

## Engenharia didática: evolução e diversidade

### Didactic engineering: evolution and diversity

Saddo Ag Almouloud

[saddoag@pucsp.br](mailto:saddoag@pucsp.br)

Maria José Ferreira da Silva

[zeze@pucsp.br](mailto:zeze@pucsp.br)

#### Resumo

Neste artigo, serão apresentados estudos sobre a evolução e usos da noção de Engenharia didática expostos na École d'Été de Didactique des Mathématiques (Escola de Verão de Didática da Matemática), realizada em 2009 em Clermond-Ferrand, França. A discussão baseia-se, essencialmente, na Engenharia Didática Clássica (amplamente conhecida), denominada de Engenharia didática de 1ª Geração e a Engenharia didática de 2ª geração, de acordo com o ponto de vista de Marie-Jeanne Perrin-Glorian (2009), bem como a noção de engenharia do PER (Percurso de Estudo e Pesquisa), de Chevallard (2009), e de Domínios de Experiência de Boero (2009). A síntese das pesquisas analisadas, mostra os diferentes usos e concepções sobre esta metodologia, ora considerada metodologia de pesquisa científica, ora uma metodologia envolvendo vários processos e procedimentos para a formação profissional e/ou a elaboração de objetos de aprendizagem.

**Palavras-chave:** Engenharia didática de primeira geração. Engenharia didática de segunda geração. Engenharia do PER. Engenharia do Domínio de Experiência.

#### Abstract

In this paper we present studies on the evolution and uses the notion of didactics engineering presented at the Summer School Didactics of Mathematics held in 2009 in Clermond-Ferrand, France. We will discuss mainly the classic Didactics Engineering (widely known) that we call the Didactics Engineering of first Generation, the Didactics Engineering of 2nd generation from the point of view of Marie-Jeanne Perrin-Glorian (2009), as well as the notion of engineering (PER Course of Study and Research) of Chevallard (2009) and Fields of Experience Domain Engineering of Boero (2009). The synthesis of the research shows that we analyze the different uses and conceptions of methodology is, now considered the methodology of scientific research, now a methodology involving multiple processes and procedures for training and / or development of learning objects.

**Keywords:** Didactic engineering of 1st generation. Didactics engineering of 2nd generation. PER engineering. Experience Domain Engineering.

## Introdução

Segundo Brousseau (2008 apud CHEVALLARD, 2009b, p. 81), a engenharia didática consiste em determinar dispositivos de ensino comunicáveis e reprodutíveis. Ela evoca a existência de uma descrição, um estudo e justificações tão precisas e consistentes que possíveis das condições de utilização deste dispositivo. Existe uma engenharia didática muito ativa, que é fruto de uma avaliação respeitável, mas abstém-se, geralmente, de fornecer análises precisas e justificações que poderiam iluminar os utilizadores.

Ainda segundo Brousseau, a engenharia didática propriamente dita acompanha os dispositivos produzidos de um conjunto de estudos e análises que dão as características do produto de acordo com os conhecimentos científicos teóricos e experimentais do momento. Estes estudos podem não ser comunicados aos professores, mas são indispensáveis para a análise das observações das atividades de ensino efetivamente realizadas.

Brousseau (2008 apud CHEVALLARD, 2009b, p. 81-82), esclarece que no âmbito das investigações científicas, a engenharia didática, com finalidade fenomenotécnica, tem por objeto conciliar as obrigações normais de ensino e a reprodução e o estudo de fenômenos didáticos bem determinados. Este tipo de investigação pode ser empreendido apenas em organizações específicas complexas e precisas, em especial, ela é indispensável para estudar sistematicamente e experimentalmente modelos teóricos de dispositivos de aprendizagem e de ensino.

Para Chevallard (2009b), pode-se distinguir de imediato uma engenharia didática de investigação, de uma engenharia didática de desenvolvimento. Apreende-se, em todos os casos, a existência de uma tensão entre dois polos, que o autor designará como a engenharia didática para o uso e a engenharia didática para o conhecimento. Para este autor, se suprimir a finalidade de conhecimento, volta-se à engenharia didática com finalidade “prática”, que tem em comum com a engenharia didática clássica, às vezes, apenas o nome, e com intenção diferente.

De acordo com Chevallard (2009b), a revisão da literatura permite identificar duas orientações, de um lado uma orientação de investigação em didática, em que se fala claramente da metodologia da engenharia didática, do outro uma orientação de desenvolvimento, que parece relativamente estranha à tradição estabelecida em didática da matemática.

Chevallard (2009b) destaca o fato geral da flutuação praxeológica associada a toda transposição institucional, fenômeno vinculado ao fato de os atores dos sistemas de investigação, bem como os de sistemas didáticos com os quais interagem, serem eles mesmos portadores de exigências e restrições, fruto de seus assujeitamentos (às vezes antigos) a diversas instituições, ou das exigências e restrições atuais que se impõem a eles.

Ainda, segundo este autor, essa flutuação está presente, em primeiro lugar, nos investigadores que não parecem, por exemplo, terem sido tentados a retomar fielmente a técnica que prevaleceria “em matemática”. O que, segundo ele, marca os encaminhamentos institucionais, às vezes tortuosos (aparentemente), que caracterizam a divulgação (e a transposição) de uma criação metodológica que nasceu a priori “em matemática”. Mas, Chevallard (2009b) chama atenção para o fato de que os apontamentos feitos por ele acima não devem dar a crer que “a metodologia da engenharia didática” teria migrado em todo o campo “educativo” ou mesmo apenas em “didática”.

Chevallard mostra que a metodologia de engenharia didática está sendo usada em sentidos diferentes daquele entendido por Brousseau, inclusive por alguns dos pesquisadores da Didática da Matemática. Assim, a expressão “engenharia de formação” está hoje presente no título de um número importante de masters de formação de adultos (Leguy et al., 2005, pp. 16-19 apud CHELLARD, 2009b, p.85).

Para Pedra Pastré (2004 apud Chevallard, 2009, p. 85)

A formação contínua tem uma tradição de engenharia de formação que é praticamente tão longa que a sua própria história. **Analisar um pedido, analisar necessidades, construir um dispositivo de formação, proceder à sua avaliação:** tantas atividades de engenharia que são um pouco as cartas de nobreza da formação profissional contínua. Porque esta é constituída historicamente como um campo de práticas, trata-se de práticas analisadas e bem pensadas, que a própria área inventou e codificou. (tradução nossa)

Ainda segundo Pastré (2004, p. 465 apud CHEVALLARD, 2009b, p. 85-86)

Mas, a instituição desta engenharia de formação, que é talvez a invenção específica da formação profissional contínua nos seus trinta anos de existência instituída, deixou na estrada outro projeto, igualmente importante, mas sem dúvida menos urgente: a constituição de uma engenharia didática profissional, cujo objetivo é utilizar a análise do trabalho para construir conteúdos e métodos, visando a formação das competências profissionais. Assim, até os anos 80, deixou-se para

atrás a necessidade de reconsiderar o ato didático, voltado para os adultos ao trabalho, em referência ao desenvolvimento das competências e da experiência profissional. Pode-se pensar - [...] - que esta questão voltada para a engenharia didática profissional tornou-se a urgência de hoje. (tradução nossa)

Pastré (2004 p. 465-466 apud CHEVALLARD, 2009b, p. 86) chama de *engenharia de formação* tudo o que trata da construção de dispositivos de formação, com a necessidade de articular objetivos, métodos e conteúdos; e *engenharia didática profissional* tudo o que diz respeito à produção de recursos educativos, utilizando ou não novas tecnologias, mas apoiando-se sobre situações de trabalho que servem de apoio à formação e ao desenvolvimento das competências profissionais.

Pastré (2004, p. 466, apud CHEVALLARD, 2009b, p. 86) escreve também: “A didática profissional procura analisar a aquisição e a transmissão das competências profissionais para melhorá-las”. A existência, segundo Chevallard, se confronta com uma noção de engenharia didática que parece querer focalizar em primeiro lugar práticas de engenharia.

Ainda segundo Pastré (2004, p.466 apud CHEVALLARD, 2009b, p. 86)

Como a engenharia de formação, a engenharia didática profissional tem por objetivo ir além da fase de uma simples acumulação de práticas sem princípios, para procurar fundar racionalmente as práticas que se propõe a desenvolver. Apoiase nas referências teóricas, que se pode situar na interface, e no prolongamento histórico da ergonomia cognitiva de um lado e da didática das disciplinas científicas do outro. (tradução nossa)

Chevallard (2009) afirma que, na perspectiva na qual se situam estas definições, “os sistemas” e produtos para se “conceber e realizar” não foram pensados normalmente para o benefício da investigação fundamental, mas foram concebidos ao benefício de utilizadores externos e ao pequeno mundo da investigação. O autor assevera que, em um caso, a engenharia didática está a serviço da pesquisa em didática, cujas necessidades impulsionam o desenvolvimento; no outro, a investigação em didática se coloca a serviço da engenharia didática, ela mesma a serviço de uma vontade diversificada de desenvolvimento institucional. Tal é, segundo Chevallard (2009b), “a tensão bipolar” que a noção de engenharia didática vivencia. Essa tensão é vivida dentro da área de Didática da Matemática, como mostrado na discussão sobre a Engenharia Didática Clássica (amplamente conhecida), denominada Engenharia didática de

1ª Geração, e a Engenharia didática de 2ª geração, segundo o ponto de vista de Marie-Jeanne Perrin-Glorian (2009), bem como a noção de engenharia do PER (Percurso de Estudo e Pesquisa), de Chevallard (2009a e 2009b), e de Domínios de Experiência de Boero (2009).

