca e reciprocidade, considerar o próprio processo de formação do professor, suas concepções de aprender e ensinar, numa constante redefinição da própria práxis em contato com seus pares.

Independente de conceituações, é consenso que a interdisciplinaridade está sempre presente nas tentativas de superar a fragmentação das ciências e dos conhecimentos produzidos. No mundo contemporâneo, diariamente os indivíduos adquirem uma enorme quantidade de informações e, com frequência, utilizam aplicações estatísticas – implícitas ou explícitas – para fazer uma correlação de dados e, a partir da análise deles, tirar conclusões, bem como para compreender fenômenos aleatórios ou não-aleatórios. Por isso, a importância de que o estudo de conceitos relacionados à análise combinatória esteja presente nas séries escolares, desde as primeiras da educação básica.

Defendemos que o trabalho com a Análise Combinatória partindo de situações-problema e aproveitando conceitos de interdisciplinaridade pode vir a colaborar para a construção de conceitos, pois pensamos que um conceito só pode ser formado a partir de diversas situações em que o aluno tenha liberdade para arquitetar hipóteses, idealizar estratégias e, daí, partir para a generalização, abstração e transferências desses conceitos a outros com vistas a soluções e

formulações de novos problemas (CARVALHO, 2004).

4 Atividades interdisciplinares: nossa proposta

Consideramos que a importância de nosso estudo e proposta não está somente ligada à possível melhoria qualitativa do processo de ensino-aprendizagem no ambiente escolar por meio da inserção de atividades interdisciplinares e/ou contextualizadas, mas também com a ruptura de paradigmas que definam a Matemática como uma disciplina isolada, e distante de nosso cotidiano.

Consideramos também que as atividades aqui apresentadas podem contribuir com o ensino de Análise Combinatória na educação básica, mesmo quando ministrado por professores de outras áreas, em que a probabilidade sirva de ferramenta.

Importante destacarmos que as atividades aqui apresentadas referem-se a um recorte de um estudo mais amplo, realizado em curso de mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, com metodologia de abordagem qualitativa que, de acordo com Minayo (1998), dá ênfase ao comportamento, valores e atitudes subjacentes ao objeto e ao contexto pesquisado.

A proposta apresenta dois cadernos de atividades interdisciplinares (Caderno do Aluno e Caderno do Professor) com atividades que apresentam, de maneira não formal, dos conceitos de espaço amostral, frequência, eventos e casos favoráveis, além de outros conceitos. Pretendemos que este material sirva como complemento do livro didático adotado pelo docente, fazendo com que as questões relacionadas a conceitos de probabilidade não fiquem somente atreladas a suposições de dados, cartas de baralho e moedas.

O Caderno do Professor, além de apresentar as mesmas questões do Caderno do Aluno, também apresenta algumas sugestões de aprofundamento de conceitos, além de comentários e/ou discussões em cada momento proposto, a fim de promover o debate de diversos temas propostos, sempre convergindo para o ensino da probabilidade.

Faz-se necessário salientar que as atividades podem ser trabalhadas de forma independente uma das outras, dando uma autonomia significativa para o educador adaptar a ordem das questões diante da realidade de cada turma. No presente artigo destacamos três dessas atividades já elaboradas: (I) Bonecas de papel; (II) Eleições, e (III) Campeonato brasileiro.

4.1 Atividade *Bonecas de papel*

Nesta atividade, encontramos em uma brincadeira bem antiga, uma forma interessante e interdisciplinar de introduzir conceitos do princípio fundamental da contagem.

Em um primeiro momento, sugerimos que o professor debata com seus alunos diversos temas relevantes, como o paralelo da segunda guerra mundial e a escassez de papel neste período, o comportamento da sociedade nas diversas regiões citadas no texto, a mudança de perfil das crianças e suas brincadeiras.

Já em um segundo momento, o professor deve permitir que os alunos palpitem sobre tipos de roupas que a boneca poderia ser vestida e a quantidade de combinações possíveis de vestimenta para a boneca, neste momento, pode ser introduzido o princípio multiplicativo.

Consideramos que a atividade pode tornar-se uma boa oportunidade para o trabalho interdisciplinar nas seguintes propostas: Matemática: raciocínio multiplicativo; História: período da Segunda Guerra mundial; Artes: combinação de cores; Sociedade: mudança de hábitos. Objetivo da atividade: Introduzir o conceito de análise combinatória por meio do Princípio Fundamental da Contagem. Tempo estimado para a atividade: 2 aulas de 45 minutos cada.

