DOI: 10.5007/1981-1322.2011v6n1p15

A Generalização dos Termos de uma Progressão Aritmética por Alunos do Ensino Médio

The Generalization of the Terms of an Arithmetic Progression by High Schools Students

César Augusto Sverberi Carvalho

augustosverberi@uol.com.br

Resumo

Este artigo relata os resultados da primeira sessão de uma sequência didática aplicada para alunos de uma 1ª série do Ensino Médio. Esta sequência didática faz parte de uma pesquisa que tinha por objetivo verificar se é possível dar condições para que alunos generalizem termos de uma Progressão Aritmética e, em caso afirmativo, se esta generalização permite que estes alunos construam uma fórmula para o termo geral. O artigo apresenta teorias que fundamentaram tal pesquisa e a metodologia utilizada para elaborar, aplicar e analisar a sequência didática. Os resultados da sessão revelaram que alguns alunos conseguiram construir um esquema generalizador para os termos de uma progressão aritmética, o que indica que alunos conseguem generalizar termos deste tipo de sequência e esta generalização pode ser utilizada para levá-los à construção de uma fórmula para o termo geral.

Palavras-chave: Ensino Médio. Generalização. Progressão Aritmética.

Abstract

This article reports the results of the first session of a sequence applied to High School students of the Grade 10. This teaching sequence is part of a survey that aimed to check whether it is possible to give conditions for students to generalize terms of an Arithmetic Progression, and if so, whether this generalization allows these students to build a formula for the general term. The article presents theories that supported their research and the methodology used to develop, implement and analyze the didactic sequence. The results revealed that session some students managed to build a framework for generalizing the terms of an arithmetic progression, which indicates that students can generalize the terms of this type of sequence and this generalization can be used to bring them to construct a formula for general term.

Keywords: High School. Generalization. Arithmetic Progression.

Introdução

O ensino de Álgebra tem sido apontado por pesquisadores da Educação Matemática como fonte de discussão quanto a seus métodos, a fim de que estes possibilitem ao aluno o desenvolvimento do pensamento algébrico[1].

Dentre estes pesquisadores, Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) afirmam que a introdução precoce e sem suporte concreto a uma linguagem simbólica abstrata pode funcionar como freio à aprendizagem significativa da Álgebra, bem como o menosprezo ao modo de expressão simbólico-formal.

Estes autores defendem que a primeira etapa da Educação Algébrica deve ser o trabalho com situações-problema, que deve ser realizado de forma a garantir o exercício dos elementos caracterizadores do pensamento algébrico.

Dentre os elementos caracterizadores de tal pensamento está o processo de generalização, apontado por Vale e Pimentel (2005) como importante para que os alunos criem expressões algébricas ou mecanismos que conduzam a estas.

Vale e Pimentel (2005) afirmam que o uso de padrões é um componente poderoso da atividade matemática, uma vez que a sua procura é indispensável para conjecturar e generalizar. Elas consideram que as tarefas que envolvem a procura de padrões permitem promover o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos e melhorar a compreensão do sentido do número, da álgebra e de conceitos geométricos.

Em uma pesquisa do GPEA[2], Perez (2006) verificou que um grupo de alunos do Ensino Médio foi capaz de generalizar padrões através de diferentes estratégias. Tal pesquisa mostrou que os alunos conseguiram construir e explicar mecanismos de generalização para sequências diversas e verificou que, por mais que o pensamento algébrico já estivesse sendo desenvolvido[3], os alunos tiveram dificuldades em escrever simbolicamente a regra geral de uma sequência.

[1] Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) defendem que o pensamento algébrico se caracteriza por percepção de regularidades, percepção de aspectos invariantes em contraste com outros que variam, tentativas de expressar ou explicitar a estrutura de uma situação-problema e a presença do processo de generalização.
[2] Grupo de Pesquisa em Educação Algébrica da PUC-SP.
[3] Segundo Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), o pensamento algébrico pode ser expresso por meio da linguagem natural, aritmética, geométrica ou através de uma linguagem específica para este fim, isto é, através de uma linguagem algébrica, de natureza estritamente simbólica.

Após verificar nesta pesquisa alunos que ainda não haviam estudado progressões, generalizando e encontrando termos destas, decidi realizar uma pesquisa que investigasse a possibilidade de propor um trabalho sobre Progressão Aritmética (PA) que capacitasse alunos do Ensino Médio a generalizar termos da sequência e levasse-os à construção de uma fórmula para o termo geral.