### **Engenharia Didática de 1ª geração**

Lembramos que a noção de Engenharia Didática (clássica ou de primeira geração) emergiu na didática da matemática no início dos anos 1980. Primeiramente em 1982 por Yves Chevallard e Guy Brousseau, depois, em 1989, por Michèle Artigue. Ela foi apresentada como uma metodologia de pesquisa suscetível de fazer aparecer fenômenos didáticos em condições mais próximas possíveis do funcionamento de uma sala de aula clássica.

Segundo Artigue (1988), o termo “engenharia didática” foi concebido para o trabalho didático comparável ao trabalho de um engenheiro que, para realizar um projeto, se apoia em conhecimentos científicos de sua área, aceita submeter-se a um controle de tipo científico, mas, ao mesmo tempo, se vê obrigado a trabalhar objetos bem mais complexos do que os objetos depurados da ciência e, portanto, enfrentar, com todos os meios que dispõe, problemas que a ciência não quer ou não pode levar em conta.

Ainda, segundo Artigue, esta metodologia se caracteriza por um esquema experimental baseado nas realizações didáticas em sala de aula, ou seja, sobre a concepção, realização, observação e análise de sequências de ensino, permitindo uma validação interna a partir da confrontação das análises a priori e a posteriori. Uma pesquisa, seguindo os princípios de uma Engenharia Didática, perpassa pelas fases seguintes:

1. *Análises preliminares*: considerações sobre o quadro teórico didático geral e os conhecimentos já adquiridos sobre o assunto em questão, incluem a análise epistemológica do ensino atual e seus efeitos, das concepções dos alunos, dificuldades e obstáculos, e análise do campo das restrições e exigências no qual vai se situar a efetiva realização didática.
2. *Concepção e análise a priori das situações didáticas*: o pesquisador, orientado pelas análises preliminares, delimita certo número de variáveis pertinentes ao sistema sobre os quais o ensino pode atuar, chamadas de variáveis de comando (microdidáticas ou macrodidáticas). Na análise a priori devem ser levados em consideração os seguintes pontos:

- Descrever as escolhas feitas no nível local (relacionando-as eventualmente com as seleções globais) e as características da situação adidática desenvolvida;
  - Analisar o que poderia estar em jogo nesta situação para o aluno, em função das possibilidades de ação, seleção, decisão, controle e validação que o aluno terá durante a experimentação.
  - Prever campos de comportamentos possíveis e tentar demonstrar como a análise permite controlar seus significados e assegurar, particularmente, que se tais comportamentos esperados ocorreram, é por consequência do desenvolvimento visado pela aprendizagem.
3. *Experimentação*: consiste na aplicação da sequência didática, tendo como pressupostos apresentar os objetivos e condições da realização da pesquisa, estabelecer o contrato didático e registrar as observações feitas durante a experimentação.
4. *Análise a posteriori e validação*: A análise a posteriori consiste em uma análise de um conjunto de dados colhidos ao longo da experimentação, como por exemplo, produção dos alunos, registros de observadores e registro em vídeo. Nessa análise, se faz necessário sua confrontação com a análise a priori para que seja feita a validação ou não das hipóteses formuladas na investigação.

### **Engenharia de segunda geração**

Segundo Perrin-Glorian (2009), a engenharia didática encontra-se na interface entre a pesquisa e o ensino regular. Para a autora, os primeiros trabalhos considerados “engenharias didáticas” situam-se no ensino da Matemática no primário (números e medidas), sendo que a elaboração das sequências de ensino foi feita nos anos 70, uma época em que o referencial teórico utilizado não era explicitado, e foi essa elaboração, segundo a autora, que contribuiu para a explicitação dos quadros teóricos. Dessa forma, essas primeiras engenharias didáticas tinham por objetivo a elaboração e o estudo de uma proposta de uma transposição didática para o ensino, sendo essa transposição didática o objetivo principal da pesquisa. Mas, ao mesmo tempo, estudavam-se, também, outros fenômenos didáticos mais gerais que permitiam enriquecer e ampliar os quadros teóricos em construção.

O que era estudado, segundo a autora, do ponto de vista adidático, eram as situações, sem estudar o papel do professor, mesmo sabendo que ele é incontornável na devolução, na institucionalização ou na efetivação da dialética ferramenta objeto. As situações foram elaboradas por professores experientes, muito competentes e interessados pela pesquisa, sendo que depois desta fase de pesquisas, as engenharias didáticas tornaram-se especificamente metodologias de pesquisa, sobretudo após a síntese de Michèle Artigue (1998).

A engenharia didática agrega algumas das características da pesquisa-ação, já que se desenvolvem nela situações de sala de aula onde o pesquisador é levado a descrever e analisar os resultados de sua aplicação, tomando os devidos cuidados em relação ao grau de generalidade dos resultados.

Uma engenharia didática de segunda geração, segundo Perrin-Glorian, tem por primeiro objetivo o desenvolvimento de recursos (ou objeto de aprendizagem) para o ensino regular, ou a formação de professores. O que, conseqüentemente, necessita de vários níveis de construção. Podem-se distinguir dois tipos de engenharias didáticas em função da pergunta inicial da investigação, sendo a Engenharia Didática para a Investigação (IDR) e a Engenharia Didática de Desenvolvimento (IDD).

Na IDR procura-se fazer emergir fenômenos didáticos e estudá-los, com a intenção de um avanço nos resultados da investigação, por meio de experimentações montadas em função da questão de pesquisa, sem preocupação imediata de uma eventual divulgação mais ampla das situações utilizadas. Por outro lado, na IDD, o objetivo é a produção de recursos para professores ou para a formação de professores.

De acordo com a autora, os conhecimentos dos alunos são controlados teoricamente em todos os casos, mais é uma variável mais ou menos fixada na IDR, enquanto no caso da IDD é necessário prever adaptações dessas situações e meios para conduzi-los. O papel do professor é controlado pela teoria, no caso da IDR. Enquanto na IDD, uma flexibilidade nas decisões deve ser prevista. E, por fim, as exigências institucionais podem ser negligenciadas no caso da IDR, são incontornáveis no caso da IDD e conseqüentemente devem ser levadas em consideração teoricamente.

No caso da IDR, se o objetivo é estudar as situações e as potencialidades do meio para fazer evoluir os conhecimentos dos alunos, o professor ocupa o lugar de professor e de investigador, porém, suas ações, enquanto investigador, devem ser transparentes. Já no caso

da IDD, o professor não faz parte da investigação, ele tem a inteira responsabilidade pelo ensino na sua classe.

Para ilustrar as reflexões acima tecidas sobre a engenharia didática de segunda geração, um exemplo de pesquisa realizada por Perrin-Glorian e colaboradores é apresentado neste estudo. Trata-se de um trabalho sobre a simetria axial. Segundo Perrin-Glorian (2009, p. 71-75), a investigação foi realizada no primário e na 6ª série. O objetivo principal é o desenvolvimento de recursos para as classes regulares e a formação de professores. A análise do conteúdo realizada pela equipe não está relacionada aos currículos escolares atuais ou passados, está mais ligada a uma abordagem da geometria plana no primário. A escolha da simetria foi feita porque envolve as questões essenciais levantadas por esta abordagem, e porque faz parte, ao mesmo tempo, dos currículos prescritos do primário e de 6ª série. A pesquisa apoiou-se nas observações prévias relativas às práticas comuns, a partir de entrevistas realizadas com professores, na experiência dos formadores, estudos prévios realizados sobre pesquisas relacionadas com os processos de ensino e aprendizagem da geometria e o papel das figuras nesses processos. A problemática de investigação tem como principais preocupações:

5. a produção de recursos para o ensino regular.
6. a investigação de uma (ou várias) situação(ões) fundamental(ais) com um meio adequado à análise do saber geométrico e acessível à cultura atual dos professores, suas exigências e condições materiais (em especial o tempo em termos de preparação do material e tempo pedagógico) e de gestão de classe;
7. as sessões não devem exigir do professor um grande investimento e um tempo maior do que o tempo pedagógico;
8. as possibilidades de adaptação das situações, em função da execução da tarefa e das produções dos alunos, a viabilidade dessas situações para o ensino regular, os conhecimentos matemáticos e didáticos dos professores, necessários para a experimentação das situações e as necessidades para a formação.