Atividade “Bonecas de papel”

BONECAS DE PAPEL

Quem brincou com bonecas de papel em sua infância certamente nunca se esqueceu! As bonequinhas eram todas desenhadas, vestindo apenas roupa básica. As roupas e acessórios vinham em separado, com abas sobre os ombros e outros pontos do corpo para serem dobradas sobre o corpo da boneca, como forma de sustentação. As bonecas traziam (e certamente ainda trazem!) em geral um conjunto de roupas, podendo ser trocadas e alternadas, entre saias, calças, blusas, sapatos, chapéus, bolsas, vestidos de baile, época... Enfim! Um exagero rumo à imaginação daqueles/as que amam as Bonecas de Papel.

As bonequinhas de papel com suas roupinhas – recortáveis e montáveis – como hoje as conhecemos, começaram a ser difundidas na Europa há muito tempo atrás. Lá pelo final dos idos de 1700, onde as primeiras bonecas de papel, verdadeiras, foram confeccionadas nos grandes centros urbanos de Viena, Berlim, Londres e Paris. Eram figuras pintadas a mão e trajes criados para o divertimento de adultos ricos. Alguns acreditam que tenham sido feitos por uma costureira para mostrar formas reais, ou podem ter sido feitos como sátiras sociopolíticas das figuras populares da época.

No ano de 1791, uma propaganda em Londres anunciou uma nova invenção, então chamada a boneca inglesa. Era uma figura de uma jovem, com oito polegadas de altura, com um guarda-roupa completo de roupa íntima, acessórios para cabelos e seis conjuntos de roupa completos. Bonecas semelhantes

a esta foram vendidas também na Alemanha. As bonecas de papel só passaram a ser produzidas em larga escala e para as camadas mais populares no início do século XX.

Nos anos 1900 houve uma febre das bonecas de papel nos muitos setores voltados para a mulher e a criança, como revistas femininas e infantis. Elas passaram a aparecer também nos cadernos femininos e infantis de diversos jornais e outras publicações. Muitos artistas dedicaram-se anos a fio à criação e publicação das bonecas.

A era de ouro das bonecas de papel ocorreu entre as décadas 1930 e 1950, quando sua popularidade atingiu índices nunca superados. Mesmo durante a Segunda Guerra Mundial elas continuaram sendo fabricadas, apesar da escassez de papel.

A primeira boneca comercial foi fabricada em Londres (1810) por S&J Fuller, e chamava-se Little Fanny. E a primeira boneca de papel produzida na América foi na cidade de Boston (1812) por J. Belcher. Nos anos 1820, conjuntos de bonecas eram produzidos na Europa e exportados para crianças de famílias abastadas em outras partes do mundo. A primeira boneca de papel retratando uma pessoa famosa foi da bailarina Marie Taglioni, nos anos 1830 e nos anos 1840 foi publicada outro conjunto retratando desta vez a bailarina Fanny Elssler. E nesta mesma década foi publicada a boneca da Rainha Vitória. Atualmente estas bonecas são consideradas valiosas raridades.

Texto adaptado do site: www.carissimascatrevagens.blogspot.com.br

Embora esta brincadeira tenha ficado em evidência há muitos anos, você já pelo menos ouviu falar sobre ela? Na sua opinião, por qual motivo as crianças e adolescentes de hoje não possuem interesse ou desconhecem esta brincadeira? Será que a presença da internet possui influência na escolha de brincadeiras atuais? Discuta com seus amigos quais as brincadeiras mais comuns entre as meninas de hoje?

Suponha que a boneca de papel tenha duas blusas (vermelha e rosa) e três saias (branca, azul e violeta), combinando esses trajes, quais são as formas de vestir a bonecas? Sabendo quais são as formas de vestir a boneca, qual a quantidade de formas distintas de se vestir? E se aumentarmos a quantidade de trajes, colocando alguns acessórios, ficaria simples de se perceber a quantidade total de formas distintas de criar combinações de roupas para a boneca? Por exemplo, na mesma situação, caso a boneca possua 5 blusas, 7 saias, 3 pares de sandálias, 4 pulseiras e 2 relógios, de quantas formas distintas ela poderia ser vestida? E você conseguiria escrever quais são estas combinações?

