
Acciones del profesor que favorecen el desarrollo de la actividad demostrativa

Ivon Vanessa Pinzón Escobar
ivon084@gmail.com

José Antonio Rodríguez Suárez
antonio82rs@gmail.com

Carmen Samper
csamper@pedagogica.edu.co

Universidad Pedagógica Nacional
Trabajo de Investigación de Maestría (en desarrollo)- UPN

Resumen. El presente escrito es la descripción de un trabajo llevado a cabo para optar por el título de Magister en Docencia de las Matemáticas, cuyo objetivo principal es determinar acciones del profesor que favorecen el desarrollo de la actividad demostrativa en el aula. En primer lugar, se presenta un marco conceptual relacionado con la actividad demostrativa, las acciones del profesor y el uso de herramientas de mediación; en segundo lugar, se describen algunas tareas llevadas al aula, sus objetivos y cómo estas tareas pueden dar lugar a las acciones y procesos propios de la actividad demostrativa; en tercer lugar, se presenta parte del análisis de los protocolos de clase que se ha desarrollado; por último, se plantean algunas conclusiones frente a los resultados obtenidos.

Palabras-Clave. Actividad demostrativa, acciones del profesor, herramientas de mediación.

1. Presentación

El trabajo de grado aquí descrito se vincula a la propuesta del grupo Aprendizaje y Enseñanza de la Geometría de la Universidad Pedagógica Nacional, pues el enfoque principal es cómo propiciar la actividad demostrativa en el aula escolar. Nos interesa analizar el papel del profesor para favorecer el desarrollo de las acciones propias de la actividad demostrativa. Para el desarrollo de este estudio, se diseñó un conjunto de tareas, que requerían para su solución el uso de geometría dinámica, relacionadas con el concepto de cuadrilátero, que se aplicaron a un grupo de estudiantes de grado noveno.

El problema de investigación que se intenta abordar se justifica desde dos hechos. El primero es que tanto en los lineamientos curriculares como en los estándares básicos de competencias en matemáticas se destaca la importancia del desarrollo de la competencia argumentativa como medio apropiado para validar y rechazar conjeturas, y avanzar en el camino hacia la demostración (Ministerio de Educación Nacional, 2003). Al respecto, hay algunas investigaciones que muestran que en diferentes grados de escolaridad esto es posible. Para entender promover el desarrollo de esta competencia, es importante tener una idea amplia de demostración, que permita propiciarla en cualquier grado. El segundo es que existen investigaciones que destacan que estudiantes de diferentes grados de la educación básica pueden construir discursos de índole argumentativa, dependiendo del tipo de mediación llevada a cabo por el docente junto con un adecuado diseño didáctico (Pinzón Escobar & Rodríguez Suárez, 2006), por un lado, y de lo que en el aula se acepte como prueba y como demostración (Stylianides, 2007), por otro lado.

2. Marco teórico

Los tres elementos que sustentan el estudio que se está reportando son: el constructo actividad demostrativa, las acciones del profesor para propiciar esa actividad y el uso de herramientas de mediación en el aula.

2.1 Actividad demostrativa

La actividad demostrativa se entiende como el conjunto de acciones que una persona lleva a cabo para descubrir y validar un hecho geométrico, respetando las condiciones establecidas por el grupo ante el cual se hace esa validación. Las acciones son producto de un proceso de razonamiento que se hace explícito ya sea a través de una acción concreta (contar, medir, graficar, etc.) o a través de una situación comunicativa (explicar, argumentar, etc.). Se agrupan las acciones en dos procesos de acuerdo con la intencionalidad: acciones heurísticas para el proceso de conjeturación y acciones discursivas para el proceso de justificación. Dentro de las heurísticas, aquellas que sigue una persona para resolver un problema, encontramos la visualización, la exploración, la formulación de conjeturas y la verificación. En cuanto a las acciones discursivas, comunicaciones de los estudiantes que tienen como fin buscar la validez de una conjetura, se definen la explicación, la prueba y la demostración formal (Perry, Camargo, Samper, & Rojas, 2006). A continuación nos referiremos a cada una de las acciones y procesos que conforman la actividad demostrativa.

Proceso de conjeturación. Las acciones que se pueden realizar son:

- Visualización. Ésta se entiende como una acción que, a diferencia del simple hecho de observar, involucra el establecimiento de relaciones que permitan identificar propiedades específicas de un objeto geométrico. Es decir, un objeto geométrico se

distingue a partir de las unidades figurales que lo componen y de la identificación de las propiedades relevantes entre ellas. En este sentido, la acción de visualizar potencia la construcción (o reconstrucción) de definiciones, pues se genera o se evoca una imagen mental del concepto.