Perrin-Glorian (2009) identifica dois níveis de engenharia didática: No primeiro nível, usou-se uma metodologia bastante clássica em várias etapas, sem necessariamente, segundo a autora, exercer completamente o mesmo tipo de controle sobre as situações da engenharia didática clássica:

1. Criação de uma sequência de situações que colocam em jogo os princípios que correspondem à análise do saber e do “milieu”;



2. Os professores não participam desta primeira fase, porém é previsto analisar a viabilidade das situações em classes regulares, em especial, no que diz respeito à preparação do material;
3. Um documento é redigido e enviado aos professores duas ou três semanas antes da data prevista para uma primeira entrevista;
4. Este documento deve fornecer os elementos essenciais relativos aos saberes visados e o “milieu”;
5. No documento não estão detalhados nem a preparação, nem os procedimentos esperados.
6. Negociação desta sequência de situações, a partir de uma entrevista prévia com professores (escolhidos e interessados).
7. Alterações eventuais são introduzidas em uma colaboração professor/investigador para atender às expectativas e perguntas dos professores, e levar em conta o nível dos alunos (o mesmo documento é proposto aos professores de todo o ciclo 3 e 6ª série);
8. A experimentação deve ser feita em seis sessões, no máximo, e terminar por uma avaliação dos alunos. Estas sessões constituem, para os professores aplicadores, o essencial do ensino da simetria ortogonal naquele ano.
9. Observação das sessões alteradas nas classes e análise dos resultados com o professor, em discussões informais em fim de sessão, e acompanhada de uma entrevista.
10. Análise, pela equipe de investigação, por confrontação dos três tempos: análise a priori, alterações introduzidas nas situações, análise a posteriori da experimentação, que deve permitir responder às seguintes perguntas: Quais modificações foram feitas? O que motivou essas modificações? A sessão desenrolou-se como previsto após modificação? Se não, quais as diferenças e como explicá-las?

Segundo Perrin-Glorian (2009), neste primeiro nível, o importante são as situações e o “milieu” que as compõe, o caráter fundamental dessas situações, a sua robustez, bem como suas exigências e o seu potencial de auto formação para os professores que a experimentaram. Para avançar na construção de recurso, Perrin-Gloriam acha importante buscar resposta às seguintes questões: As situações permitem produzir os conhecimentos previstos em relação aos alunos? Elas foram dispendiosas para os professores? Como alterá-las para aumentar a sua eficácia, a sua maneabilidade? Ainda segundo ela, a questão do custo para os professores é

uma questão nova em relação à engenharia didática clássica, mas é essencial, na perspectiva do desenvolvimento e do segundo nível da experimentação.

Perrin-Glorian (2009) aponta alguns resultados desse nível. Ela destaca a dobradura de uma folha de papel e a reversão de um decalque:

1. Constituem meios materiais muito diferentes do ponto de vista da noção de figura simétrica e da determinação do seu eixo de simetria;
2. Não são comandadas pelos mesmos conhecimentos nem pelos mesmos gestos.
3. A relação entre os dois pode fazer-se apenas recorrendo à noção de simétrica de uma figura em relação a um eixo.
4. Uma situação fundamental para a noção de figura simétrica deve permitir abordar a noção de simétrica de uma figura em relação a um eixo.
5. No que diz respeito ao “milieu” material, ele é essencial no que tange à geometria no primário e na sexta série. O “milieu” material intervém fortemente nos conhecimentos em jogo para agir sobre este “milieu”, porque as propriedades geométricas aparecem por intermédio de ações físicas muito precisas sobre o material. Consequentemente, a preparação do material e a sua gestão em classe são aspectos essenciais do trabalho do professor e conduzem a exigências importantes em relação ao tempo. Do lado dos alunos, a realização das atividades exige conhecimentos não matemáticos sobre as propriedades do material e suas possibilidades de uso.

A autora assevera que as diferenças em relação aos saberes (por exemplo, com a dobradura é necessário conhecer o eixo de simetria ou fazer uma hipótese sobre a sua posição para decidir se uma figura é simétrica ou não, enquanto que com o decalque não se tem necessidade de conhecer o eixo), às manipulações e formulações tinham sido esclarecidas no documento entregue aos professores. Contudo as dificuldades no uso do decalque revelaram-se mais importantes do que o previsto. Independentemente da ordem na qual se utiliza os dois meios, tanto no decalque quanto na dobradura, é preciso ver em uma figura simétrica duas subfiguras em que cada uma é o reverso da outra e que essas duas subfiguras são simétricas em relação ao eixo.

Segundo a autora (p. 74), a primeira experimentação permitiu identificar nas situações, elementos fundamentais que não foram necessariamente percebidos a priori. Ela permitiu também levar em consideração as exigências e restrições relativas ao trabalho do professor e aos conhecimentos prévios dos alunos.

No segundo nível, Perrin-Glorian (2009, p. 74) identificou com mais acuidade as dificuldades e exigências específicas da IDD. O documento destinado aos professores deve ser alterado em função dos resultados do nível 1 da IDD, e é preciso integrar nas situações os elementos essenciais (ou seja meios, tarefas e organizações didáticas) e as suas relações com o saber visado. Um contexto preciso, com suas variáveis e suas exigências, deve ser explicitado de modo que se possa encarar a maneira como as propriedades matemáticas podem ser estudadas a partir do material. Assim, ela aponta as dificuldades em caracterizar as situações em função dos determinantes fundamentais dos meios. Neste nível, devem-se integrar alguns dos professores que já participaram do projeto e outros que não participaram da primeira experimentação. Além disso, destaca-se a importância da realização de um seminário, cujos participantes seriam os pesquisadores e os professores em formação.

Finalmente, Perrin-Glorian (2009) evidencia três condições para a realização de uma engenharia didática para o desenvolvimento (IDD):

1. Deixar uma certa liberdade de ação ao professor: esta condição já é válida no primeiro nível, mas agora trata-se de definir a sequência de situações com o professor e analisar como o professor adapta o documento que lhe é fornecido.
2. Utilizando os documentos produzidos, os professores devem procurar não reproduzir a história, mas as condições da aprendizagem, a questão essencial para a engenharia didática, sendo como identificar os elementos essenciais para a realização efetiva da atividade.
3. É necessário apoiar-se em uma engenharia didática de primeira geração que possibilite a construção de uma situação fundamental e sua análise.

A engenharia didática de desenvolvimento é, segundo Perrin-Glorian (2009), ao mesmo tempo uma engenharia didática para o desenvolvimento de recursos e para a formação de professores envolvidos no projeto. O tamanho das engenharias é uma questão importante para a engenharia de desenvolvimento e a produção de recursos. Uma situação isolada pode ser desenvolvida facilmente, mas não se pode esperar um efeito positivo na prática dos professores, aliás este tipo de situações pode ter, às vezes, um efeito negativo nos processos de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos. A engenharia de desenvolvimento está fortemente ligada às investigações nos saberes matemáticos necessários aos professores para ensinar a matemática. É neste sentido que ela está ligada à formação.

## **Engenharia dos Domínios de Experiência**

Outro tipo de engenharia foi apresentado por Boero (2009) no artigo intitulado "Os Domínios de Experiência no ensino-aprendizagem: ligar o trabalho escolar com a experiência dos alunos".

O objetivo é estudar engenharias didáticas para crianças entre seis a 14 anos, no campo da didática da experiência. Segundo o autor, essas engenharias constroem um lugar de encontro, na escola, entre a experiência (real ou potencial) dos alunos fora da escola e, em classes avançadas, bem como a experiência matemática familiar e significativa (como no caso da aritmética) por um lado, e a cultura matemática, cujo professor é o responsável e o mediador na classe, por outro.

O termo "engenharia didática" foi usado por Boero em um sentido mais amplo, no que diz respeito à concepção, realização, observação e análise de sequências de ensino sem, no entanto, lhe dar o mesmo status que ele tem na teoria das situações didáticas. Para o autor, a concepção pode ser, por exemplo, a escolha motivada de uma série de situações problema abertas sobre um tema não necessariamente matemático. Seu papel é permitir a mediação (por parte do professor) de ferramentas matemáticas por meio de sua resolução. Quanto à análise, ela pode ser feita de acordo com diferentes perspectivas de teorias que contribuem para o projeto.

Entre vários exemplos apresentados por Boero (2009), destaca-se a constituição do domínio de experiência da Aritmética entre alunos de nove a 11 anos. Segundo o autor, as crianças de nove anos de idade participaram da construção do algoritmo de divisão. Esta construção apoia-se em um encaminhamento progressivo das situações problema, contextualizadas nos domínios de experiência para uma reflexão sobre a natureza da divisão como operação. As crianças de 10 a 11 anos podem chegar a tratar questões teóricas envolvendo conjecturas e provas sobre divisores comuns de dois inteiros consecutivos.

Boero (2004) aponta o papel crucial das atividades no processo de enculturação, nesse processo as atividades (e não os objetos da matemática e de outras disciplinas) são o cerne do trabalho em classe. Os objetos das disciplinas (conceitos, métodos, algoritmos, etc.) emergem das atividades tais como "objetos-em-ato", e o professor pode decidir de torná-los explícitos no momento certo, ou oferecê-los como ferramentas para responder às perguntas que surgem no tratamento de uma situação problema.

