http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2013v8n1p156

Conhecimento de geometria e perspetivas de professores do 1º ciclo do ensino básico[1] sobre o seu ensino

Geometry's knowledge and teachers' perspectives of the 1st basic education's cycle about its teaching

Floriano Viseu[2]

fviseu@ie.uminho.pt

Luís Menezes[3]

menezes@esev.ipv.pt

Júlia Almeida[4]

jufatal@gmail.com

Resumo

Este estudo foca o conhecimento de conteúdo de Geometria de professores do 1.º ciclo do ensino básico portugueses e as suas perspetivas sobre o ensino deste tema nos primeiros anos de escolaridade. Os dados foram recolhidos através de um teste sobre tópicos de Geometria e de um questionário, que foi respondido por 14 professores. O estudo revela que os professores têm acentuadas dificuldades em tópicos como transformações geométricas, propriedades da mediatriz e dos quadriláteros e também na determinação dos valores das grandezas área e volume. Sobre as perspetivas relativas ao ensino de Geometria, a maioria dos professores valoriza estratégias de ensino centradas na sua própria atividade e na repetição de exercícios pelos alunos. Para ultrapassarem dificuldades que os alunos apresentam na aprendizagem de tópicos de Geometria, alguns professores agrupam esses alunos com outros que revelam melhor compreensão, enquanto outros recorrem à repetição de exercícios. As dificuldades e limitações que os professores revelam no seu conhecimento de conteúdo matemático sobre tópicos da Geometria elementar refletem-se acentuadamente nas suas perspetivas sobre o ensino e aprendizagem da Matemática.

Palavras-chave: Conhecimento do conteúdo de Geometria. Professores. Primeiros anos de escolaridade.

[1] O sistema de ensino português contempla 12 anos de escolaridade até ao ensino superior. Os primeiros nove correspondem ao Ensino Básico (EB) e os três últimos ao ensino secundário (ES). O EB é formado por três ciclos de ensino: o primeiro de quatro anos (com professor único), o segundo de dois anos e o terceiro de três anos.

[2] CIEd – Universidade do Minho.

[3] CI&DETS – Escola Superior de Educação de Viseu.

[4] Escola EB2, 3 Abel Salazar.

Abstract

This study focuses on the content knowledge of geometry of portuguese primary school teachers and on their perspectives on the teaching of this subject in the early years of schooling. The data was collected through a test on topics of Geometry and through a questionnaire that was answered by 14 teachers. The study reveals that teachers have pronounced difficulties in topics such as geometric transformations, bisector properties and quadrilaterals and also in the determination of values of the area and volume. About the perspectives concerning the teaching of geometry, many of the teachers, appreciate centred teaching strategies in their instructional activity and exercise repetition by the students. To overcome the difficulties that students have in learning geometry topics, some teachers associate these students with others that show a better understanding, while others resort to exercise repetition. The difficulties and limitations that teachers reveal in their knowledge of mathematical content concerning elementary geometry are strongly reflected in their perspectives about teaching and learning mathematics.

Keywords: Geometry content knowledge. Teachers. Early years of schooling.

1. Introdução

A Geometria é um tema que tradicionalmente integra os currículos escolares da generalidade dos países de todo o mundo. Em Portugal, este tema é trabalhado durante o ensino básico e depois durante o ensino secundário. O atual programa de Matemática do ensino básico (EB) (Ministério da Educação (ME), 2007[5]), que iniciou recentemente a sua generalização nas escolas portuguesas (setembro de 2010), concede à Geometria um lugar de destaque ao longo dos primeiros nove anos de escolaridade, tendo “como ideia central o desenvolvimento do sentido espacial dos alunos” (p. 7). Até meados da década de noventa do século XX era comum, em Portugal, tratar o tema da Geometria próximo do final do ano letivo, o que significava que muitos dos tópicos ou eram tratados à pressa ou nem sequer eram tratados (APM, 1998). Isso fez com que diversas gerações de alunos não gostassem de Geometria e/ou tivessem um conhecimento reduzido de conteúdos deste tema (Gomes & Ralha, 2005; Veloso, 1998). Ora, alguns desses alunos são atualmente professores do 1.º ciclo do ensino básico[6] (com mais de dez anos de serviço), que após a frequência do EB só voltaram a ter Matemática, em particular Geometria, aquando da realização dos seus cursos de professores. Regra geral, estes cursos de formação de professores tinham até um semestre de Geometria, facto que nem sempre permitia superar na totalidade dificuldades e relações pouco amigáveis dos professores com este tema matemático.

[5] O ME aprovou em 2007 um novo programa de Matemática para o EB (que veio substituir os programas do início da década de 90, do século XX).

[6] Professores primários, que em Portugal lecionam do 1.º ao 4.º ano de escolaridade.