Quadro teórico

Vale e Pimentel (2005) consideram as atividades que possuem tarefas generalizadoras baseadas em padrões necessárias para estabelecer conexões entre os padrões e a Álgebra. Tais autoras argumentam que a procura de padrões é uma parte crucial na resolução de problemas e no trabalho investigativo e consideram importante o desenvolvimento dessa capacidade nos estudantes, começando com tarefas de reconhecimento de padrões para facilitar em posteriores tarefas mais complexas.

> Nos anos iniciais, os alunos devem ser capazes de descrever padrões como 2, 4, 6, 8, ... dizendo como é obtido o termo a partir do anterior – neste caso somando 2 – é o início do pensamento recursivo. [...] Mais tarde os alunos devem realizar pensamento recursivos mais complexos, como na seqüência de Fibonacci 1, 1, 2, 3, 5, 8,... (VALE e PIMENTEL, 2005, p. 15).

Vale e Pimentel (2005) afirmam que a procura e identificação de padrões utilizam e enfatizam a exploração, investigação, conjectura e prova, desafiando os alunos a recorrer às suas destrezas de pensamento e ordem.

De acordo com as autoras, na medida em que a matemática é a ciência dos padrões, ela trata da procura da estrutura comum subjacente a coisas que em tudo o resto parecem completamente diferentes e que, deste modo, o uso de padrões é uma componente poderosa da atividade matemática, uma vez que a sua procura é indispensável para conjecturar e generalizar.

Segundo Herbert e Brown (1997), o processo investigativo com padrões envolve três fases:

1. Procura de padrões – extrair a informação relevante;
2. Reconhecimento do padrão, descrevendo-o através de métodos diferentes – a análise dos aspectos matemáticos;
3. Generalização do padrão – a interpretação e aplicação do que se aprendeu.

De acordo com tais autoras, estudantes usam múltiplas representações de uma informação na procura pela generalização de um padrão. Com isso, sugerem que os professores, quando observarem essa multiplicidade, devem direcionar os alunos a representarem esta informação em tabelas ou gráficos.

Um grande defensor do trabalho com padrões e referência em diversos estudos sobre o tema é o pesquisador inglês John Mason, que afirma que o futuro da aritmética e da álgebra depende da utilização do sentido de generalidade.

> A essência do pensamento matemático é o reconhecimento, apreciação, expressão e manipulação da generalidade. Isso implica ao mesmo tempo particularizar e generalizar, assim como conjecturar e justificar. (MASON, 1996b, p.8).

Mason (1996b) afirma que a aritmética foi e ainda é a fonte original da álgebra como instrumento para expressar generalidade e representar o desconhecido e que o futuro do ensino de aritmética e álgebra está no sentido que o professor tem dos processos do pensamento matemático e, em particular, da generalização.

Mason (1996a) afirma que um dos meios de desenvolver a consciência de generalidade é sensibilizar-se pela distinção entre "olhar através" e "olhar para", o que implica "ver a generalidade no particular" e "ver o particular no geral".

Logo, o aluno deve ser frequentemente instigado a procurar e reconhecer padrões para que posteriormente consiga generalizar, conforme apontam as três fases indicadas por Herbert e Brown (1997) e, também, deve ser instigado a particularizar determinados elementos da generalidade, conforme aponta Mason.

Segundo o autor, a facilidade na manipulação de generalidades acompanha a confiança em desenvolver expressões e perceber múltiplas expressões para uma mesma coisa. Ele argumenta que "o emprego da Álgebra para resolver problemas depende de uma expressão confiável da generalidade [...] apoiada pela compreensão do papel das restrições sobre as variáveis". (MASON, 1996a, p.66).

Afirma também que a percepção de diferentes padrões de regularidade e a descrição destes padrões cria oportunidade para um confronto entre as diferentes soluções e torna evidente a possibilidade da existência de modos diferentes de ver um problema e suas soluções.

Lee (1996) acrescenta que o trabalho com padrões é benéfico para o ensino da Álgebra porque importantes atividades como resolução de problemas, estudo de funções e outras, podem ser vistas como atividades de generalização de padrão.

Segundo esta autora, a chave para o sucesso nesse tipo de atividade parece estar na primeira fase que ela contempla, ou seja, na observação do padrão, onde certa flexibilidade é necessária para chegar a um padrão matemático perceptível.