Boero considera a Engenharia dos Domínios de Experiência como uma metodologia didática e uma abordagem das disciplinas escolares inspirada na leitura de Vygotsky, em especial no que diz respeito à necessidade de enculturação das crianças, idas e voltas do trabalho escolar na experiência cultural espontânea da criança fora da escola, as contribuições específicas de diversas disciplinas para o desenvolvimento intelectual da criança, a importância transversal da linguagem natural (hipótese vygotskiana sobre as funções da linguagem natural no desenvolvimento do pensamento), e o papel mediador do professor na zona de desenvolvimento Proximal dos alunos. Além disso, o autor acha importante lidar com todas as principais disciplinas do professor, entre outros, ensinar matemática.

De acordo com o autor, a escolha dos eixos norteadores acima reúne duas exigências importantes para os investigadores como para professores e alunos: assegurar um equilíbrio temporal entre as várias disciplinas (evitando um excesso de trabalho em matemática, o que acontece muitas vezes, quando diz respeito apenas à matemática) e garantir a coerência e homogeneidade metodológica do trabalho em classe.

Os projetos de pesquisa dirigidos por Boero foram inspirados por ideias teóricas emprestadas do debate contemporâneo (em matemática, aprendizagem, cultura e ensino), com uma implementação original no que diz respeito à escolha do objeto de estudo durante um período suficientemente longo. Por outro lado, era esperada que as experimentações realizadas nas classes (classes dos professores - pesquisadores que colaboram com a equipe da Universidade, mas também muitas classes dos professores associadas ao grupo de pesquisa e disponíveis para experimento "bem controlado") sejam também portadoras de questionamentos e de novos temas de investigação.

Boero (2009) elenca três razões que justificam a escolha dos Domínios de Experiência (alunos de 6 a 14-15 anos): motivação do aluno; melhor aprendizagem da matemática útil na vida, por meio da aprendizagem de seu uso a partir da realidade; facilidade do surgimento de determinados conceitos (principalmente geométricos) se trabalhados sobre realidades bem selecionadas.

Afinal, o que são Domínios de Experiência? De acordo com Boero (2009), o conceito de "Domínios de Experiência" é uma área da cultura humana que se desenvolve na classe pelo intermédio da ação de mediação do professor que se apoia nos signos, objetos e nas restrições do domínio, visado para guiar, segundo sua cultura e suas intenções, a evolução das práticas e concepções dos alunos sobre esse domínio. Os Domínios de Experiência dizem respeito ao início da escola primária, à realidade extracurricular acessível a todos os alunos (como por

exemplo, a moeda e os preços para seis anos, ou o crescimento de plantas para os alunos de sete anos).

Segundo o autor, em um determinado nível de escolaridade, alguns domínios da matemática (como a aritmética) também se tornaram domínio de experiência para os alunos, que agora têm um extenso repertório de fatos e comportamentos matemáticos para desenvolver seus conceitos.

Vale aqui ressaltar os objetivos principais visados pela equipe de Boero:

1. Supervisionar os processos de ensino e aprendizagem em uma perspectiva unificadora, independente do tema (matemática ou não) abordado. Segundo o autor, os tópicos abordados na classe devem ser importantes do ponto de vista da cultura extraescolar, e pelo menos potencialmente, ressonantes com a experiência do estudante, incluída sua experiência escolar. Assim, admite-se que o estudante, no momento do início da resolução da tarefa, tenha ampla experiência do assunto, ou uma experiência que está sendo construída no trabalho escolar.
2. Na classe, o professor deve gerenciar uma dinâmica de ensino e aprendizagem ao longo de muito tempo, envolvendo, sobretudo, um determinado assunto de estudo, sua experiência cultural e profissional, a experiência cultural de estudantes e algumas restrições e/ou oportunidades que derivam de elementos objetivos que pode-se encontrar ou associar a esse campo (por exemplo, exigências e restrições físicas, objetos materiais específicos do domínio e os sinais desenvolvidos pela cultura para sua representação externa e seu tratamento)
3. Selecionar tópicos de estudo suficientemente amplos (para evitar a fragmentação da oferta cultural aos estudantes), mas também homogêneos (com respeito ao seu tratamento na classe): portanto, temas amplos, mas fáceis de identificar pelos alunos, com um vocabulário que apresenta termos específicos que têm significação unívoca e representações mentais habilitadas sem ambiguidades.
4. Selecionar temas que permitem construir, em um determinado nível escolar, conhecimento importante tanto do ponto de vista do domínio destes temas, quanto do ponto de vista da aprendizagem em uma ou mais disciplinas. Por exemplo, um tema importante, como a transmissão das características hereditárias dos seres humanos, não parece acessível aos alunos da escola primária, enquanto para os alunos de 12 a 13 anos o tema é susceptível de articular muitas questões e preocupações dos estudantes.

A teoria dos Domínios de Experiência foi elaborada no intuito de estudar a relação entre as práticas dos sujeitos, sobretudo, na sua dimensão cultural, e os saberes que eles mobilizem ou constroem. Além disso, visa-se também agir, no quadro escolar, sobre a construção de saberes a partir das relações culturais evidenciadas. A perspectiva cultural leva em consideração também os componentes materiais e simbólicos das atividades, bem como as concepções desenvolvidas pelos sujeitos. A abordagem dos Domínios de Experiência fornece ferramentas para refletir sobre as condições culturais da aquisição de saberes pelos alunos e para proporcionar dispositivos didáticos apropriados. Ela coloca em jogo fatores culturais e questões epistemológicas a propósito dos saberes escolares, bem como questiona a natureza desses saberes do ponto de vista das práticas sociais que lhe são relacionadas, e seus quadros culturais.

De acordo com Douek (2005), um domínio de experiência são essas esferas de atividades socialmente estáveis, e que podem, dependendo do caso, envolver, muitas vezes, vários tipos de práticas e conceitos. Estes últimos podem ser de tipos quotidianos, científicos, ou dos dois no sentido de Vygotsky.

Segundo Douek (2005, p. 265), trata-se de:

- Reconhecer, mesmo que fosse difícil de definir sua fronteira, um domínio da cultura que seja coerente e homogêneo; esse domínio é reconhecível pelas práticas que nele se desenvolvem, pelo saber que nele se estabelece, de forma institucionalizada, as diversas representações simbólicas que nele são usadas, que sejam formalmente estruturadas, esquemáticas ou mais “naturais”.
- Reconhecer os protagonistas envolvidos: os professores e os alunos, a fim de levar em consideração algumas das características de suas práticas e das possibilidades de desenvolvimentos dessas e de seus saberes, no que diz respeito um dado domínio de experiência. (tradução nossa)

Ainda, segundo a autora, “nesta perspectiva, uma análise epistemológica das categorias de práticas culturais, de redes de conceitos desenvolvidas nessas práticas, e suas relações com conceitos do campo escolar, é necessária”(p. 265).

De acordo com Boero (2009, p. 123), o

“Domínio de Experiência” é um domínio da cultura (no sentido de Hatano & Wertsch, 2001), suscetível de atividades em um ou várias disciplinas, coerentes e

homogêneas, reconhecíveis pelas práticas que se desenvolvem e estabilizam em uma determinada comunidade, os conhecimentos que se estabelecem nessas comunidades de uma forma mais ou menos institucionalizada, as diferentes representações simbólicas estão em uso (que sejam formalmente estruturadas, esquemáticas ou mais “naturais”, como no caso dos desenhos, descrições verbais etc). (tradução nossa)

Para o autor, trata-se, para o trabalho escolar nos Domínios de Experiência, de proporcionar aos alunos condições para desenvolver as aprendizagens escolares na base de práticas culturais de referência atualizadas. Para este efeito, ele caracteriza um Domínio de Experiência por três aspectos:

1. O contexto externo desse domínio: restrições da "realidade" – meio mais ou menos materiais, representações simbólicas, regras e usos sociais (a utilização da moeda), etc.
2. O contexto interno do professor, caracterizado por seu conhecimento em relação ao domínio visado (incluindo habilidades didáticas relativas ao domínio), suas práticas e concepções, com a quota de subjetividade e referências culturais.
3. O contexto interno do aluno, caracterizado também por seus conhecimentos, suas práticas e suas concepções, sobre o campo em jogo, com a sua subjetividade e referências culturais.

Segundo Douek (2005), uma das características da Didática dos Domínios de Experiência é ensinar a língua (expressões, leitura e escrita) e a matemática por intermédio de trabalhos longos (de três meses a três anos) que estabelecem, desenvolvem e exploram o domínio de experiência, que, geralmente, envolve diversas disciplinas como a biologia, a história, a geografia, etc.

### **Engenharia didática de PER**

Chevallard (2009b), no seu artigo intitulado “A engenharia didática, um conceito a refundar. Questionamentos e elementos de respostas a partir da TAD<sup>1</sup>”, discute a engenharia didática do PER.

---

<sup>1</sup> Teoria Antropológica do Didático.



Segundo Chevallard (2009b), um ponto de partida poderia consistir em olhar “o método da engenharia didática” como um caso específico que oferece ao investigador as possibilidades únicas “de uma metodologia” da investigação em didática. “A metodologia” refere-se, então, ao que Chevallard chama de praxeologias de investigação, colocadas em jogo em um domínio dado ou em uma pesquisa específica.

Este autor observa que o trabalho coletivo sobre praxeologias de investigação em didática, parece hoje mais necessário do que nunca para combater os efeitos dos caminhos maquinalmente trilhados, ou a quase naturalização dos métodos usados.