No contexto da implementação do atual programa de matemática do ensino básico, que coloca os professores perante o desafio de abordarem com profundidade, extensão e compreensão o tema da Geometria, mobilizando tópicos como transformações geométricas, visualização espacial, propriedades de figuras e sólidos geométricos, grandezas e medidas, surge este estudo que procura: (i) averiguar o conhecimento de conteúdo de tópicos de Geometria de professores do 1.º ciclo do EB; e (ii) compreender as perspetivas destes professores sobre o ensino deste tema nos primeiros quatro anos de escolaridade.

2. Conhecimento do professor que ensina matemática

Discutir o conhecimento dos professores não é tarefa fácil dada a sua natureza volátil e multifacetada. Por isso, vários tipos e níveis de abordagem ao tema são possíveis. A um nível macro, podemos distinguir três tipos de conhecimento: o científico, o profissional e o comum (Ponte, 1992). O conhecimento científico é um tecido denso de conceitos que se interligam em rede, obtidos por construção rigorosa, de acordo com um conjunto de normas aceites por uma certa comunidade. O conhecimento matemático tem estas caraterísticas, tanto quanto à sua natureza como quanto ao seu processo de génese. O conhecimento profissional está profundamente relacionado com a prática e será tanto mais sólido e útil quanto mais se inspirar no conhecimento científico. Por fim, o conhecimento comum é, de todos, o menos estruturado e menos exigente em termos de construção e validação (Ponte, 1992).

O professor, em particular o que ensina matemática, como qualquer outro profissional, não tem estes tipos de conhecimento separados na sua estrutura cognitiva. O conhecimento de conteúdos matemáticos cruza-se com conhecimentos de cunho profissional como o da Didática da Matemática (que, por sua vez, se apoiam em áreas científicas tão diversas como, por exemplo, a Psicologia, a Sociologia e a Linguística) e com conhecimento comum. Este conhecimento sobre o ensino e a aprendizagem, de natureza menos estruturada, que normalmente está carregado de elementos de cunho afetivo, é designado por alguns autores como conceções (Thompson, 1992). Para esta autora, as conceções constituem uma "estrutura mental mais geral, incluindo crenças, significados, conceitos, proposições, regras, imagens mentais" (p. 130). Estas conceções representam as perspetivas das pessoas sobre determinado assunto, funcionando como miniteorias que organizam a ação, nomeadamente a profissional (Menezes, 2005; Ponte, 1992).

Ao nível do conhecimento científico, Ball et al. (2005) distinguem dois tipos de conhecimento do conteúdo, o comum e o especializado. O conhecimento comum do conteúdo engloba o conhecimento que qualquer pessoa com formação matemática manifesta quando responde corretamente a uma dada questão ou resolve corretamente um dado problema matemático. O conhecimento especializado do conteúdo é o que distingue o professor de Matemática de qualquer outra pessoa com formação matemática. Este conhecimento está na base da capacidade do professor para explicar aos alunos a razão de ser dos procedimentos matemáticos e a especificidade da linguagem matemática. É este conhecimento especializado, que surge do confronto da teoria didática com a prática profissional, que permite ao professor, por exemplo, reconhecer e interpretar o motivo dos erros dos alunos, usar representações adequadas dos conceitos matemáticos, analisar diferentes estratégias de resolução de problemas e envolver os alunos nas atividades e na discussão de resultados.

Neste trabalho, interessa-nos o conhecimento especializado do professor, no domínio científico da Matemática e no subdomínio da Geometria, que permite o ensino deste tema no 1.º ciclo do ensino básico português. Para além disso, estamos também interessados nas perspetivas dos professores, ou seja, nas suas conceções sobre a Geometria e o seu ensino, que resultam tanto da teoria didática, em contextos de formação, como de processos de reflexão sobre a prática profissional ao longo da carreira.

3. A Geometria no currículo de matemática do 1.º ciclo do ensino básico

O tema de Geometria nem sempre teve o mesmo destaque nos currículos de matemática. Com a influência das orientações do movimento da Matemática Moderna, a Geometria foi, durante alguns anos, relegada para segundo plano em favor de outros temas, tonando-se um ‘parente pobre’ da álgebra linear (Veloso, 1998). Nos programas portugueses do ensino básico, quase desapareceram atividades relacionadas com a observação, a experimentação e a construção (Vieira & Araújo, 2008). Negligenciou-se o desenvolvimento de capacidades essenciais “adquiridas através de atividades de manipulação, que são pré-requisitos essenciais para a compreensão e conhecimento profundo dos conhecimentos geométricos” (Martins, 2008, p. 18). Na perspetiva de Gomes e Ralha (2005) e de Veloso (1998), estas lacunas ao nível de conhecimentos e capacidades de Geometria ainda hoje se fazem sentir. Como destaca Veloso (1998), gerações de alunos, muitos deles atuais professores de Matemática, “atravessaram o ensino de Matemática tendo como únicos contactos com a Geometria elementar o teorema de Pitágoras e algumas fórmulas para o cálculo de áreas e volumes" (p. 23).