- Exploración. Con esta acción se verifican propiedades y relaciones perceptuales con el uso de una herramienta de mediación como regla y compás o geometría dinámica que permite al sujeto estudiar los objetos geométricos, por medio de otras acciones como medir, comparar, clasificar y arrastrar.
- Generalización y formulación de conjeturas. A partir de las acciones de visualización y exploración, el sujeto encuentra algunas propiedades que comprueba empíricamente por medio de la exploración; ello lo lleva a formularlas de manera general. En esta acción, los procesos discursivos juegan un papel fundamental; empiezan a interactuar tres tipos de registro: el figural, el matemático y el discursivo (Duval, 1999).
- Verificación. Esta es la acción donde el sujeto comprueba la validez de las conjeturas elaboradas poniendo en juego los conocimientos que posee y los elementos que brinda la herramienta de mediación, para realizar otra exploración.

Proceso De Justificación. Dentro de éste encontramos:

- Explicación. Corresponde a un proceso discursivo que se apoya principalmente en la figura y en las acciones específicas que se hicieron sobre ella; es decir, los argumentos se basan en las percepciones, sólo sirven para algunos casos y son expresados en lenguaje natural.
- Prueba. Es un discurso que se basa en las acciones realizadas sobre una figura específica, considerada como representante de una clase de figuras. Esta situación hace que las propiedades y relaciones dependan exclusivamente de dicha figura y el proceso llevado a cabo no sea suficientemente riguroso por la falta de generalidad. Así mismo, puede que el argumento presentado se haya desarrollado usando un sistema teórico local, reducido, en el cual se asumen como postulados hechos geométricos que son teoremas en un sistema axiomático de la geometría euclidiana. Es un argumento más estructurado que la explicación.
- Demostración Formal. Es un proceso en el que se lleva a cabo un proceso deductivo de encadenamiento de proposiciones usando esquemas lógicos válidos y elementos del sistema axiomático en el cual se establece la conjetura, que permiten llegar a la conclusión deseada. No es necesario remitirse a una figura específica y se privilegia el lenguaje matemático.

2.2 Acciones del profesor

Teniendo en cuenta que la actividad demostrativa en el aula no emerge de manera autónoma y en cualquier ambiente de aprendizaje, es necesario que el profesor lleve a cabo acciones que tengan como objetivo propiciar un ambiente adecuado. Es decir, los profesores tienen doble responsabilidad con respecto al aprendizaje; en este caso no solamente tienen que apoyar a los estudiantes en el desarrollo de la actividad demostrativa sino que deben generar experiencias de aprendizaje que los lleven a justificar sus acciones haciendo uso de las herramientas de mediación y de sus conocimientos previos. Así, las acciones del profesor pueden organizarse en cuatro grupos, dependiendo de su intención (Samper, Camargo y Perry, 2006).

*Tendientes a la formación de una comunidad de práctica*¹. Se refieren a las acciones que el profesor ejecuta con la intención de crear las condiciones adecuadas en el aula, para lograr una identidad en términos de las normas que rigen los actos en el aula, las prácticas que posibilitan el aprendizaje y la enseñanza, las expectativas y compromisos inmersos en las prácticas. Con este conjunto de acciones, el profesor busca que los estudiantes posean información necesaria para participar como miembros productivos de la comunidad de práctica.

Tendientes al inicio y consolidación de una práctica discursiva. Corresponden a la participación directa del profesor en la construcción del discurso de la comunidad de práctica y con las acciones que impulsan el desarrollo de dicho discurso. Están relacionadas con las acciones de los estudiantes; por ejemplo, aclara, precisa, realimenta o comenta las producciones de éstos, concreta resultados parciales, incentiva la participación y la discusión de los estudiantes, institucionaliza, entre otras.

Tendientes a la formación de miembros activos de una comunidad de práctica de indagación matemática. Estas acciones están encaminadas a generar un cambio en la participación de los estudiantes, llevándolos a desarrollar prácticas matemáticas propias de la comunidad que se pretende consolidar. En este caso, el profesor puede invitar, tanto de manera directa como indirecta, a los estudiantes a participar, solicitar la búsqueda y sustentación de la validez y la verdad, abrir espacios para proponer y defender posiciones distintas, entre otras.