Chevallard explica a terminologia “didática de investigação codisciplinar”, descrevendo esse conceito-chave da seguinte forma: “Uma questão Q a ser estabelecida, num sistema didático  $S(X; Y; Q)$  onde X é um coletivo de estudo (uma classe, uma equipe de estudantes, etc.) e Y um grupo (geralmente reduzido, ou mesmo inexistente) de auxiliares e diretores de estudo (professor, tutor, etc.). A finalidade da constituição desse sistema é estudar Q e procurar uma resposta R que satisfaça algumas restrições a priori, confrontando com ‘meios didáticos’ apropriados”.

Chevallard diz que esse trabalho de investigação agrega ferramentas praxeológicas de várias disciplinas, ou seja, é codisciplinar. Segundo o autor, envolver-se numa tal investigação é engajar-se num Percurso de Estudo e Pesquisa (PER<sup>2</sup>) motivado por essa mesma pesquisa. Ele esclarece, ainda, que para desenvolver a resposta R, de fato, é conveniente coletar e organizar um “milieu” de trabalho M, que reúne recursos novos e antigos que X irá usar. Esses recursos, certamente serão “todas” as respostas à Q, validadas por uma instituição particular, e denotada por  $R^\diamond$ . A análise destas respostas deve fornecer materiais para a construção da resposta R, ela será denotada por  $R^\heartsuit$ . Outras obras “O” serão da cultura, qualquer que seja a “dimensão” cultural que fornecem ferramentas para a análise das respostas  $R^\diamond$ , e da construção da resposta esperada  $R^\heartsuit$ . As obras “O” serão parcialmente desenhadas em várias disciplinas, embora algumas sejam “disciplinas” não reconhecidas porque são emergentes ou culturalmente vilipendiadas. Chevallard apresenta o que ele chama de “esquema herbatien” que pode ser observado na seguinte forma condensada por  $(S(X; Y; Q) \rightsquigarrow M) \rightsquigarrow R^\heartsuit$  e, da forma desenvolvida por:  $[S(X; Y; Q) \rightsquigarrow \{R_1^\diamond, R_2^\diamond, \dots, R_n^\diamond, O_{n+1}, \dots, O_m\}] \rightsquigarrow R^\heartsuit$ .

---

<sup>2</sup> Parcours d’Étude et de Recherche

Segundo o autor, a noção de PER permite englobar práticas mais ou menos diferentes das práticas sociais de conhecimento: pesquisa científica, investigação policial ou jornalística, etc. O estudo escolar é, todavia, o que parece ser o menos passível de modelagem em termos de PER e, na verdade, é possível imaginar as formas mais tradicionais de ensino, e dizer que elas requerem uma investigação sobre Q, é o fato de o professor ter lugar em outra cena da classe; ao aluno é oferecido uma resposta pronta  $R^\diamond$ , autenticada pelo professor, que será a resposta  $R^\heartsuit$  da classe: ele deverá estudá-la, como será a resposta  $R^\diamond$  relatada num “milieu” M pela classe X, se os alunos tiveram tempo livre para respondê-lo. Ou seja, esse movimento retrata onde cada cidadão ou grupo de cidadão deve ser capaz de investigar qualquer assunto que escolher e usar as ferramentas praxeológicas de sua formação escolar.

Chevallard relata, que a noção de PER surgiu fora das aulas de matemática, e é isto que levou a uma primeira generalização do princípio essencial de PER codisciplinar, com domínio eventualmente disciplinar ou bidisciplinar associado ao “esquema herbatien”. O autor também enfatiza quatro características que devem ser enfatizadas a partir da noção de PER, associada à investigação codisciplinar:

- O dispositivo do PER levantado a respeito do ensino da matemática é uma importação do dispositivo de TPE (Travaux Personnels Encadrés).
- Nessa importação, a codisciplinaridade é colocada entre parênteses, pois, o PER em questão, está voltado para a “matemática” (que o autor nomeou de PER monodisciplinar), no caso da aula de matemática, podemos falar em “investigações matemáticas”.
- A investigação codisciplinar aberta agrega as ferramentas com o “milieu”, que a priori é qualquer “milieu” M, que pode ser elegível.
- Com relação à questão Q estudada, deve-se levar em conta a generalidade desta questão, ou seja, sua capacidade de gerar outras perguntas.

Chevallard enfatiza, que na pedagogia AER (Activité d’Enseignement et d’Étude) e PER, exige-se que os professores revisem sua relação com o saber matemático. Ele afirma que quando um currículo é construído em torno de uma pedagogia dada, é formada uma infraestrutura educacional, didática/matemática ou matemática/didática, que permite a implementação desta pedagogia. Ele chama de infraestrutura didática as condições de ensino

e restrições que a maioria das organizações matemáticas explora dentro das limitações impostas pelo sistema. Criar uma infraestrutura didática matemática adequada a uma pedagogia AER (ou situações) está fora do alcance de “simples” professores. De acordo com o autor, um projeto como esse exige a mobilização de imensas forças produtivas nessa área. Ele afirma, ainda, que mesmo a infraestrutura adequada ao professor é uma tarefa difícil e rara. Assim, tal dispositivo tem um papel estratégico para a formação inicial e continuada de professores, na medida em que elimina o risco de querer formar professores a partir de um equipamento praxeológico (EP) imutável, o qual deve ser deixado sob a responsabilidade do professor para mobilizá-lo em situações concretas. De outro modo, os EP disponíveis passam a ser objetos questionáveis, a partir das necessidades praxeológicas que se criam no exercício da profissão, e constituindo-se no estudo das questões, problemas ou necessidades, que estão na origem do processo de formação que, por sua vez, levarão a reformulações desses EP disponíveis. O autor (2009a, p. 4) ilustra esta situação com um exemplo de PER para construir uma calculadora gráfica relatada a seguir.

A pergunta Q a estudar é: “como construir uma calculadora gráfica?”, pergunta cujo estudo, segundo o autor, deve provocar o encontro com o essencial das praxeologias geométricas a estudar no colégio. Por exemplo, quando se interroga sobre como construir a raiz quadrada de um número inteiro, pode-se obter uma resposta por meio do teorema de Pitágoras: dado que  $5 = 1 + 4 = 1^2 + 2^2$ , obtém-se a construção medindo-se a hipotenusa de um triângulo retângulo, cujos lados medem 1 e 2. Se existe também  $5 = 9 - 4 = 3^2 - 2^2$ , obtém-se de novo  $\sqrt{5}$  como a medida do segundo cateto de um triângulo retângulo, cujo primeiro cateto mede 2 e a hipotenusa mede 3.

Pode-se buscar resposta às seguintes perguntas: Para quais inteiros estas técnicas “funcionam”? Ou seja, qual é o seu alcance, em outros termos, quais são os números inteiros que podem ser escritos como uma soma ou como uma diferença de dois quadrados? A resposta à segunda pergunta é fácil estabelecer: são os inteiros ímpares (pois,  $2k + 1 = (k + 1)^2 - k^2$ ), bem como os múltiplos de 4 (pois,  $4k = (k + 1)^2 - (k - 1)^2$ ).

Segundo Chevallard (2009a), a resposta à primeira pergunta não é do nível de 4.o de colégio (oitava série do Ensino Fundamental II): a classe deverá eventualmente procurar esta solução em documentos mais avançados para descobrir e compreender (parcialmente) a afirmação, segundo a qual um inteiro é a soma de dois quadrados, apenas se “cada um dos seus fatores primos da forma  $4k + 3$  intervém elevado a uma potência par” (Wikipédia, artigo “Teorema dos dois quadrados de Fermat”, apud CHEVALLARD, 2009a, p. 4).

Chevallard (2009a) assevera que, naturalmente, como num trabalho científico, a classe poderá ser bloqueada pela dificuldade deste resultado. Mas poderá, também, além disso, interrogar-se como estender as técnicas encontradas ao caso dos números decimais não inteiros, por exemplo. Uma pergunta geradora de um PER pode, assim, ser retomada para prolongar o inquérito - ou retomá-la.

O autor esclarecer as razões originais da passagem da noção de AER à noção de PER. Ele examina alguns princípios fundamentais que devem guiar à concepção, construção e realização de um ensino renovado. O primeiro princípio consiste em não procurar realizar AER “isoladas”, visando cada uma “gerar” um (e só um) elemento matemático - tal teorema, tal definição, tal noção, etc. Convém, pelo contrário, autorizar-se a conceber e realizar AER com a finalidade matemática ampla, embora se dando para alvo certos temas ou assuntos do currículo prescrito do ano. Isso não significa que não se deva propor AER “de pequeno porte”, e impor “um corte milimétrico” do matematicamente novo que uma dada AER é suposta fazer descobrir.

Nesta perspectiva, segundo o autor, o programa do ano pode ser estudado por meio de um determinado número de “grandes AER”, esse conjunto de AER pode ser chamado de Percursos de Estudo e de Investigação (PER), e que podem ser divididas em AER no sentido mais usual do termo: um PER aparece então como um verdadeiro “percurso de descoberta” ou “um programa de estudo e de investigação”.