Lee (1996) considera que o trabalho desenvolvido por meio da generalização de padrões é estimulante e propicia que o aluno exercite seu modo de observar, pensar e agir diante de um determinado problema. A autora ressalta que o professor, ao propor esse tipo de atividade, deve estar atento para compreender e avaliar as diversas maneiras que os alunos encontram para resolver problemas desse tipo.

A autora destaca que para os jovens e adultos observados, o maior problema não foi o de ver o padrão, mas sim o de perceber um padrão útil algebricamente, o qual levasse a uma solução geral e comenta que quando os alunos se fixavam em uma percepção inicial de padrão, era muito difícil fazê-los abandoná-la, pois eles frequentemente retornavam a uma percepção que não levava à solução.

Sobre dificuldades que alunos podem vir a ter no processo de generalização de padrões, Zazkis e Liljedhal (2002) afirmam que existe uma tensão entre pensamento algébrico e escrita algébrica.

Estes autores relatam tentativas de professores em formação para generalizar um padrão numérico, discutindo as emergentes formas de pensamento algébrico destes estudantes e a variedade de maneiras pelas quais generalizaram e simbolizaram suas generalizações. Os resultados desta pesquisa indicam que a capacidade dos estudantes de expressar a generalidade verbalmente não foi acompanhada por notação algébrica formal e não dependia de tal notação.

Zazkis e Liljedhal afirmam que existe um "vão" entre a capacidade de expressar a generalidade verbalmente e a capacidade de empregar notação algébrica confortavelmente. Vários participantes observados por estes pesquisadores manifestaram uma preocupação explícita: que suas soluções estavam incompletas porque faltava uma fórmula, acreditando que a forma de expressão era mais importante do que o que foi produzido.

> Ao invés de insistir sobre qualquer notação simbólica particular, esse vão deveria ser aceito e utilizado como um local de prática para os estudantes praticarem seus pensamentos algébricos. Eles deveriam ter a oportunidade de engajar em situações que promovem esse pensamento sem as limitações formais do simbolismo. (ZAZKIS; LILJEDHAL, 2002, p. 400).

As teorias escolhidas para essa pesquisa foram utilizadas para auxiliar nas análises feitas, onde procurei semelhanças entre o que observei e o que afirmam tais teorias sobre o trabalho com generalização de padrões.

Metodologia

Para investigar se alunos generalizam termos de progressões aritméticas, atividades baseadas em observação e generalização de padrões foram desenvolvidas e propostas. Para aplicação e análise de tais atividades, foram utilizadas fases da Engenharia Didática definidas por Artigue (1996), cuja engenharia está totalmente relacionada com a teoria das Situações Didáticas proposta por Brousseau.

Almouloud (2007) afirma que o objeto central da teoria das situações é a situação didática definida como o conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um aluno ou grupo de alunos, um certo *milieu*[4] (contendo eventualmente instrumentos de objetos) e um sistema educativo (o professor) para que esses alunos adquiram um saber constituído ou em constituição.

Brousseau (1996) afirma que a concepção moderna de ensino espera que se provoque no aluno adaptações desejadas, através de uma escolha judiciosa de problemas, que devem levá-lo a agir, falar, refletir e a evoluir por si próprio. Ele salienta que entre o momento em que o aluno aceita o problema como seu e o momento em que o aluno produz a sua resposta, o professor deve recusar-se a intervir como proponente dos conhecimentos que pretende fazer surgir.

Para utilizar a teoria das situações didáticas nas pesquisas sobre Didática da Matemática desenvolveu-se na França a metodologia de pesquisa denominada Engenharia Didática. Essa metodologia, descrita primeiramente por Michèle Artigue, se constituiu com a finalidade de analisar as situações didáticas, objeto de estudo da Didática da Matemática.

Machado (2002) conta que a noção de engenharia didática foi se construindo na Didática da Matemática com uma dupla função: ela pode ser compreendida tanto como um produto resultante de uma análise *a priori*, caso da metodologia de pesquisa, quanto como uma produção para o ensino. Esta autora salienta que a engenharia didática se caracteriza também pelo registro dos estudos feitos sobre um caso em questão e pela validação da pesquisa, feita

[4] Segundo Almouloud (2007), a noção de *milieu* (meio) foi introduzida por Brousseau para analisar, de um lado, as relações entre os alunos, os conhecimentos ou saberes e as situações e, por outro lado, as relações entre os próprios conhecimentos e entre as situações.

sobretudo internamente, pois se baseia na confrontação entre uma análise *a priori* e uma análise *a posteriori*.