Nas últimas décadas, tem-se reconhecido a necessidade de redefinir o lugar da Geometria nos currículos escolares portuguese (Abrantes et al., 1999). Esta revalorização da Geometria nos currículos de Matemática justifica-se por vivermos e nos movimentarmos num mundo que não é abstrato, mas concreto e tridimensional. As discussões em torno do currículo e das metodologias no ensino da Matemática, em geral, e da Geometria, em particular, estenderam-se aos diversos níveis de ensino. Novas propostas metodológicas foram equacionadas no currículo do 1º ciclo do EB nas diversas reformulações dos programas. O programa atual de Matemática do Ensino básico (ME, 2007) recomenda que as atividades de ensino e aprendizagem da Geometria contemplem a exploração, manipulação e experimentação através de objetos do mundo real e outros materiais específicos. Pretende-se assim que o professor envolva o aluno na realização de observações, descrições e representações de objetos, configurações e trajetos, assim como o estimule a agir, prever, ver e explicar o que se passa no espaço que perceciona. No 1.º ciclo do EB, a Geometria aparece associada à Medida, tema bastante rico do ponto de vista das conexões entre os temas matemáticos e situações não matemáticas: "as primeiras experiências estão associadas ao desenvolvimento da conservação como atributo de determinada classe de objetos" (ME, 2007, p. 23). Na sequência dessas experiências concretas, amplia-se progressivamente o conhecimento das grandezas e a introdução das medidas convencionais do Sistema Internacional de Unidades.

Os conceitos das grandezas área, perímetro e volume surgem no novo programa de Matemática (ME, 2007) como transversais aos diversos anos de escolaridade e também aos vários ciclos de ensino, pelo que, embora introduzidas no 1.º ciclo, são alvo de um aprofundamento sucessivo. No que respeita aos primeiros anos, a ênfase é dada ao conceito de área. Após a exploração desse tópico, recorrendo a instrumentos de medição e materiais manipuláveis, entre outros, é proposta a formalização da área do quadrado, do retângulo, bem como o cálculo da área da superfície de alguns poliedros cujas faces são quadrados e retângulos. Quanto ao conceito de perímetro, nos dois primeiros anos, é pedido aos alunos que estabeleçam relações de grandeza entre objetos a fim de os comparar e de os ordenar segundo os comprimentos. Posteriormente, no 3.º ano, saber calcular o perímetro de polígonos é um objetivo curricular. Finalmente, no 4.º ano, pretende-se que o aluno desenhe, com a ajuda de papel quadriculado, quadrados e outros polígonos com um dado perímetro, sendo propostas medições do perímetro de objetos com base circular. A introdução no 1º ciclo do conceito de volume segue o mesmo procedimento adotado para a introdução dos conceitos de área e de perímetro.

O trabalho da Geometria nos primeiros anos de escolaridade conflui no desenvolvimento do sentido espacial dos alunos, na construção de um conjunto de noções sobre o mundo e os objetos em que se movimentam. Nesta medida, sobressaem as diversas transformações geométricas que são introduzidas desde o 1.º ciclo do ensino básico, inicialmente de modo informal, e depois com uma progressiva formalização e também a noção de simetria de uma figura.

4. Metodologia

Neste estudo, pretendemos averiguar os conhecimentos que professores do 1.º ciclo do EB de um agrupamento de escolas do distrito de Braga, norte de Portugal, têm sobre conteúdos de Geometria abordados neste nível de ensino.

O estudo segue uma abordagem mista. Por um lado, assume uma natureza quantitativa, na forma de determinação de frequência absoluta, com o propósito de descrever, comparar e interpretar os processos de resolução que os professores inquiridos dão às questões de um teste, respondido pelos docentes nas suas escolas, durante cerca de duas horas, com a presença de um dos investigadores. Por outro lado, o estudo assume uma natureza qualitativa na forma de análise de conteúdo das respostas a um questionário, que serviu para caracterizar os professores (idade, género, situação profissional, tempo de serviço, habilitações académicas percurso académico, ações de formação frequentadas) e aceder às suas perspetivas sobre o ensino da Geometria. Essa informação proveniente do questionário é identificada pela sigla "Q". Participaram neste estudo 14 professores do 1.º ciclo do EB, sendo designados por Pi, com "i" a tomar valores naturais de 1 a 14.

O teste foi organizado por tarefas, que focam conteúdos de Geometria do programa atual, retiradas de manuais escolares e de relatórios PISA (o enunciado das tarefas é apresentado à medida que são analisadas as respostas dos professores). A *tarefa 1* incide sobre a noção de figura padrão e sobre os processos de construção de uma pavimentação. A *tarefa 2* indaga a capacidade de visualização, a partir da manipulação das faces de um cubo. As *tarefas 3 e 4* incidem sobre a perceção das propriedades geométricas da mediatriz de um segmento de reta e dos quadriláteros. As restantes tarefas abordam as noções de área (*tarefa 5*) e de volume (*tarefas 6 e 7*).