2.3 Herramientas de mediación en el aula

¹ Ésta se entiende como la comunidad formada por los estudiantes donde el profesor tiene condición de miembro de esta comunidad como el representante de la disciplina de las matemáticas (Yackel y Cobb, 1996. Citado por Stylianides 2007)

El ambiente de aprendizaje debe tener en cuenta varios aspectos; uno de ellos tiene que ver con las herramientas de mediación que se utilizan en el aula. En este caso nos referiremos específicamente al papel que juega la geometría dinámica en las acciones de la actividad demostrativa. Diversas investigaciones (Perry, Camargo, Samper, & Rojas, 2006; Laborde, 2001) han confirmado que la geometría dinámica proporciona elementos y experiencias para que emerja y se desarrolle la actividad demostrativa en el aula. Las principales características del entorno Cabri están relacionadas, por un lado, con la coexistencia de elementos de dibujo puro y elementos geométricos; y por otro, con la manipulación directa del dibujo. Es decir, si se desplaza uno de los elementos base del dibujo, éste se deforma respetando las propiedades geométricas que han servido para su trazado y las que se derivan de ellas (Laborde, 1996); en este sentido, el entorno impulsa a los estudiantes a realizar o reproducir construcciones establecer relaciones, deducir propiedades y determinar condiciones suficientes que no se basan sólo en apreciaciones visuales; en pocas palabras, la representación y el estudio de una situación es rigurosa, pues aún con el arrastre, se deben conservar las propiedades construidas o detectadas. El desplazamiento por manipulación directa es el componente que ofrece la retroacción a las acciones del alumno o sea, que el entorno permite la experimentación para verificar propiedades o relaciones.

3. Diseño metodológico

Para llevar a cabo este estudio, se escogió un grupo de 16 estudiantes de grado noveno de un colegio de carácter privado. Los estudiantes se organizaron en siete grupos; cada grupo tenía un computador con el software Cabri y una guía de las actividades que se realizarían. La implementación se hizo durante tres días, 90 minutos cada día. Las sesiones tenían momentos de trabajo en grupos y de socialización de los resultados obtenidos en cada grupo.

- Para recoger los datos, se contó con dos cámaras de video y una grabadora de audio. Para diseñar la tarea, se tuvieron en cuenta los siguientes aspectos:
- Debía propiciar la actividad demostrativa.
- Debido al contenido involucrado en la tarea, era importante determinar cuál era el concepto que tenían los estudiantes de los diferentes cuadriláteros.
- Como los estudiantes no habían trabajado con geometría dinámica, era necesario dar a conocer diferentes herramientas de Cabri.

Teníamos como hipótesis que el uso de la geometría dinámica facilitaría la emergencia de las acciones propias de la actividad demostrativa.

A continuación se presentan dos de las actividades diseñadas con los respectivos objetivos que orientaron su aplicación; es importante señalar que uno de los objetivos que estuvo

presente en todas las actividades fue dar a conocer diferentes herramientas de geometría dinámica.

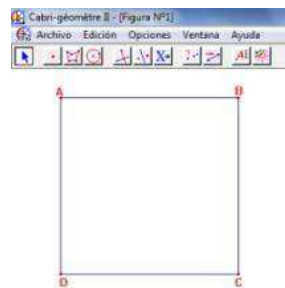
Actividad N°1

Objetivos

- Favorecer el reconocimiento de propiedades de cuadriláteros, específicamente del cuadrado.
- Fomentar el desarrollo de la *visualización*.
- Promover la *exploración* como herramienta para comprobar propiedades identificadas visualmente.

Primera Tarea. Construya un cuadrado KLMN en una hoja en blanco y luego describa el proceso que siguió.

Segunda Tarea. Mencione las propiedades de la figura que observa en la pantalla.



¿Cómo puede comprobar que su afirmación es correcta

Comentario: Se introducen las herramientas medida de segmentos, medida de ángulos y la función arrastre. La definición de cuadrado quedará establecida sino no se ha hecho antes.

Tercera Tarea. Utilizando la función arrastre, mueva cada vértice de la figura dada. ¿Qué ocurrió al mover cada punto? ¿Qué propiedades de las mencionadas se mantienen? ¿Cuáles cambian?

Comentario: La figura parece ser un cuadrado pero en realidad sólo los ángulos B y D son rectos y los lados \overline{AD} y \overline{DC} son congruentes.