Fonte: Elaborado pelos Autores

4.2 Atividade Eleições

Esta atividade discute um tema de significativa importância em um país democrático como o nosso: as eleições. Com ela, podemos discutir amplamente o tema, além de entender um pouco

mais sobre a figura de um Senador.

O professor pode iniciar esta atividade argumentando sobre a questão do voto obrigatório, pode comparar ainda a maior idade e a que credencia um adolescente a exercer seu direito ao voto. Pode ainda, diante do cenário apresentado, trabalhar a questão de proporcionalidade, visto que, o quantitativo do colégio eleitoral de diferentes estados varia muito, assim como a quantidade de votos que elegem determinados candidatos.

Ao longo da atividade, o professor pode trabalhar no eixo disciplinar com questões referentes a: Matemática: porcentagens, princípio fundamental da contagem e análise combinatória; Geografia: unidades federativas e suas capitais; História: momento político.

Objetivo da atividade: Introduzir o conceito de análise combinatória por meio do Princípio Fundamental da Contagem, combinações e arranjos simples. Tempo estimado para a atividade: 2 aulas de 45 minutos cada.

Atividade “Eleições”

SENADOR

Único agente público eleito para um mandato de 8 anos, o senador é o representante de seu estado (ou do Distrito Federal) no Legislativo, diferentemente do deputado federal, que representa a população. Por isso, cada uma das 27 unidades federativas possui um número igual de senadores: três – o que totaliza 81 membros do Senado Federal.

Os senadores são eleitos pelo voto majoritário – ou seja, vence quem recebe a maior quantidade de votos – e podem ser reeleitos para o cargo ao final do mandato. A renovação do Senado ocorre de quatro em quatro anos, de maneira alternada – em uma eleição é renovado um terço do Senado (cada estado elege um senador) e, na eleição seguinte, dois terços (cada estado elege dois).

Nas eleições de 2014, por exemplo, os estados escolheram apenas um senador cada. No pleito de 2018, serão dois. Cada senador é eleito com dois suplentes previamente escolhidos que assumirão o mandato no lugar do titular, caso necessário.

Atualmente, cada senador recebe um salário bruto de R\$ 26.723,13; tem direito a auxílio-moradia mensal de até R\$ 3.800,00 (caso não ocupe apartamento funcional em área nobre de Brasília); possui plano de saúde ilimitado para uso próprio e de seus dependentes; cota mensal de R\$ 15.000,00 para gastos de material em gabinete e escritório político; gastos de até R\$ 8.500,00 para impressão de material de divulgação na gráfica do Senado; assinatura de jornais e revistas; gasto de até R\$ 500,00 com telefone fixo; gasto ilimitado com celular; direito mensal a 300 litros de gasolina; além de cinco passagens aéreas de ida e volta por mês para o estado de origem, com gasto que varia de R\$ 21.045,20 a R\$ 44.276,60.

Veja abaixo algumas das principais funções, tarefas e atribuições de um senador:

- propõe e modifica leis
- aprova e discute leis
- fiscaliza o governo com o TCU
- investiga denúncias nas CPIs
- sabatina e aprova indicados para o STF, TCU, Banco Central, procurador-geral da República, agências reguladoras e embaixadas
- processa e julga o presidente da República, ministros, comandantes militares, ministros do STF, membros do CNJ, PGR e advogado-geral da União
- propõe emendas parlamentares e aprova o Orçamento da União;
- autoriza estados e municípios a contrair empréstimos;
- fixa o limite da dívida consolidada da União, dos estados e dos municípios

Texto adaptado do site: www.g1.globo.com/eleicoes

Após a leitura do texto, discuta com seus amigos algumas das funções de um Senador. Pesquisem na internet o significado de TCU, CPI, STF, CNJ e PGR.

Admita que no Estado do Rio de Janeiro, nas eleições de 2014, existiam 15 candidatos ao Senado. O texto informa que, neste ano, apenas um Senador será eleito por Estado, sendo assim, quantos candidatos teriam condições de serem eleitos? Já nas eleições de 2018, o texto indica que por Estado, serão dois Senadores Eleitos, em um grupo de quinze candidatos, quantas são as possibilidades de dois candidatos serem eleitos? E quantas duplas de Senadores distintas podem ser formadas?

Debata com seus amigos a questão das eleições, a partir de qual ano o povo pode escolher seus próprios candidatos? Com qual idade um cidadão pode exercer seu direito de voto? Qual a origem da palavra democracia? Você sabe se existem países onde não há democracia? Qual?