As respostas do teste são classificadas de acordo com o grau de correção em: (1) resposta correta; (2) resposta parcialmente correta; (3) resposta incorreta; e (4) não responde. Em seguida, recorremos à contagem das frequências respeitantes às respostas às tarefas do teste. A apresentação e a discussão de resultados são organizadas, após a caraterização dos professores, em: (1) Conhecimento de professores do 1.º ciclo de tópicos de Geometria; (2) Perspetivas dos professores sobre a Geometria e o seu ensino.

5. Apresentação e discussão de resultados

Os 14 professores inquiridos têm idades compreendidas entre os 29 e os 51 anos (com idade média de 40 anos) e são maioritariamente do género feminino (10). A generalidade dos professores tem estabilidade profissional e o seu tempo de serviço varia entre 6 e 28 anos (com um tempo médio de serviço de 17 anos).

Em relação ao percurso académico enquanto estudantes, dez professores consideram que eram bons alunos a Matemática, enquanto os restantes viam-se como razoáveis. A formação dos professores é diversa, quer quanto à formação inicial, quer quanto à formação contínua. Cinco dos professores formaram-se em Escolas Superiores de Educação, tendo três deles realizado a licenciatura em EB do 1.º ciclo e os outros dois realizaram licenciaturas em ensino nas variantes de Educação Física e de Ciências da Natureza/Matemática (estes cursos conferem habilitação para o 2.º ciclo nessas disciplinas e igualmente para o 1.º ciclo do EB). Os restantes professores (9), formaram-se nas antigas Escolas do Magistério Primário (escolas de ensino médio, que em Portugal fizeram formação de professores primários até ao início da década de 90 do século XX) e posteriormente frequentaram cursos complementares que lhes conferiram equivalência ao grau de licenciado. Para além da habilitação profissional, os professores frequentaram ações de formação contínua, mas apenas metade deles em temas de Matemática, onde trataram tópicos de Geometria. Nem todos tiveram a oportunidade de frequentar ações de formação sobre este tema por, na sua opinião, falta de oferta formativa.

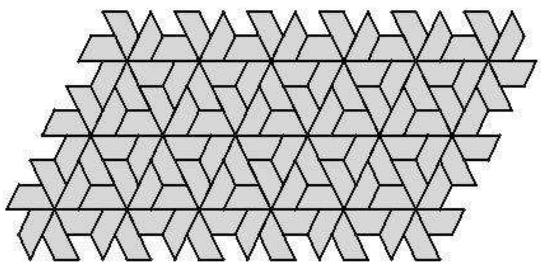
5.1. Conhecimento de professores do 1º ciclo de tópicos de Geometria

A análise das respostas dos professores do 1.º ciclo do EB sobre tópicos de Geometria organiza-se em torno das seguintes aspetos: (i) identificação de figuras e construção no plano e no espaço; (ii) identificação de propriedades de figuras geométricas; e (iii) aplicação das noções de área e volume.

Identificação de figuras e construção no plano e no espaço

A pavimentação do plano a partir de uma figura padrão serviu para averiguar, através da Tarefa 1, a capacidade de visualização dos professores na identificação dessa figura e das respetivas transformações geométricas que dão origem a essa pavimentação.

Tarefa 1: Na seguinte figura, delimite a unidade padrão e refira como se obtém a pavimentação.



A resposta dos professores seria considerada correta se: (1) indicasse como figura padrão um trapézio ou a figura composta por 6 trapézios (a que chamaram hélice ou estrela) ou um triângulo (formado por 3 trapézios) ou um hexágono (formado por 18 trapézios); e (2) referisse a movimentação da figura padrão através de rotações e/ou de translações segundo as direções horizontal e oblíqua ou de reflexões. Caso contemplassem só um destes aspetos, a resposta seria considerada parcialmente correta. Na identificação da figura padrão, para além da figura mínima (trapézio), também se considerou a hélice, o triângulo e o hexágono devido à sua referência nas respostas dos professores. Todos os professores deram respostas parcialmente corretas (Tabela 1):

Tabela 1 – Número de respostas dos professores (n = 14).

Tipo de respostas	Número de respostas
Correta	0
Parcialmente correta	14
Incorreta	0
Não responde	0

Dessas respostas, 6 professores identificam a figura padrão mas não indicam qualquer processo de obter a pavimentação. Um professor, embora identifique como figura padrão um triângulo, pondera a "rotação de 180º e repetições sucessivas desse padrão" (P7), mas não clarifica a transformação que está subjacente ao que chama de repetições sucessivas que garantam a pavimentação. Os restantes professores não especificam totalmente as movimentações necessárias da figura padrão, como revelam as seguintes respostas: "estrela, uma pavimentação obtém-se com encaixe de unidades tipo azulejos que encaixam uns nos outros" (P8); "hélice, repetindo a unidade padrão na horizontal" (P12); "a pavimentação obtém-se colocando as 6 peças que formam o hexágono" (P10); "hélice, repetição da unidade padrão, o seu encaixe na horizontal e na vertical num padrão que se poderia repetir indefinidamente" (P11). Esta última resposta não foi considerada correta por referir a deslocação da figura padrão na direção vertical em vez da oblíqua.