Segundo Chevallard (2009a), a noção de PER codisciplinar pode englobar um amplo conjunto de práticas sociais do conhecimento, como por exemplo, a pesquisa científica, a investigação policial ou jornalística etc.

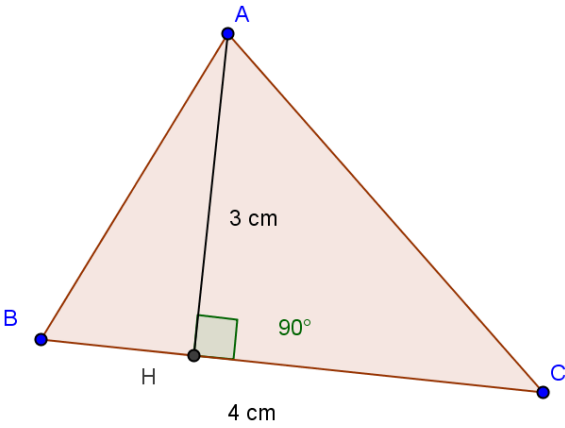
De acordo com Chevallard (2009a), cada estudante ou grupo de estudantes engajado em um PER deve ser capaz de investigar qualquer assunto escolhido usando equipamentos praxeológicos da formação básica que a escola tem proporcionado. O autor salienta que a introdução da noção de PER, na sala de aula de Matemática, leva naturalmente a questão da redefinição de um currículo de Matemática PER, no qual ele examina alguns princípios que devem orientar a concepção, a construção e a realização de um ensino renovado, sendo o primeiro princípio não fazer uma AER isolada, mas pelo contrário, conceber e realizar uma AER matemática abrangente, trabalhando-se com temas específicos ou tópicos do programa do ano.

Quando um currículo se forma em torno de uma pedagogia dada, forma-se também uma infraestrutura didática - aqui didática matemática, ou matemática didática - que permite a aplicação desta pedagogia. Uma pedagogia na qual se espera apenas do professor que expõe aos alunos a matéria a estudar, supõe, assim, uma infraestrutura cujo essencial se reduz às “lições”, ou seja, exposições sobre os diferentes temas e assuntos previstos pelo currículo prescrito. No entanto, segundo Chevallard, mesmo a criação destas exposições não é evidente. Ela é facilitada quando, essencialmente, ela retoma de forma apenas transposta “um texto do saber” elaborado na esfera (matemática) científica. Os objetos matemáticos que compõem seu curso e a sua organização vem de outras fontes. É isto que constitui (em parte) o que Chevallard chama de infraestrutura didática composta por exigências e condições pedagógicas, além das organizações matemáticas que exploram estas condições, e respeitando estas exigências (assim como as condições e exigências próprias da disciplina estudada).

De acordo com Chevallard (2009a), esta infraestrutura supõe fundações que o professor isolado ou em associação com outros professores não pode criar. Ainda, ele aponta que criar uma infraestrutura didática matemática adequada a uma pedagogia das AER, revela-se fora de alcance de “simples” professores, e que é provável que tal projeto suponha a mobilização de imensas forças produtivas na disciplina. Portanto, a infraestrutura matemática adequada a uma pedagogia de professor constitui uma obra difícil e rara.

A título de ilustração, abaixo encontra-se um exemplo discutido por Chevallard (2009a).

### Quadro 1 – exemplo de infraestrutura

<p>Na 5ª série, em relação ao cálculo de área, qual é a melhor redação?</p> <p>1) Área do triângulo ABC:</p> $\frac{3 \times 4}{2} = \frac{12}{2} = 6$ <p>A área do triângulo ABC é de 6 cm<sup>2</sup></p> <p>2) Área do triângulo ABC:</p> $\frac{3 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}}{2} = \frac{12 \text{ cm}^2}{2} = 6 \text{ cm}^2$	
--	--

Fonte: Chevallard (2009a, p. 9)

Segundo Chevallard (2009a), a primeira forma de fazer, omitindo os símbolos das unidades, é incontestavelmente a forma ainda dominante hoje. Ela se justifica, mas não deve de jeito nenhum conduzir a escrita do tipo  $\frac{3 \times 4}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ cm}^2$ , na qual se iguala “grandezas escalares”, aqui  $\frac{3 \times 4}{2}$  e  $\frac{12}{2}$ , a uma “grandeza vetorial”, aqui  $6 \text{ cm}^2$ . Temos por mudança de unidade de medida:  $6 \text{ cm}^2 = 6 \times (10^{-2} \text{ dm}^2) = 0,06 \text{ dm}^2$ . Para o autor, existe uma “álgebra das grandezas” que conduz notadamente a escrever como segue (por exemplo):  $6 \text{ cm}^2 = 6(10^{-1} \text{ dm})^2 = 6(10^{-2} \text{ dm}^2) = \dots$ . Embora seja ainda largamente estranha à profissão, sem dúvida, é esta maneira de fazer que é valorizada pelos novos currículos prescritos do colégio na França.

Segundo ainda Chevallard (2009a), um dos perigos relacionados com a construção de uma didática do inquérito e do PER nas aulas de matemática está no fato da falta de uma infraestrutura adequada. O esforço para “fazer matemática” em termos de PER corre o risco de ser chanfrada sub-repticiamente pela infraestrutura existente, única conhecida e realmente disponível, para uma pedagogia situada em algum lugar entre a pedagogia da exposição do saber e a do encontro arranjado. Este perigo é ainda mais forte, pois chegou-se a uma fase cuja infraestrutura ainda disponível mostra apenas uma paisagem pífia.

No exemplo seguinte, Chevallard (2009a, p. 14) traz elementos de reflexão que atestam o fato elencado acima.

- a) Demonstrar que todo número da forma  $\frac{a}{2^p \times 5^q}$  (com  $a \in \mathbb{Z}$ ,  $p \in \mathbb{N}$ ,  $q \in \mathbb{N}$ ) é um decimal (isto é, que ele admite uma escrita fracionária cujo denominador é uma potencia de 10).
- b) Nota-se  $\frac{a}{b}$  uma fração irredutível que é um decimal (com  $a \in \mathbb{Z}$ ,  $b \in \mathbb{Z}$ ,  $b \neq 0$  ).  
 Demonstre que b pode ser escrito sob a forma  $2^p \times 5^q$ , (com  $p \in \mathbb{N}$  e  $q \in \mathbb{N}$  ).
- c) Enunciar o teorema assim demonstrado nas questões a e b.

De acordo com o autor, a primeira parte leva a estudar casos específicos de números da “forma”  $\frac{a}{2^p \times 5^q}$  ( $a \in \mathbb{N}$ ). Percebe-se, que passar de números “determinados” à forma geral

indicada, constitui um salto alto para alunos da 9ª série do Ensino Fundamental II, pois há aqui, à primeira vista, o risco de uma brutalidade didática caracterizada.

O especialista terá observado que a primeira pergunta supõe apenas instrumentos matemáticos

rudimentares, contudo, mostrar que o número  $\frac{47}{2^3 \times 5^2}$ , por exemplo, é decimal e pode ser feito pondo os fatores 2 e 5 (do denominador) “ao mesmo expoente”, isto é, o expoente maior, que é aqui o de 2, assim, tem-se:  $\frac{47}{2^3 \times 5^2} = \frac{47 \times 5}{2^3 \times 5^3} = \frac{235}{10^3} = 0,235$ .

Vê-se que a aplicação desta técnica sobre a expressão literal  $\frac{a}{2^p \times 5^q}$  gera uma dificuldade, pois, ignora-se qual dos expoentes p e q é maior. É necessário, então, fazer uma distinção de casos, o que decorre de um esquema de pensamento matemático praticamente desconhecido neste nível, ou seja, inventar, de acordo com Chevallard, uma nova técnica, tal como a aplicada a seguir:

$$\begin{aligned} \frac{a}{2^p \times 5^q} &= \frac{a \times (2^q \times 5^p)}{(2^p \times 5^q) \times (2^q \times 5^p)} = \frac{a \times 2^q \times 5^p}{(2^p \times 2^q) \times (5^q \times 5^p)} = \frac{a \times 2^q \times 5^p}{2^{p+q} 5^{p+q}} = \frac{a \times 2^q \times 5^p}{(2 \times 5)^{p+q}} \\ &= \frac{a \times 2^q \times 5^p}{10^{p+q}}. \end{aligned}$$

Teremos aqui, por exemplo:

$$\frac{27}{2^3 \times 5^2} = \frac{27 \times 2^2 \times 5^3}{2^3 \times 5^2 \times 2^2 \times 5^3} = \frac{27 \times 2^2 \times 5^3}{2^5 \times 5^5} = \frac{27 \times 500}{10^5} = \frac{27 \times 5}{10^3} = \frac{135}{10^3} = 0,135.$$

De acordo com o autor, é, sem dúvida, um conteúdo matemático que pode ser objeto de estudo em uma sessão de trabalhos dirigidos, ou, mais exatamente, no âmbito de um PER, como prescrito na proposta curricular (França): “Caracterização dos elementos de D e de Q, quer em termos de desenvolvimento decimal finito ou periódico, quer como quociente irredutível de inteiros (o denominador sendo ou não da forma  $\frac{a}{2^p \times 5^q}$  ( $a \in N$ ))”.