A autora justifica a metodologia:

> A engenharia didática, vista como metodologia de investigação, caracteriza-se antes de mais por um esquema experimental baseado em realizações didáticas na sala de aula, isto é, na concepção, na realização, na observação e na análise de seqüências de ensino. (ARTIGUE, 1996, p.196).

Para a pesquisa foram utilizadas fases da Engenharia Didática para elaborar, aplicar e analisar uma sequência didática para alunos de uma 1ª série do Ensino Médio que ainda não haviam estudado progressões aritméticas.

A sequência didática proposta contém atividades que contemplam observação de sequências diversas para posterior investigação de uma regra de generalização dos termos de progressões aritméticas.

Neste artigo apresento as atividades, os objetivos presentes na análise *a priori* e resultados da primeira sessão da sequência didática, composta por três atividades. Para esta primeira sessão os alunos foram divididos em 16 duplas e 01 trio.

O objetivo geral da sessão consistia em introduzir os alunos em atividades que exigem observação de regularidades em sequências, de uma forma crescente quanto à necessidade de uma observação mais específica. Vejamos a seguir as três atividades e seus respectivos objetivos.

Atividade 1

Observem as seguintes sequências:

a) 0, 3, 6, 9, 12, ...
b) 1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 2, 3, ...
c) 4, 2, 0, -2, -4, ...
d) □, ○, ✧, □, ○, ✧, ...
e) 4, 8, 16, 32, 64, ...

Vocês podem identificar, em cada sequência, qual será o próximo termo?

Objetivo: Apresentar sequências numéricas e uma sequência figurativo-numérica para introduzir o aluno na observação de padrões, através da solicitação do próximo termo de cada uma delas.

Atividade 2

Observem as seguintes sequências:	Características:
a) 0, 3, 6, 9, 12, ... b) 1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 2, 3, ... c) 4, 2, 0, -2, -4, ... d) □ ,○ ,✧ ,□ ,○ ,✧, ... e) 4, 8, 16, 32, 64, ... f) 4, 2, 1, ½ , ¼, ...	I) crescente II) decrescente III) a diferença entre um termo e o seguinte (o sucessor) é constante IV) os termos são separados por vírgula V) um termo é obtido multiplicando o termo anterior por uma constante VI) os termos se repetem ciclicamente VII) os termos da seqüência são números inteiros
Quais dessas características cada sequência possui?	

Objetivo: Fazer com que os alunos percebam características importantes de sequências, levando-os a aprofundar seus conhecimentos sobre o tema.

Atividade 3

Observem a seguinte sequência: 1, 5, 9, 13, 17, ... a) Qual será o próximo termo da sequência? b) Qual será o 25º termo da sequência? c) Qual será o 937º termo?

Objetivo: Propor a observação de uma progressão aritmética que possibilite ao aluno elaborar mecanismos de generalização, através da identificação de um termo distante do primeiro termo, o que dificulta a investigação por contagem.

Resultados

Para a primeira atividade da sessão, apenas 04 respostas não esperadas ocorreram. Essas 04 respostas recaíram na progressão aritmética decrescente, onde o próximo termo é um número inteiro negativo.

Duas duplas não deixaram traços de suas resoluções e responderam que o termo seguinte era o zero e uma dupla identificou o número 4 como próximo termo desta PA sem explicar o por quê.

Nesses três casos, o fato dessa sequência vir logo após uma sequência cíclica pode ter influenciado as respostas que se justificariam como sequências cíclicas (4, 2, 0, -2, -4, 0, 4, 2, 0, -2... ou 4,2,0,-2,-4, 4,2,0,-2,-4,...).

Os alunos Ada e Ciro identificaram o número -8 como próximo termo da PA, indicando também o número -10 como termo seguinte ao -8. Isso indica que a dupla percebeu que a sequência evoluía somando -2 ao termo anterior, embora ao registrar no papel tenham omitido o número -6, conforme pode ser visto na Figura 1.