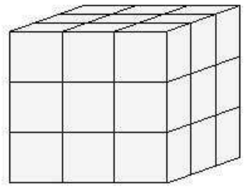
Embora identifiquem uma figura padrão que dá origem à pavimentação, a maioria dos professores tem a noção de como se pavimenta um plano mas não relaciona convenientemente as transformações geométricas que lhe dão origem. A forma pouco clara que os professores mostram ter sobre essas transformações tende a prejudicar a sua capacidade de visualização e a empobrecer o seu discurso matemático quando se referem a estes movimentos do plano.

A representação de figuras tridimensionais no plano ajuda a construir imagens mentais sobre essas figuras e a explorá-las na resolução de problemas. Com esta finalidade, procurámos averiguar como os professores exploram a imagem que representa um cubo formado por 27 pequenos cubos através da indicação do número de cubinhos cujas faces são, ou não, pintadas (Tarefa 2).

Tarefa 2: Imagine que foi construído um cubo com três pequenos cubos por aresta. As faces desse cubo foram pintadas, exteriormente, com tinta. Quantos cubinhos ficaram com:

1. Três faces pintadas?
2. Duas faces pintadas?
3. Uma face pintada?
4. Nenhuma face pintada?

Para cada uma destas situações, justifique a sua resposta.



Em cada uma das situações propostas considerou-se como resposta correta a referência ao número de faces pintadas – 8, 12, 6 e 1 – e uma justificação que traduzisse o modo como se obteve esse número. A maioria dos professores indicou corretamente (exceto na 4) o número de cubinhos que respeitam as condições indicadas em 1, 2 e 3.

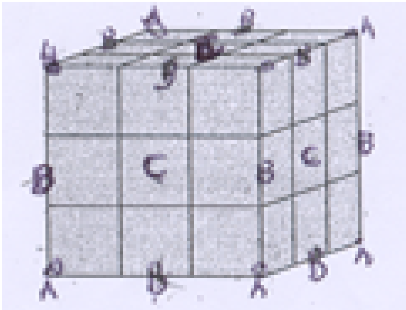
Tabela 2 – Número de respostas dos professores (n=14).

Tipo de respostas	Número de respostas (1)	Número de respostas (2)	Número de respostas (3)	Número de respostas (4)
Correta	9	6	7	6
Parcialmente correta	5	5	5	0
Incorreta	0	3	2	8
Não responde	0	0	0	0

Nas respostas parcialmente corretas, os professores indicam o número de faces pintadas nos cubinhos que formam o cubo maior mas não apresentam qualquer justificação. Nas respostas incorretas, na questão 2, dois professores consideram 8 cubinhos com duas faces pintadas porque “se encontram 4 na mesma base e 4 na outra base” (P7) ou porque “no meio, cada lado tem 2 cubos com dois lados expostos” (P9). Para outro professor, com duas faces pintadas há “4 cubinhos, por observação da figura e verificando passo a passo cada uma das situações” (P6). Enquanto as duas primeiras respostas evidenciam que os cubinhos da camada do meio não são considerados, a última resposta não apresenta qualquer justificação que elucide o seu raciocínio.

No caso das respostas incorretas na questão 3, os professores consideram que são 4 os cubinhos que ficam com uma face pintada porque, como evidencia a afirmação do professor P10, “são os 4 cubos que se encontram no meio de cada uma das faces”. Esta resposta foi ilustrada por um esquema (Figura 1), que dá a conhecer três faces desses cubinhos (designadas pela letra C), mas não se percebe qual das outras faces é considerada, assim como também não se percebe porque não considera as 6 faces do cubo.

Figura 1 – Resolução apresentada pelo professor P10.



Relativamente ao número de respostas incorretas na quarta questão, 8 professores indicam zero cubinhos sem nenhuma face pintada, não apresentando qualquer justificação.

Identificação de propriedades de figuras geométricas

A resolução geométrica de problemas, tais como a determinação de um conjunto de pontos que verificam uma dada propriedade, permite averiguar a capacidade dos professores de utilizar a visualização e o raciocínio espacial na análise de situações da vida real (Tarefa 3):

> Tarefa 3: Os presidentes das Câmaras de duas Vilas pretendem determinar a melhor posição para a construção de uma bomba de gasolina que esteja à mesma distância das suas vilas. Onde deve ficar localizada a bomba de gasolina?