Segundo Chevallard (2009), propor esta atividade como trabalho fora da sala de aula, é perder uma ocasião de fazer com os alunos um trabalho matemático significativo, mas, é também entregar estes alunos a um abandono didático contraproducente para a maioria deles. Todo se

passa como se a preocupação do bom ajustamento das situações didáticas desse lugar a uma anemia didática, que poderia dar espaço a um temor quase permanente.

Do acordo com Chevallard (2009b, p.99), o equipamento praxeológica dependerá do PER determinado em parte pelas decisões adotadas no quadro do inquérito sobre Q. Neste caso, não há realmente uma análise a priori anterior ao funcionamento do sistema educativo  $S(X; Y; Q)$  em que ocorre a investigação. A análise a priori, que na problemática clássica da engenharia didática é a prerrogativa do "engenheiro didático" ou, na melhor das hipóteses, do professor Y, aqui é integrada ao trabalho do sistema didático  $S(X; Y; Q)$  e tornou-se, na "análise in vivo", parte integrante do trabalho exigido pelo inquérito, que determina em grande parte o Percurso de Estudo e Pesquisa em que ele ocorre.

Ainda de acordo com o autor (p. 103), a concepção, construção, e realização de cenários de PER apresentam todos os grandes problemas que as pesquisas em didática da matemática, há muito tempo, identificaram. Alguns desses problemas são a devolução (BROUSSEAU, 2004 apud CHEVALLARD, 2009b, p. 103) e a institucionalização no momento do estudo. Ele (p. 103) assevera que uma institucionalização não desequilibrada por uma forte preferência disciplinar, valoriza outras entidades praxeológicas que participam de diversas "disciplinas" e vão ao encontro com a elaboração no y, como X, de uma relação, muitas vezes, inédita com vários tipos de objetos, presentes ou não na formação escolar habitual.

A engenharia didática para o uso (e para usuário) só pode existir, de acordo com Chevallard (2009b, p. 105), em regra geral, em estreita articulação com a pesquisa. Dito de outra forma, tais produções de tal engenharia didática devem ser olhadas, salvo exceção, como sendo em uma versão "beta" - senão "em versão alpha". No estado de desenvolvimento da pesquisa sobre os PER, Chevallard (2009b) coloca a clínica didática de PER como condição de possibilidade de pesquisa e de engenharia em termos de PER, desenvolvimento marcado pela criação, viabilização e ativação de terrenos clínicos, mediante os quais realizações, observações, experiências podem ser muito bem realizadas, levando em consideração as instituições e as pessoas em causa e atendendo as necessidades de pesquisa de engenharia e necessidades de engenharia a pesquisa.



## Articulação entre as diferentes engenharias

A engenharia didática de primeira geração consiste em determinar dispositivos de ensino comunicáveis e reproduzíveis. Ela agrega algumas das características da pesquisa ação, já que se desenvolvem nela situações de sala de aula nas quais o pesquisador é levado a descrever e analisar os resultados de sua aplicação, tomando os devidos cuidados em relação ao grau de generalidade dos resultados. Já, na engenharia didática da segunda geração, o objetivo é a produção de recursos que podem ser utilizados pelo professor na sua aula, ou para a formação continuada ou inicial de professores, fazendo com que os professores apreendam a matemática, ou a matemática para ensinar a matemática. Nos quadros 2 e 3 algumas das características dessas engenharias são apresentadas.

**Quadro 2** – Engenharias de 1ª e 2ª geração, objetivos e aspectos centrais.

	Objetivo(s)	Aspectos centrais
ED 1ª geração	Elaborar e estudar propostas de transposição didática para o ensino.	Metodologia de pesquisa e produto
ED 2ª geração	Determinar os princípios que comandam a engenharia que se quer transformar em recurso para o ensino regular, e estudar as condições de sua divulgação.	Três funções não independentes: a investigação, o desenvolvimento e a formação de professores por meio da análise. Necessita de vários níveis de construção.

Fonte: autores deste artigo.

As engenharias didáticas de primeira e segunda geração são respectivamente chamadas de Engenharia Didática de Investigação (IDR) e Engenharia Didática de Desenvolvimento (IDD), as quais são descritas algumas de suas características no quadro 3.

**Quadro 3** – comparando IDR e IDD

Engenharias Didáticas de 1ª e 2ª geração	
IDR	IDD
<ul style="list-style-type: none"> <li>Faz emergir fenômenos didáticos para estudá-los;</li> <li>Visa um avanço no resultado de investigação, fazendo uso de experimentações montadas em função da questão de pesquisa;</li> <li>Não há a preocupação imediata em divulgar as situações utilizadas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Produzir recurso (s) para professores ou para a formação de professores.</li> <li>Liberdade de ação para o professor</li> <li>A investigação continua a ser essencial, mas, as questões de investigação não são motivadas, em primeiro lugar, pela ampliação dos quadros teóricos;</li> <li>Baseia-se na engenharia de 1ª geração.</li> </ul>

Fonte: autores deste artigo.

Para Chevallard, a engenharia didática para investigação será considerada engenharia didática para o uso, e a engenharia didática de desenvolvimento como engenharia didática para o conhecimento.

Para ele, a engenharia de formação está relacionada ao tratamento da construção de dispositivos de formação, tendo a necessidade de articular objetivos, métodos e conteúdos. Já a engenharia didática profissional está relacionada a tudo o que diz respeito à produção de recursos educativos, utilizando ou não novas tecnologias, sobretudo, os trabalhos estão baseados em situações que servem de apoio à formação e ao desenvolvimento das competências profissionais. Sintetizamos no quadro três alguns dos aspectos centrais da engenharia de PER.

**Quadro 4 – aspectos centrais de uma Engenharia de PER**

	<b>Objetivo(s)</b>	<b>Aspectos centrais</b>
<b>Percorso de Estudo e de Investigação (PER)</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Categorizar um conjunto de práticas sociais de conhecimento.</li> <li>• Sistema didático: <math>S(X, Y, Q)</math>, sendo Q a questão a ser respondida, X o grupo de estudo e Y a equipe responsável em auxiliar o estudo.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• O conhecimento (matemático), não é algo que é conhecido de antemão, este surgirá durante a investigação, junto às discussões realizadas com os alunos.</li> <li>• Questões geradas a partir de uma PER devem ser tomadas para melhorar a investigação ou retomá-la.</li> <li>• O estudo é um projeto que assume um desenvolvimento em longo prazo (local de aprendizagem muito relevante).</li> <li>• Estabelece níveis de trabalho</li> <li>• Exige dos professores uma revisão de sua relação com o saber.</li> <li>• Um dos perigos relacionados com a construção de uma didática do inquérito e dos PER, em classes de matemática, está no fato de falta de uma infraestrutura adequada.</li> </ul>

**Fonte:** os autores destes artigos.

Boero, diferentemente de Chevallard e Perrin-Glorian, propõe uma engenharia didática voltada ao ensino, em que o principal conceito é o de "domínio de experiência", isto é, com já dito, uma área da cultura humana que se desenvolve na classe pelo intermédio da ação da mediação do professor segundo sua cultura e intenções, a evolução das práticas e concepções dos alunos sobre esse domínio. No quadro quatro, são apresentadas algumas características da engenharia dos Domínios de Experiência.

### Quadro 5 – Aspectos centrais da engenharia dos Domínios de Experiência

	Objetivo(s)	Aspectos centrais
Domínios de experiência	<ul style="list-style-type: none"><li>• Correlacionar as principais disciplinas e ensinar matemática</li><li>• O processo de enculturação nas atividades é o cerne do trabalho em classe</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Inspirado em Vygotsky;</li><li>• Escolha do tema não necessariamente matemático;</li><li>• Permite a mediação (por parte do professor) de ferramentas matemáticas por meio de sua resolução;</li><li>• Análise pode ser feita de acordo com diferentes perspectivas teóricas</li></ul>

Fonte: autores deste artigo.

Artigue (2009) afirma que todas essas engenharias estão voltadas para

a concepção, implementação e avaliação de dispositivos didáticos tendo objetivos bem definidos, e apoiados claramente sobre bases teóricas, e suscetíveis de ser objeto de um discurso tecnológico no sentido da teoria antropológica do didático [...], a implementação tomando lugar em um sistema didático institucional (Escola, IUFM, mas também centro de férias...), com dispositivo principal ou dispositivo auxiliar.(p. 225).

Ainda de acordo com Artigue, essas engenharias têm diversos objetivos: exploração de organizações matemáticas e/ou didáticas, testagem de hipóteses ou de construções teóricas, estudo do funcionamento de sistemas didáticos em dadas condições, produção de recursos (objetos de aprendizagem) para o ensino de um dado tema, construção de dispositivos de formação de professores, acompanhamento ou preparação da evolução de currículos locais ou globais, etc.