O texto nos relata que são três senadores por Estado, faça uma breve pesquisa e descubra quais os estados que possuem um maior colégio eleitoral e, diante das informações colhidas, identifique de quais regiões os candidatos possivelmente recebem o maior número de votos. É possível falar em proporcionalidade entre quantidade de votos e número de eleitores por estado?

Faça uma comparação com o salário bruto de um senador e o salário mínimo atual. Qual a porcentagem que o salário mínimo representa sobre o salário de um senador? Ao longo do mandato de 8 anos, quanto custa aproximadamente para os cofres públicos cada senador?

Caso fosse possível todos os senadores saírem de Brasília e se deslocarem aos seus Estados com automóveis, qual o senador ficaria mais tempo na estrada?

Fonte: Elaborado pelos Autores

4.3 Atividade *Campeonato de futebol*

Esta atividade é relevante por trabalhar com o futebol, ainda o esporte mais popular do Brasil. Nossa proposta em cima desta atividade é propiciar um trabalho interdisciplinar que envolva: Geografia: países sul americanos; Folclore: tipos de comemorações típicas de cada time; Educação Física: esforço físico; Matemática: combinações, arranjos, princípio fundamental da contagem; porcentagem; probabilidade.

Em um primeiro momento, o professor pode estimular um debate que promova a importância do esporte na saúde de um indivíduo; pode ainda, comentar sobre as classes sociais predominantes em cada região citada no texto.

Em um segundo momento, é interessante o professor criar simulações e combinações de jogos, assim como seus resultados, com a intenção que os alunos discutam qual a quantidade de partidas ao final de um campeonato, as chances que cada time possui de ser campeão e a diferença entre arranjo e combinação. Objetivo da atividade: Diferenciar arranjos e combinações. Tempo estimado para a atividade: 2 aulas de 45 minutos cada.

Atividade “Campeonato de futebol”

CAMPEONATO DE FUTEBOL

A Série A do Campeonato Brasileiro em 2012 teve o mesmo regulamento já visto nos anos anteriores. Eram 20 equipes disputando o título no sistema de pontos corridos. Cada time fez 38 jogos divididos em turno e retorno, sendo 19 jogos como mandante e outros 19 como visitante. Neste caso, o campeão seria a agremiação que fizesse mais pontos ao fim do campeonato. Os quatro últimos colocados seriam rebaixados para a Série B do Campeonato Brasileiro.

a) Na hipótese de a Copa Libertadores de 2012 ser conquistada por um clube brasileiro, estariam classificados os três primeiros colocados do campeonato, sendo que os 1º e 2º colocados acessariam a Copa Libertadores de 2013 na fase de grupos, enquanto o 3º colocado entraria na competição sul-americana do ano seguinte na fase preliminar.

b) Na hipótese de a Copa Libertadores de 2012 não ser conquistada por um clube brasileiro, estariam classificados os três primeiros colocados do campeonato, sendo que todos os três clubes acessariam a Copa Libertadores de 2013 na fase de grupos.

c) Na hipótese de a Copa Sul-Americana de 2012 ser conquistada por um clube brasileiro, esse clube disputaria a Copa Libertadores de 2013, na fase preliminar. Com isso, o quarto colocado do Campeonato Brasileiro teria de disputar a Sul-Americana.

d) Na hipótese de a Copa Sul-Americana de 2012 não ser conquistada por um clube brasileiro, o 4º colocado do Campeonato Brasileiro acessaria a Copa Libertadores de 2013 na fase preliminar.

A contagem da classificação dos clubes para a Copa Libertadores de 2013 excluiria o campeão da Copa do Brasil de 2012, cuja vaga estaria assegurada pelo regulamento da Copa do Brasil.

A contagem da classificação dos clubes para a Copa Libertadores de 2013 excluiria o campeão da Copa Libertadores de 2012, em sendo este um clube brasileiro.

Em caso de empate entre dois ou mais clubes ao fim da competição, os critérios de desempate estipulados foram os seguintes:

- 1º Maior número de vitórias
- 2º Maior saldo de gols
- 3º Maior número de gols a favor
- 4º Confronto direto
- 5º Menor número de cartões vermelhos recebidos
- 6º Menor número de cartões amarelos recebidos
- 7º Sorteio

No caso de empate entre clubes que disputaram o título ou o rebaixamento, em lugar do sorteio (sétimo critério de desempate) seria realizado um jogo extra entre os dois clubes, em campo neutro, em até sete dias após a última rodada.