A resposta a esta questão seria considerada correta se: (1) referisse que a bomba de gasolina se localiza numa reta perpendicular ao ponto médio do segmento de reta que une as duas vilas, ou se apresentasse um esquema que elucidasse a situação dada; e (2) apresentasse uma justificação que evidenciasse a propriedade da mediatriz de um segmento de reta.

Tabela 3 – Número de respostas dos professores (n = 14).

Tipo de respostas	Número de respostas
Correta	0
Parcialmente correta	10
Incorreta	3
Não responde	1

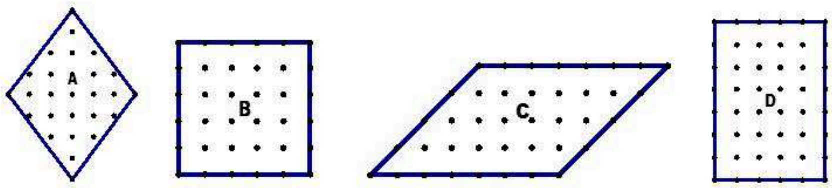
As respostas consideradas parcialmente corretas contemplam apenas a hipótese da bomba de gasolina se localizar no ponto médio do segmento de reta que idealmente une as duas vilas, como revela a seguinte justificação:

> Colocada no ponto médio encontrado a distância deverá ser dividida por dois para encontrar o ponto médio. Só assim a distância que separa a bomba de gasolina de uma das vilas será igual à distância da mesma bomba à outra vila. (P11)

A maioria dos professores descreve o ponto médio como o ponto (e não um ponto) equidistante a duas localidades, mas sem descrever ou apresentar esquemas que traduzam a perceção dinâmica da deslocação desse ponto ao longo de uma reta perpendicular ao segmento, que une as duas vilas, no seu ponto médio. Já as três respostas consideradas incorretas não indicam a noção de ponto médio de um segmento de reta: “Num dos pontos de união entre as vilas. É um ponto comum, supondo que as vilas são vizinhas” (P2); “Na fronteira das duas vilas” (P4); “Localizar-se numa zona desabitada da estrada – ligação mais movimentada, entre as duas vilas, cujo impacto ambiental seja o menos prejudicial possível” (P7).

Das noções geométricas cujas propriedades são determinantes na distinção entre entes da mesma classe de figuras, no caso os quadriláteros, os paralelogramos têm um grande destaque na abordagem de várias noções, tais como a classificação de ângulos e a identificação de eixos de simetria. Com o objetivo de avaliar estes conhecimentos, colocou-se a Tarefa 4:

Tarefa 4: Observe os seguintes quadriláteros:



1. Descreva cada um dos quadriláteros recorrendo às suas propriedades geométricas.
2. Podemos afirmar que todos os quadrados são retângulos? Justifique.
3. Podemos afirmar que todos os losangos são quadrados? Justifique.

O estudo das propriedades, a par da diagonal, ajuda a distinguir entre os quadriláteros, o losango, o quadrado, o paralelogramo e o retângulo. Tais propriedades ajudam a relacionar os quadrados com os retângulos e os losangos com os quadrados. A maioria dos professores apresenta uma resposta parcialmente correta na identificação dos quadriláteros e uma resposta correta nas relações entre quadriláteros com algumas propriedades comuns (Tabela 4).

Tabela 4 – Número de respostas dos professores (n = 14).

Tipo de respostas	Nº de respostas a 1	Nº de respostas a 2	Nº de respostas a 3
Correta	0	10	8
Parcialmente correta	14	2	4
Incorreta	0	2	1
Não responde	0	0	1

Relativamente à identificação dos quadriláteros dados segundo as suas propriedades geométricas, a resposta seria considerada correta se englobasse os seguintes aspetos parciais (AP): (AP1) os lados são, dois a dois, paralelos e geometricamente iguais; (AP2) os ângulos opostos são, dois a dois, congruentes; (AP3) as diagonais são, ou não, perpendiculares e bissetam-se; (AP4) as figuras têm, respetivamente, 2, 4, 0 e 2 eixos de simetria. Como se observa na Tabela 4, a maioria dos professores indica, nos quatro quadriláteros, os dois primeiros aspetos parciais, mas não os dois últimos.

Tabela 5 – Número de respostas dos professores à questão 1 (n = 14).

Tipo de respostas	Quadrilátero A				Quadrilátero B				Quadrilátero C				Quadrilátero D			
	(AP1)	(AP2)	(AP3)	(AP4)	(AP1)	(AP2)	(AP3)	(AP4)	(AP1)	(AP2)	(AP3)	(AP4)	(AP1)	(AP2)	(AP3)	(AP4)
Correta	13	11	0	1	14	14	0	1	12	12	0	0	12	14	0	1
Parcial/ Correta	0	0	2	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0
Incorreta	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N/ responde	1	3	12	13	0	0	12	13	2	2	13	14	2	0	13	13

Em relação às diagonais, só dois professores as referem no quadrilátero A, enquanto apenas um professor as indica nos restantes quadriláteros. Todavia, nem sempre especificam se elas se bissetam ou se são perpendiculares, como ilustra a seguinte resposta:

> A: O losango é um quadrilátero com todos os lados geometricamente iguais. As diagonais são perpendiculares e tem dois eixos de simetria.
>
> B: O quadrado é um quadrilátero com ângulos e lados todos iguais. As diagonais são perpendiculares e geometricamente iguais. Tem quatro eixos de simetria.