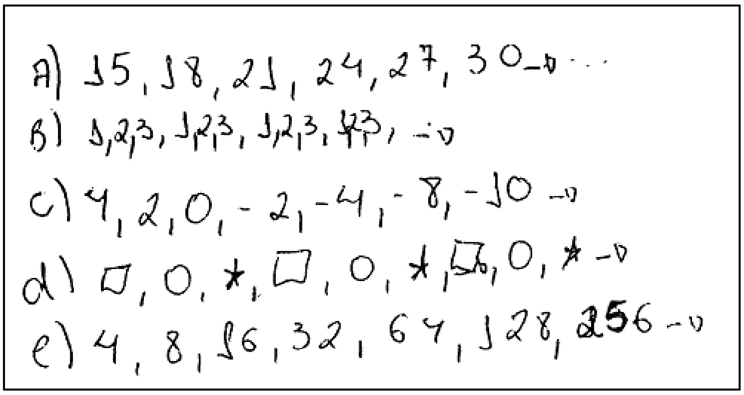

Figura 1: Extraída do Protocolo da Atividade 01 de Ada e Ciro.

É interessante notar que quatro duplas além de indicar o termo seguinte ao último apresentado, escreveram mais alguns termos da sequência.

Pela gravação da dupla formada por Aldo e Léo ficou evidente que esta observou as sequências e indicou termos antes de terminar de ler o que estava sendo solicitado.

Apresento a seguir a transcrição do diálogo de Aldo e Léo ao observar a terceira sequência e a quarta sequência:

> – Vai diminuindo menos dois. Menos dois, menos quatro, menos seis, menos oito, menos dez, menos doze.
>
> – E a **d**? Quadradinho, bolinha, estrelinha (pausa). Quadradinho, bolinha, estrelinha.

Nesse momento, após terem continuado as quatro primeiras sequências, um componente da dupla lê o enunciado em voz alta e ambos percebem que se tratava apenas da identificação do próximo termo.

Esta dupla não utilizou vírgulas para separar os termos pertencentes a um ciclo da sequência figurativo-numérica, como pode ser visto na Figura 2. Embora não haja indícios na gravação feita, é provável que esta dupla tenha percebido o ciclo como termo seguinte da sequência.

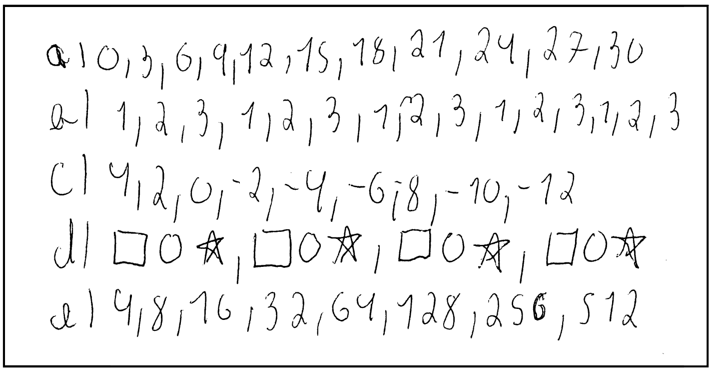

Figura 2: Extraída do Protocolo da Atividade 01 de Aldo e Léo.

Apenas quatro dos dezessete protocolos apresentam cálculos, sendo estes relativos à multiplicação ou adição para a sequência **e**, uma progressão geométrica (PG). Três duplas preferiram somar 64 com 64 para identificar 128, inclusive a dupla formada por Aldo e Léo. Já Edu e Mário preferiram multiplicar 64 por 2.

A seguir transcrevo parte de diálogos que explicitam essas resoluções:

> – Tem que somar! Sessenta e quatro mais sessenta e quatro dá cento e vinte e oito. (Aldo e Léo).
>
> – Vai dobrando! Quatro, oito, dezesseis, trinta e dois, sessenta e quatro, cento e vinte e oito. (Edu e Mário).

O objetivo da atividade foi atingido, pois propiciou aos alunos observar diferentes padrões de sequências conforme os resultados apresentados. Segundo Lee (1996), a chave para o sucesso em atividades de generalização de padrões parece estar na observação e esta deve ser pertinente à questão proposta.

Assim, considero que na maior parte das sequências houve observações pertinentes. As poucas observações não esperadas, como a identificação do ciclo como termo, não comprometem os resultados obtidos.

A Atividade 2 se diferencia da primeira por possibilitar uma observação mais profunda das sequências presentes na Atividade 1.

Sobre as características I e II, crescente e decrescente, ocorreram poucas associações incorretas por parte dos alunos. O trio e uma dupla associaram crescente à sequência **b**, que possui um ciclo crescente.