Texto adaptado do site: www.terra.com.br/esportes

Uma das premiações do campeonato brasileiro, além do título, é a possibilidade de disputar dois outros torneios, uma chamada de Libertadores da América e a outra chamada de Sul-Americana, a diferença entre esses dois torneios é simples, na disputa da taça Libertadores da América podem disputar os times de qualquer país do continente americano, já na copa sulamericana, os times participantes pertencem somente à América do Sul. Você conhece todos os países da América? Quais pertencem a América do Sul? E do Norte?

O Campeonato Brasileiro possui 20 times, estes jogam duas vezes com cada um dos outros, qual o total de partidas disputadas?

Percebemos no texto que, há uma hipótese de neste campeonato, quatro times serem selecionados para disputarem a copa Libertadores da América. Quantos grupos de 4 times podem ser formados?

Se neste campeonato estiverem presentes os clubes: Coritiba, São Paulo e Bahia, o que há de comum entre eles?

Em grande parte dos campeonatos brasileiros já realizados, a presença dos clubes da região sudeste do Brasil representa algo superior a 50% dos clubes participantes, em contrapartida, percebe-se que os Estados das regiões Norte e Nordeste são os que geram maior renda em seus jogos. Há como explicar tal situação?

Alguns clubes possuem uniformes muito parecidos, desta forma, há a necessidade deles possuírem uniformes diferentes que os representem, ou seja, basicamente camisa e shorts de cores ou estampas diferentes, supondo que um determinado clube tenha 3 camisas distintas e 3 shorts também distintos, de quantas maneiras um atleta pode se vestir para representar seu clube?

Fonte: Elaborado pelos Autores

5 Considerações finais

Atualmente, a realidade do processo de ensino e de aprendizagem nas escolas mostra-se, em geral, fragmentada em relação aos conteúdos abordados, mesmo que importantes documentos e resultados de pesquisa enunciem a relevância da interdisciplinaridade e contextualização do conhecimento para que o estudante compreenda o quanto os estudos da área de Matemática estão inclusos em outras áreas. E do quanto este diálogo entre as diferentes áreas pode influenciar nossas vidas cotidianas.

Em nossa proposta, apresentamos uma maior possibilidade de que o aluno saia da posição de mero expectador e se torne protagonista do seu próprio aprendizado, além de possibilitar espaços para o debate que propicia a construção de uma consciência crítica de seu papel de cidadão. Tendo em vista essa perspectiva, desenvolvemos algumas atividades que buscam ampliar análises envolvendo o estudo da Análise Combinatória em conjunto com discussões de diversas áreas, em diferentes contextos. Consideramos que nossa proposta envolve atividades que abordam temas relevantes, como política, esportes e brincadeiras infantis. Utilizando as atividades apresentadas, acreditamos que o professor possa debater as questões, acrescentando o que julgar necessário para a introdução de conceitos elementares de análise combinatória, sem utilizar a rigidez formal de um livro didático, fazendo com que cada atividade traga alguma lembrança do cotidiano de cada aluno, de forma contextualizada e interdisciplinar.

A primeira atividade, “Bonecas de papel”, aborda uma brincadeira muito antiga e não muito usual nos dias de hoje. Diante disto, podemos trabalhar esta atividade no eixo interdisciplinar com Matemática, Geografia, História, Artes e Sociedade. Já a segunda atividade, “Eleições”, traz o tema de extrema relevância em um país democrático, pensamos que esta atividade deva ser

trabalhada com a Matemática, aliada à História, Ética, Cidadania, Política, Geografia, além de conhecimentos gerais. Nossa terceira atividade, retrata algumas regras de um campeonato de futebol. Nela, os temas que devem ser debatidos, além da Matemática, são Educação Física, Cultura, Folclore e Geografia.

Esperamos que este trabalho sirva de estímulo a outros professores, para que possam utilizar o material proposto e criar outras atividades que possam trabalhar em paralelo com o livro didático e que promovam bons debates com seus alunos, tornando o processo de ensino e de aprendizagem mais significativo e atraente.

Referências

BARBOSA, Derly. *A conquista do educador popular e a interdisciplinaridade do conhecimento*. São Paulo: Cortez, 1991.