C: O paralelogramo obliquângulo, cada diagonal do paralelogramo divide-se em dois triângulos geometricamente iguais e intersectam-se ao meio. Os lados opostos de um quadrilátero são congruentes e os ângulos opostos são iguais.

D: O retângulo é um quadrilátero em que os ângulos internos são iguais. As diagonais também são iguais e tem dois eixos de simetria. (P12)

Quanto à relação entre quadrados e retângulos, considerava-se resposta correta a que identificasse um quadrado como sendo um retângulo, porque, como afirma um dos professores, “os quadrados obedecem às características dos retângulos, têm dois lados iguais 2 a 2 (se os tem todos iguais também os tem iguais dois a dois) e os ângulos também são todos retos” (P9). Embora a maioria apresente uma justificação adequada a esta questão, dois professores obtêm uma resposta parcialmente correta por não a justificarem e outros dois professores têm respostas incorretas por considerarem que um quadrado não é um retângulo, como ilustra a seguinte resposta: “Não, porque os lados do quadrado são todos iguais e os do retângulo são iguais dois a dois, paralelos entre si” (P14).

Na relação entre os losangos e quadrados, a maioria dos professores considera que um losango não é um quadrado, como evidencia o professor P4: “um losango tem lados iguais e ângulos opostos iguais. Estes ângulos podem ser ou não retos; por isso, nem todos os losangos podem ser quadrados”. Já quatro professores têm a sua resposta parcialmente correta, pois, embora considerem que um losango não é um quadrado, um deles não justifica a sua afirmação e três deles justificam-na de uma forma inadequada, como a do professor P3: “não, porque há losangos que não têm os lados todos iguais”. O docente P1 apresenta uma justificação que se reporta à relação existente entre as propriedades dos quadriláteros “porque o quadrado nasce do losango”, mas não explicita as características que diferenciam as figuras.

Aplicação das noções de área e volume

A compreensão do conceito da grandeza área de figuras geométricas reflete-se na sua utilização na resolução de problemas. Muitas vezes, o conceito da grandeza área é confundido com a sua medida, sobretudo em resultado da ênfase na utilização de fórmulas. Neste sentido, a Tarefa 5 procura colocar os professores perante uma situação que os leve a encontrar outras estratégias para estimar a medida da área

Tarefa 5: Pretende-se estimar a medida da área da Antártida. Explique como determinaria essa estimativa?

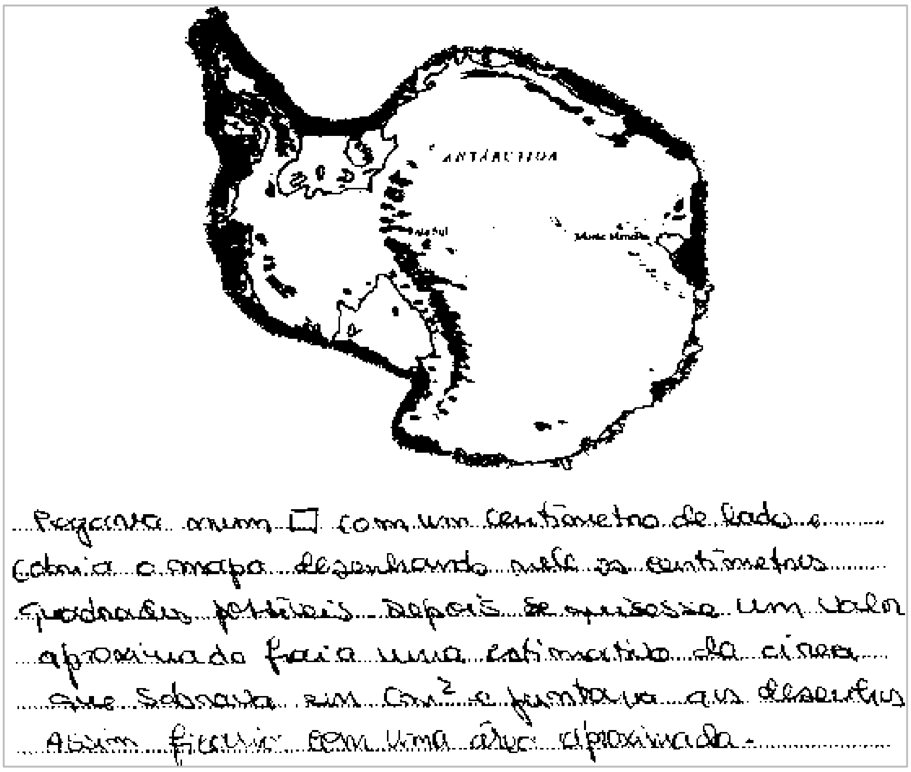
A resposta a esta questão seria considerada correta se referisse formas de estimar a medida da área da Antártida a partir das áreas de figuras que decompõem a figura que representa este continente. Assim, evidencia-se a capacidade de interpretar e de representar formas que permitem estimar a medida da área de uma figura por enquadramento, valorizando-se a compreensão do conceito desta grandeza. Nesta questão predomina o número das respostas incorretas (Tabela 6).