Bessot (2009 apud ARTIGUE, 2009, p. 227) evidenciou muito bem a profundidade das relações históricas tecidas entre a engenharia didática da primeira geração e a teoria das situações didáticas (TSD). Ela aponta que a engenharia está no coração do didático<sup>3</sup>, sendo ao mesmo tempo:

- O indispensável instrumento de confrontação da ciência didática com a contingência;
- O instrumento e o objeto das observações;

---

<sup>3</sup> Chevallard (2009b, p. 89-90) dá a seguinte definição ao termo “o didático”: Digamos que, em uma situação institucional dada, há “o didático” quando uma instância U (pessoa ou instituição) da situação quer fazer (ou faz) algo - “um gesto didático” - para que alguma instância V (pessoa ou instituição) se modifique de uma maneira desejada em sua relação com alguma obra ♥.

- e o meio de elaboração e de difusão de seus resultados para os professores e o público.

Bessot (2009, apud ARTIGUE, 2009, p. 227) destaca, ainda, a importância da articulação de três abordagens:

- uma abordagem pela articulação de situações por cadeias” lógicas (a dependência dos saberes),
- uma abordagem pela aproximação de situações por sua semelhança semântica,
- uma abordagem pela articulação de situações pelo encadeamento dos questionamentos associados.(tradução nossa)

Esta autora aponta a necessidade da primeira e terceira articulações para permitir controlar a possibilidade de transformar as causas em razões do saber, enquanto que a segunda vem da necessidade de conceber as causas da aprendizagem.

Bessot (2009 apud ARTIGUE, 2009, p. 27), falando da distinção entre as causas e as razões do saber, declara:

O fundamento da engenharia didática não é somente conceber causas de aprendizagem de um saber, isto é, situações, mas também causas pertinentes com relação às razões do saber, ou seja, situações que tornam possível uma transformação das causas em razões. (tradução nossa)

Um dos pontos importantes da engenharia didática (de primeira geração e de segunda geração) é o controle, momento em que é imprescindível levar em consideração os seguintes elementos apontados por Perrin-Glorian (2009 apud ARTIGUE, 2009, p. 229):

a pertinência epistemológica das situações e sua sucessão; o jogo das variáveis didáticas que permite o ressurgimento dos problemas; o potencial didático teórico do “milieu” inicial para a ação do aluno para a ação conjunta do professor e do aluno.(tradução nossa)

Chevallard (2009b), como visto na parte deste artigo que trata da engenharia de PER, tinha por objetivo principal a refundação da engenharia didática, apoiando-se na noção de PER. Segundo Artigo (2009), no seu projeto de refundação, Chevallard (2009b) distinguiu três

problemáticas: problemática de base, problemática possibilista e problemática primordial, que foram definidas da seguinte forma:

- Problemática de base: Sendo dado um conjunto de condições e restrições, pesando sobre tal instituição ou tal pessoa, sob quais conjuntos de condições essa instituição ou essa pessoa poderia integrar ao seu equipamento praxeológica tal entidade praxeológica designada?
- Problemática possibilista: Sendo dado um conjunto de condições e de restrições de que tal instituição ou tal pessoa é submetida, a quais sistemas praxeológicos é possível que essa instituição ou essa pessoa tenha acesso?
- Problemática primordial: Sendo dado um projeto de atividade no qual tal instituição ou tal pessoa pensa em se engajar, qual é para esta instituição ou esta pessoa, o equipamento praxeológico que pode ser julgado indispensável ou simplesmente útil na concepção e no cumprimento desse projeto? (CHEVALLARD, 2009b apud RTIGUE, 2009, p. 230, tradução nossa)

Segundo Artigue (2009), pode-se perceber a distancia que se instaura com a engenharia didática baseada na teoria das situações didáticas “desde que passamos da primeira à segunda das problemáticas em que, em termos de PER, quando se passa de PER disciplinares finalizados a PER codisciplinares abertos” (p. 230). A diferença é nítida nos PER codisciplinares abertos, devido à ausência da finalização da praxeologia, mas também nos PER finalizados no que diz respeito ao “milieu” e “a mesogênese, ao espaço reservado às respostas culturais acessíveis às questões de estudo, no que diz respeito, também, mais globalmente, o que se procura aperfeiçoar e controlar por intermédio da engenharia didática” (ARTIGUE, 2009, p.230-231). Uma diferença reside também na ausência da análise a priori na engenharia de PER, essa análise é fundamental nas engenharias didáticas de primeira e segunda geração.

No que diz respeito à engenharia dos Domínios de Experiência, Boero (2009) aponta uma oposição entre sua abordagem e a teoria das situações didáticas, focando especificamente a dimensão de aculturação que, para ele, não seria levada em consideração na TSD. Para Artigue (2009, p.233) é uma visão minimalista da TSD, pois,

De um lado, a tomada em conta da dimensão da aculturação é, para aqueles que entram em contato com a teoria das situações, menos visível do que a dimensão de aprendizagem por adaptação. Por outro, é por intermédio dos desenvolvimentos teóricos mais recentes como os em termos da teoria da ação, por exemplo, já

mencionados, que será possível chegar a um nível de sofisticação teórica capaz de levar em consideração a complexidade desses processos de aculturação. (tradução nossa)

A intenção, neste artigo, é trazer à tona as discussões recentes em torno da noção de Engenharia Didática. Portanto, espera-se que a proposta de mostrar com profundidade o conceito de Engenharia neste trabalho tenha sido atingida. O presente estudo foi realizado sobre esta noção, que tem, de acordo com Artigue (2009, p.236), uma “dimensão fundadora para nossa comunidade”. Acredita-se, também, com este trabalho ter levado a percepção de quanto a noção de Engenharia Didática evoluiu e tem se diversificado nos últimos trinta anos, além da compreensão da razão de ser esta metodologia na história da Educação Matemática. Portanto, há concordância com Artigue (2009, p.237), quando afirma que o estudo permitiu

[...] determinar o que, para nós, está no coração desta noção, o que queremos conservar nela no esforço de refundação necessária, e pensar também as adaptações e articulações a trabalhar, para organizar a diversidade das formas existentes e chegar a expressar, por intermédio de um objeto refundado, uma concepção compartilhada do *design* didático.

## Referências

ARTIGUE, M. **Ingénierie Didactique. Recherches en Didactique des Mathématiques.** Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 9.3, p. 281-308, 1998.

ARTIGUE, M. L'ingénierie didactique: un essai de synthèse. in Margolinas et all.(org.): En amont et en aval des ingénieries didactiques, XV<sup>a</sup> École d'Été de Didactique des Mathématiques – Clermont-Ferrand (PUY-de-Dôme). **Recherches em Didactique des Mathématiques.** Grenoble : La Pensée Sauvage, v. 1, p. 225-237, 2009.

BESSOT, A. L'ingénierie didactique au coeur de la théorie des situations. in Margolinas et all.(org.) : En amont et en aval des ingénieries didactiques, XV<sup>a</sup> École d'Été de Didactique des Mathématiques – Clermont-Ferrand (PUY-de-Dôme). **Recherches em Didactique des Mathématiques.** Grenoble : La Pensée Sauvage, v. 1, p. 29-56, 2009 .

BOERO, P. Les domaines d'expérience dans l'enseignement – Apprentissage des mathématiques: Lier le travail scolaire à l'expérience des élèves, *in* Margolinas et all.(org.) : En amont et en aval des ingénieries didactiques, XV<sup>a</sup> École d'Été de Didactique des Mathématiques – Clermont-Ferrand (PUY-de-Dôme). **Recherches em Didactique des Mathématiques**. Grenoble : La Pensée Sauvage, v. 1, p. 111-148, 2009.

BROUSSEAU, G. Premières notes sur l'observation des pratiques de classes. **Journée VISA**, INRP, 2008. In: <<http://visa.inrp.fr/visa/reseau/seminaires/journees-inaugurales-14-et-15-mai-2009-1/premieres-notes-sur-lobservation-des-pratiques-de-classe>> (acesso, 06/07/2010)

CHEVALLARD, Y. **La notion de PER**: problèmes et avancées, 2009a, In: <[http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/La\\_notion\\_de\\_PER\\_problems\\_et\\_avancees.pdf](http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/La_notion_de_PER_problems_et_avancees.pdf)>.

CHEVALLARD, Y. La notion d'ingénierie didactique, un concept à refonder. Questionnement et éléments de réponses à partir de la TAD. *in* Margolinas et all.(org.) : En amont et en aval des ingénieries didactiques, XV<sup>a</sup> École d'Été de Didactique des Mathématiques – Clermont-Ferrand (Puy-de-Dôme). **Recherches em Didactique des Mathématiques**. Grenoble : La Pensée Sauvage, , v. 1, p. 81-108, 2009b.

DOUEK, N. Une caractérisation de la conceptualisation, son utilisation pour la conception, la gestion et l'analyse de situations de la didactique des domaines d'expérience. In Castela e Houdement (orgs.) **Actes du séminaire national de didactique des mathématiques**, ARDM e IREM de Paris 7, p. 263-284, 2005.

PERRIN-GLORIAN, M. J. L'ingénierie didactique à l'interface de la recherche avec l'enseignement. Développement des ressources et formação des enseignants. *in* Margolinas et all.(org.): En amont et en aval des ingénieries didactiques, XV<sup>a</sup> École d'Été de Didactique des Mathématiques – Clermont-Ferrand (PUY-de-Dôme). **Recherches em Didactique des Mathématiques**. Grenoble : La Pensée Sauvage, v. 1, p. 57-78, 2009.