Quanto à característica III, que diz respeito à PA, pode-se dizer que foi a mais associada incorretamente nessa atividade. Apenas o trio e a dupla formada por Edu e Mário identificaram que essa era característica das sequências **a** e **c**, sendo que a dupla associou III também a uma progressão geométrica.

Pela transcrição da gravação é possível identificar quando um componente da dupla diz: "Quatro. Metade é dois. Metade é um. Metade é meio. Metade é um quarto." Após ler a característica sobre diferença constante entre um termo e o seguinte, esse aluno afirma: "É constante né, a diferença? Porque é metade, outra metade, outra metade."

Logo, essa dupla entendeu como diferença constante o fato de um termo ser sempre metade do termo anterior, o que revela uma não compreensão do significado da palavra diferença no contexto matemático ou que esta palavra foi utilizada no sentido cotidiano.

A falta de compreensão sobre a noção de diferença constante ficou mais evidente ao verificar que três duplas associaram essa característica à sequência **b** e cinco duplas associaram-na com a sequência **d**, ambas cíclicas. Além disso, cinco duplas associaram-na com a sequência **f**, uma PG.

A associação da característica da PA com as sequências cíclicas pode indicar que esses alunos associaram a palavra constante à forma cíclica de algumas sequências.

Na Figura 3 podemos ver as respostas de uma dupla que associou a característica da PA à PG (4, 2, 1, ½, ¼, ...).

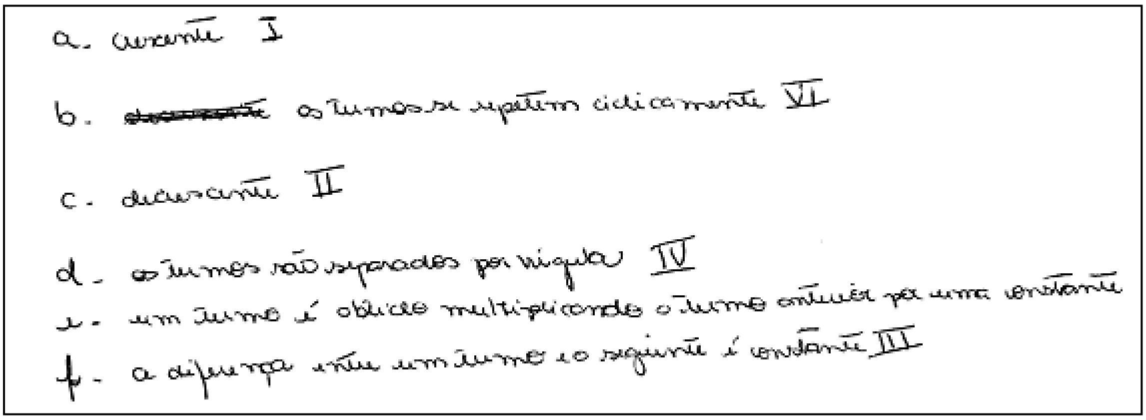

Figura 3: Extraída do Protocolo da Atividade 2 de Hilda e Perla.

A característica IV, única que contemplava todas as sequências presentes na atividade, foi associada a todas estas por oito duplas.

A característica V, de uma PG, foi pouco associada incorretamente. Três duplas associaram essa característica à sequência **a** e uma dupla associou-a a sequência **c**, ambas progressões aritméticas.

A dupla formada por Aldo e Léo optou por associar essa característica à PA crescente. Pela transcrição da gravação, podemos identificar quando um aluno muda de opinião sobre a característica a ser associada e diz: “A **a** tá errada, olha! Três vezes um, três. Três vezes dois, seis. Três vezes três, nove.”

Essa dupla havia classificado a PA (0, 3, 6, 9, 12,...) como crescente mas ao perceber que esta poderia ser formada multiplicando três aos elementos do conjunto {0,1, 2, 3, ...} afirmou que cada termo era obtido multiplicando o termo anterior por uma constante.

As progressões geométricas **e** e **f** não foram percebidas na mesma proporção. Enquanto dezesseis grupos perceberam que V era característica de **e** (uma PG com razão inteira), apenas uma dupla percebeu que a sequência **f** (uma PG com razão pertencente ao intervalo]0,1[ ) era formada por sucessivas multiplicações.

Quanto à característica VI, de sequências cíclicas, pode-se dizer que foi bem compreendida pelos alunos. Além de não ser associada indevidamente, foi associada às sequências **b** e **d** por oito duplas e pelo trio.