BOYER, Carl Benjamin. *História da Matemática*. Tradução de Elza Furtado Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. [Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica](#). Brasília: MEC / SEB, 2013.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. [Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias](#). Brasília: MEC / SEMT, 1999.

CARAÇA, Bento Jesus. *Conceitos fundamentais de Matemática*. 5. ed. Lisboa: Gradiva, 2003.

CARVALHO, Rosita Edler. *Educação inclusiva: com os pingos nos "is"*. Porto Alegre: Mediação, 2004.

DE GUIRE, Linda J. Permutations and combinations: a problem-solving approach for middle school students. In: KENNEY, Margaret. J.; HIRSCH, Christian R. *Discrete mathematics across the curriculum*, K-12. Virginia: NTCM, 1991, p. 59-66.

DIAS, Genebaldo Freitas. *Educação Ambiental: princípios e práticas*. São Paulo: Gaia, 1998.

EVES, Howard Whitley. *Introdução à história da Matemática*. Tradução de Hygino Hugueros Domingues. Campinas: Editora Unicamp, 2004.

FAZENDA, Ivani Catarina Arantes. *Integração e interdisciplinaridade no ensino brasileiro: efetividade ou ideologia?* São Paulo: Loyola, 1979.

FAZENDA, Ivani Catarina Arantes. *Interdisciplinaridade: história, teoria e pesquisa*. São Paulo: Loyola, 1994.

FAZENDA, Ivani Catarina Arantes. *Interdisciplinaridade: um projeto em parceria*. 5. ed. São Paulo:

Loyola, 2002.

FORTES, Clarissa Corrêa. Interdisciplinaridade: origem, conceito e valor. *Revista Senac Online*. Belo Horizonte, n. 6, 2009.

GADOTTI, Moacir. *Pedagogia da práxis*. São Paulo: Cortez, 2004.

GATTAS, Maria Lúcia Borges; FUREGATO, Antonia Regina Ferreira. [Interdisciplinaridade: uma contextualização](#). *Acta Paulista de Enfermagem*, São Paulo, v. 19, n. 3, jul./set. 2006. DOI: 10.1590/S0103-21002006000300011.

GONÇALVES, Rafaela Ramos Soares. [Uma abordagem alternativa para o ensino de análise combinatória no ensino médio: a utilização do princípio multiplicativo e da resolução de problemas como ferramenta didático-pedagógica](#). 2014. 111f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada. Rio de Janeiro.

JAPIASSU, Hilton Ferreira. *Introdução ao pensamento epistemológico*. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1992.

JAPIASSU, Hilton Ferreira. *Processo de interdisciplinaridade e patologia do saber*. Rio de Janeiro: Imago, 1976.

MINAYO, Maria Cecília de Souza. *O desafio do conhecimento: pesquisa qualitativa em Saúde*. 5. ed. São Paulo: Hucitec, 1998

MORIN, Edgar. *Os sete saberes necessários à educação do futuro*. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2000.

PELAYO, Virginia Navarro; BATANERO, Carmen Bernabéu; GODINO, Juan Díaz. [Razonamiento combinatorio en alumnos de secundaria](#). *Educacion Matemática*, México, v. 8, n.1, p. 26-39, abr. 1996.

SCHIELACK, Vicent. P. Combinatorics and geometry. In: KENNEY, Margaret. J.; HIRSCH, Christian R. *Discrete mathematics across the curriculum*, K-12. Virginia: NTCM, 1991, p. 137-142.

SILVA, Livia Lisboa da Fonseca. Metodologia de projetos para a Educação de Desenvolvimento Sustentável: recurso de ensino e aprendizagem na Educação Básica. In: 9º CONGRESSO NACIONAL DE EXCELÊNCIA EM GESTÃO, 2013, Niterói. Anais do 9º CNEG. Niterói: UFF, 2013. p. 1-13.

THIESEN, Juarez da Silva. [A interdisciplinaridade como um movimento de articulação no processo ensino-aprendizagem](#). *PerCursos*, Florianópolis, v. 8, n. 1, p. 87-102, jan./jun. 2007.

THIESEN, Juarez da Silva. [A interdisciplinaridade como um movimento articulador no processo ensino-aprendizagem](#). *Revista Brasileira de Educação*, Rio de Janeiro, v. 13, n. 19, p. 545-598, set./dez. 2008. DOI: 10.1590/S1413-24782008000300010.