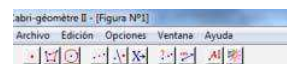
Cuarta Tarea. Construya un cuadrado JKLM, usando las herramientas “segmento”, “perpendicular”, “compás”, “etiqueta” y “ocultar/mostrar”. Describa su proceso de construcción.

Actividad N°2

Objetivos

- Favorecer el reconocimiento de propiedades de cuadriláteros y relaciones entre diferentes tipos de cuadriláteros.
- Promover la formulación de *conjeturas* a partir de la construcción y exploración de cuadriláteros.
- Impulsar la explicación y justificación de las conjeturas haciendo uso de las herramientas del programa Cabri.

Primera Tarea. Construya el punto medio del lado RS y nómbrelo X, el punto medio del lado ST y nómbrelo Y, el punto medio del lado TU y nómbrelo Z, y, el punto medio del lado UR y nómbrelo W.



Construya el cuadrilátero XYZW.

Segunda Tarea.

$\square RSTU$	PROPIEDADES	$\square XYZW$	PROPIEDADES

Complete la siguiente tabla:

Tercera Tarea. Escriba una conjetura usando los resultados obtenidos en la tabla.

4. Análisis de datos

El proceso de desarrollo del análisis de datos se llevó a cabo en cinco etapas que describimos a continuación, proveyendo en cada caso un ejemplo de lo realizado.

4.1 Análisis de las tareas propuestas

Las tareas que se pueden diseñar para el entorno Cabri se dividen en dos categorías: problemas de producción de dibujos o problemas de demostración (Laborde, 1996). Bajo estas consideraciones, la actividad N°1 pretendía en primer lugar, familiarizar a los estudiantes con el entorno de geometría dinámica, y destacar las diferencias entre el trabajo con papel y lápiz y el realizado en el entorno Cabri; en segundo lugar, se buscaba promover la visualización y la exploración desde la perspectiva de la actividad demostrativa. Las respuestas de los estudiantes a la primera y segunda tarea, permitieron evidenciar el concepto que tenían de cuadrado. Con la tercera tarea los estudiantes se dieron cuenta que algunas de las propiedades que se asumen como válidas para la figura en el papel, en el entorno Cabri cambian, lo que los obligó a observar geoméricamente la figura, dando lugar

a la acción de visualización. Esto los preparó para la construcción de la cuarta tarea y la exploración para establecer relaciones y así obtener y garantizar ciertas propiedades.

4.2 Selección de segmentos del video

Se identificaron segmentos de video en los que se reconoció, en primer lugar, las acciones heurísticas realizadas por los estudiantes y en segundo lugar, sus procesos de justificación. Se transcribieron esos fragmentos para luego clasificar las acciones del profesor.

SEGMENTO 2. Exploración-Grupo 5.

	<i>Profesor</i>	¿Me dejas ver? [La estudiante mueve el computador para que el profesor pueda ver.] Cuando mueves el [punto] A, se agranda o se achica, dices tú. Correcto. [Mientras tanto el profesor observa lo que hace la estudiante en el computador]. ¿Con los demás puntos? ¿Qué pasa cuando mueves [punto] B, Mónica?	A7a C1c A9a
2.	<i>Mónica</i>	Se tuerce. [A la vez arrastra el punto B]	
3.	<i>Profesor</i>	¿Se tuerce?	C5a
4.	<i>Mónica</i>	¡Ah! No. Mentiras. Cambia la longitud de este lado AB. [Señala el lado AB con el dedo en la pantalla del computador]	
5.	<i>Profesor</i>	¿Hay alguna otra manera en que puedas describir lo que pasa ahí? Geométricamente hablando, que no sea	C5b
6.	<i>Milena</i>	Cambia la longitud de BC.	
7.	<i>Mónica</i>	Que el ángulo...	
8.	<i>Milena</i>	A y C	
9.	<i>Mónica</i>	Bueno sí, que el ángulo A y el ángulo C cambian. [Continúan arrastrando la figura.]	
10.	<i>Profesor</i>	Eso lo registras. [El profesor se retira y Milena escribe en la hoja mientras que Mónica sigue arrastrando la figura]	B8a
11.	<i>Milena</i>	[Para de escribir y pregunta:] ¿B también cambia?	
En esta parte, las estudiantes continuaron discutiendo en relación con la tarea propuesta.			

4.3 Identificación de las acciones del estudiante

Para cada segmento, se destacaron las partes del protocolo que permitían clasificar al segmento como un momento en el que se desarrollaba alguna de las acciones de la actividad demostrativa.