Já a característica VII, sobre termos inteiros, foi associada incorretamente apenas por duas duplas. O que mais chamou atenção foi que apenas três duplas perceberam tal característica para a sequência **c**, talvez por esta apresentar números negativos.

Como essa atividade tinha por objetivo possibilitar uma observação mais profunda e muitas duplas fizeram associações pertinentes, acredito que esse objetivo foi cumprido.

A percepção de diferentes padrões de regularidade e a descrição destes padrões cria oportunidade para um confronto de idéias, segundo Mason (1996a). Como essa atividade privilegiava a descrição das sequências, considero que esta também colaborou para que o aluno percebesse as sequências como objetos passíveis de várias interpretações.

A terceira atividade da sessão exigia identificação do próximo termo e de termos mais distantes de uma PA. Todos os grupos indicaram corretamente o termo seguinte da sequência envolvida no item **a**, o que confirma a facilidade dos alunos em observar padrões para indicar termos seguintes.

As duas primeiras fases do processo investigativo em generalização de padrões sugeridas por Herbert e Brown (1997) foram contempladas pelos alunos: a procura do padrão e o reconhecimento do mesmo.

Para o item **b**, doze grupos indicaram corretamente o número 97 como vigésimo quinto termo, sendo que sete duplas e o trio mostraram ter resolvido a atividade por contagem, explicitando todos os termos anteriores ao vigésimo quinto. A Figura 4 mostra a resolução por contagem de Mano e Raul para descobrir o 25º termo da sequência.

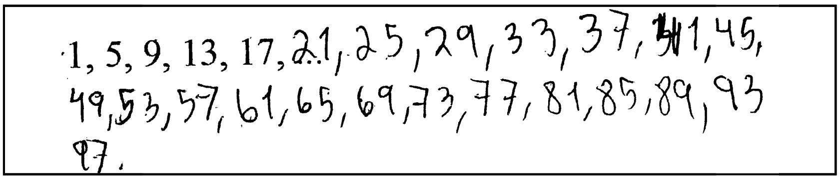

Figura 4: Extraída do Protocolo da Atividade 3 de Mano e Raul.

Das cinco duplas que indicaram outro valor, duas indicaram o vigésimo sexto termo, uma indicou um termo anterior da sequência e duas duplas não compreenderam o que foi solicitado.

O item **c** exigia maior complexidade de raciocínio, mas três duplas indicaram corretamente o termo distante, sendo que uma delas não apresentou a resolução. Duas duplas chegaram ao resultado observando que o resultado da multiplicação entre 4 e 937 deve subtrair 3 para se chegar a esse termo.

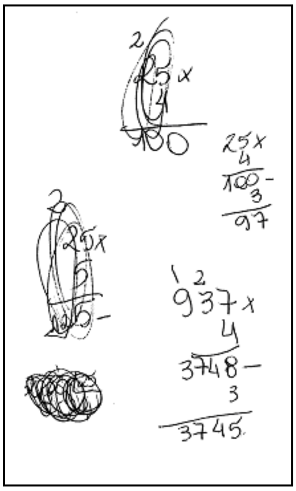

Figura 5: Extraída do Protocolo da Atividade 3 de Fábio e Mirna.

Por mais que não tenham construído fórmula, o pensamento algébrico se fez presente no raciocínio utilizado pelas duplas, pois segundo Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) o pensamento algébrico não se expressa de uma única forma e pode se manifestar através da linguagem aritmética. Os alunos não escreveram uma fórmula de natureza simbólica, mas criaram um esquema generalizador, também característico do pensamento algébrico.

Pode-se dizer então que essas duplas atingiram a terceira fase do processo investigativo de Herbert e Brown (1997), correspondente à generalização do padrão proposto.

Quatro duplas identificaram 3748 como o termo solicitado, sendo que duas delas mostraram ter efetuado a multiplicação entre 937 e 4. Três duplas deram como resposta 3749, que vem a ser o 938º termo da sequência, mas apenas a dupla formada por Aldo e Léo mostrou ter efetuado a multiplicação anteriormente citada e somado ao resultado o número 1.

Aldo e Léo deixaram claro o que entenderam sobre esse item com o seguinte diálogo:

> – Aqui não vai somando quatro mais quatro? Então é novecentos e trinta e sete vezes quatro.
>
> – Um, cinco, nove, três, sete. Não tem oito!

O último comentário mostra que esse aluno percebeu que os números dessa sequência nunca terminam em oito, afinal são todos ímpares. Isso o levou a somar o número um ao resultado e dar como resposta um número ímpar.

Considero que o objetivo de possibilitar a generalização foi alcançado, pois alguns alunos construíram um mecanismo eficiente que permitiu que identificassem um termo distante e, portanto, generalizassem os termos da PA.

Considerações finais

Sobre a sessão inicial da sequência didática proposta, pode-se dizer que os alunos demonstraram facilidade em indicar o próximo termo de sequências diversas, pois ocorreram apenas quatro respostas não previstas, relativas a uma PA com razão negativa.

Os alunos souberam observar e associar características a diversos tipos de sequências. No entanto, a característica de uma PA – diferença constante entre um termo e o sucessor – não foi compreendida por muitos alunos, tanto para a PA com razão positiva quanto para a PA com razão negativa.

Os resultados dessa sessão indicam que o trabalho com progressões aritméticas deve contemplar a discussão de sua característica principal e a observação de vários tipos de sequências para confrontar as diferenças entre estas e as particularidades de uma PA.

O fato de o pensamento algébrico ter se manifestado confirmou a autonomia dos alunos em generalizar. Sobre a importância de tal pensamento, Fiorentini, Miorim e Miguel explicam que:

> O pensamento algébrico está na base da construção e da compreensão e da compreensão do universo conceitual desses campos e áreas, isto é, é um pensamento indispensável para a constituição do universo conceitual e temático subjacente à ciência contemporânea. Nesse sentido, o olhar algébrico perpassa e impregna o modo de produção do conhecimento de qualquer domínio. (FIORENTINI, MIORIM e MIGUEL, 1993, p. 89).

Os alunos participantes da experimentação conseguiram desenvolver a consciência de generalidade, o que segundo Mason (1996a) consiste em sensibilizar-se pela distinção entre "olhar através" e "olhar para", ou seja, "ver a generalidade no particular" e "ver o particular no geral".

Tendo em vista que alguns alunos conseguiram construir um esquema generalizador dos termos de uma PA, pode-se dizer que alunos do Ensino Médio conseguem generalizar termos de PA e esta generalização pode ser utilizada para levá-los à construção de uma fórmula para o termo geral.

Referências

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da didática da matemática.** N. 121. Curitiba: Editora da UFPR, 2007. 218 p.

ARTIGUE, M. Engenharia Didáctica. In: BRUN, J. (Org.). **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Piaget, 1996. 280 p.

BROUSSEAU, G. Fundamentos e Métodos da Didáctica da matemática. In: BRUN, J (Org.). **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Piaget, 1996. 280 p.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. Contribuição para um Repensar... a Educação Algébrica Elementar. **Revista Quadrimestral Pro-Posições.** Campinas: Faculdade de Educação da Unicamp, v. 4, n. 1, p. 79 – 91, mar. 1993.

HERBERT, K.; BROWN, R. (1997). Patterns as tools for algebraic reasoning. **Teaching Children Mathematics.** V. 3, p. 340-345, 1997.

LEE, L. An initiation into algebraic culture through generalization activities**.** In: BEDNARZ, N.; KIERAN, C.; LEE, L. (Ed.). **Approaches to Algebra***:* Perspectives for Research and Teaching. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1996. p.87-106.

MACHADO, S. D. A. Engenharia Didática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Educação Matemática***:* uma introdução. São Paulo: EDUC, 2002. p. 197 – 212.

MASON, J. Expressing Generality and Roots of Algebra**.** In: BEDNARZ, N.; KIERAN, C.; LEE, L. (Ed.). **Approaches to Algebra:** Perspectives for Research and Teaching. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1996a. p. 65-86.

_________. El futuro de la aritmética y del álgebra: utilizar el sentido de generalidad. **Uno: Revista de Didáctica de las Matemáticas.** Barcelona, n. 9, p. 15 – 22, 1996b.

PEREZ, E. P. Z. **Alunos do Ensino Médio e a Generalização de Padrão**. Dissertação 2006. 119 p. (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

VALE, I.; PIMENTEL, T. Padrões: um tema transversal no currículo. **Revista Educação e Matemática.** Portugal, v. 85, p. 14-20, Nov/Dez, 2005.

ZAZKIS, R.; LILJEDHAL, P. Generalization of patterns: the tension between algebraic thinking and algebraic notation. **Educational Studies in Mathematics Teaching Children Mathematics**. V. 49, p. 379-403, 2002.