4.4 Identificación de las acciones del profesor

Usando la lista de acciones del profesor identificadas por Perry, Samper y Camargo (2006), buscamos encontrar cuáles fueron las que propiciaron las acciones del estudiante ya identificadas. Para esto, en la tercera columna de la transcripción, se iba agregando un código que identifica una acción particular. Por ejemplo para el código A7a: **A** corresponde al primer grupo de acciones: *tendientes a una comunidad de práctica*; **7** es la séptima acción de esta categoría: *se informa sobre las acciones realizadas por los estudiantes al abordar una tarea durante el trabajo individual realizado en clase*; y **a** es el objetivo de esta acción: *hacerse una idea de lo que está entendiendo el estudiante*. A la vez, se depuró la lista de acciones, eliminando las que no eran aplicables a la situación y se añadieron acciones que no aparecían en la lista.

ACCIONES DEL ESTUDIANTE	ACCIONES DEL PROFESOR
Arrastra los vértices del cuadrilátero.	Pide al estudiante describir los cambios que encuentra al arrastrar un punto.
Describe el cambio de medida de lados y ángulos.	Reformula la instrucción dada en la tarea.
Identifica propiedades invariantes de la figura.	Solicita que se expresen usando términos geométricos.

4.5 Análisis de la relación acciones del profesor- acciones del estudiante

Se trata de determinar si alguna acción del profesor produce una reacción del estudiante que se traduce en alguna de las acciones de la actividad demostrativa. Por ejemplo, cuando estaban realizando la Actividad N°1-Tercera Tarea, el profesor inicia con una pregunta con la que pretende informarse sobre las acciones que desarrolló el estudiante para hacerse una idea de lo que está entendiendo [renglón 1] y éste responde repitiendo lo que hizo [renglón 2]. Acto seguido, el profesor lo incentiva a continuar participando y a realizar una exploración con Cabri de otros objetos geométricos involucrados en la situación que el estudiante no mencionó, tanto para apoyarlo en la comunicación de sus ideas como para impulsar a la exploración. El profesor constató que el estudiante utilizó el arrastre para verificar las propiedades percibidas visualmente cuando formuló la conjetura. Se evidencian dos hechos importantes que llevan a que el estudiante explore: la solicitud directa en la tarea y la petición que hace el profesor de mostrar lo que ocurre al mover cada punto. Cabe aclarar que como consecuencia de la interacción del profesor con el estudiante, él explora la situación completamente, por iniciativa propia.

5. Conclusiones

- Sobre el uso de geometría dinámica, se puede decir que permite que los estudiantes identifiquen propiedades relevantes en la construcción de figuras geométricas que no se perciben cuando se hace un dibujo en el papel.
- La herramienta arrastre da lugar a la necesidad de una justificación que no se limita al uso de la medida sino que implica el establecimiento de relaciones entre unidades figurales, dando lugar a acciones como la visualización y la exploración.
- El tipo de tareas es determinante, en la medida que involucre preguntas e instrucciones con las que el estudiante vea la necesidad de observar geoméricamente las figuras, realizar construcciones haciendo uso de propiedades relevantes y necesarias, establecer conjeturas y comprobar la validez de sus afirmaciones.
- Dentro de las acciones del profesor cobran vital importancia, en primer lugar, diseñar actividades con las que se propicia que los estudiantes realicen las acciones heurísticas; en segundo lugar, generar en los estudiantes la necesidad de justificar sus acciones y en tercer lugar, crear espacios de comunicación y diálogo.

Referencias bibliográficas

- Laborde, C. (1996). Cabri-Geómetra o una nueva relación con la geometría. En L. Puig, & J. Calderon, *Investigación y didáctica de las matemáticas* (págs. 67-85). Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.
- Ministerio de Educación Nacional. (2003). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas.
- Perry, P., Camargo, L., Samper, C., & Rojas, C. (2006). *Actividad demostrativa en la formación inicial del profesor de matemáticas*. Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia: Nomos S.A.
- Pinzón Escobar, I. V., & Rodríguez Suárez, J. A. (2006). *Construcción de pruebas y argumentos en estudiantes de grado quinto*. Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Samper, C., Camargo, L., & Perry, P. (2006). *Geometría Plana: Un espacio de aprendizaje*. Reporte de Investigación Presentado al CIUP, Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá.
- Stylianides, A. (2007). Proof and proving in school mathematics. *Journal for research in mathematics education*, 38 (3), 289-321.

Volver al índice
Mesas Temáticas