Tabela 6 – Número de respostas dos professores (n = 14).

Tipo de respostas	Número de respostas
Correta	4
Parcialmente correta	3
Incorreta	6
Não responde	1

As respostas consideradas incorretas devem-se à consideração de ser impossível determinar a estimativa da medida da área da Antártida por faltar a escala. Porém, para outros professores, a ausência da escala da figura não impediu a apresentação de uma descrição ou de um esquema que ilustrasse uma forma de estimar a área da Antártida. Algumas respostas foram consideradas parcialmente corretas porque, embora decomponham a figura em retângulos, não mencionam a necessidade de retirar à área dessas figuras aquela que não faz parte da Antártida, o que não acontece na resposta seguinte:

Figura 2 – Resolução apresentada pelo professor P8.



Tal como acontece com a grandeza área, a compreensão da grandeza volume manifesta-se na resolução de problemas que envolvem este conceito. A Tarefa 6 procura avaliar essa compreensão ao colocar os professores perante a variação do volume de um cilindro, formado por uma folha A4, segundo os seus lados.

Tarefa 6: Enrolando uma folha de papel A4 segundo cada um dos lados (lado maior ou lado menor), obtém-se a superfície lateral de dois cilindros (sem bases). Os volumes dos dois cilindros são <u>iguais</u> ou <u>diferentes</u>? Porquê?

A resposta seria considerada correta se assumisse que o volume dos dois cilindros é diferente devido à prevalência da área da base do cilindro de menor altura em relação à altura do cilindro de menor base. A folha ao ser enrolada pelo lado maior gera um cilindro de volume maior uma vez que o seu volume cresce mais rapidamente com o raio do que com a altura. Todos os professores apresentam uma resposta incorreta por considerarem que ambos os cilindros têm igual volume (Tabela 7).

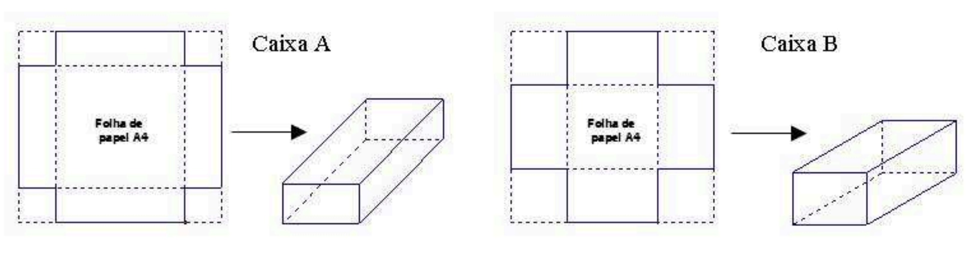
Tabela 7 – Número de respostas dos professores (n=14).

Tipo de respostas	Número de respostas
Correta	0
Parcialmente correta	0
Incorreta	14
Não responde	0

As justificações dos respondentes centram-se numa associação entre o volume e a área da superfície da folha, que se traduz na obtenção de dois cilindros a partir da mesma folha de papel: "Os volumes são iguais, porque a área de papel utilizado é igual" (P13). Dois docentes recorreram à fórmula do volume de sólidos com bases geometricamente iguais sem considerarem a variabilidade da área da base e da altura do cilindro: "São iguais, porque ao calcular $c \times l \times al = al \times c \times l$" (P7); "São iguais, porque se a capacidade do cubo ou de um recipiente com a forma cúbica é $a \times a \times a$ e se na multiplicação podemos usar a propriedade comutativa que o resultado não altera, também no cilindro acontece o mesmo" (P8).

A capacidade para formular argumentos válidos recorrendo à visualização e ao raciocínio espacial permite comparar os volumes das caixas que se obtêm do corte de quadrados nos cantos de uma folha A4 (Tarefa 7.)

Tarefa 7: A uma folha de papel A4 foram retirados quatro pequenos quadrados em cada um dos seus quatro cantos, obtendo-se por dobragem a caixa A. Seguidamente, numa outra folha de papel A4, foram retirados quatro quadrados maiores em cada um dos seus cantos, obtendo-se por dobragem a caixa B, conforme se mostra na figura seguinte.



Os volumes das caixas A e B são **iguais** ou **diferentes**? Porquê?

À medida que as dimensões dos lados dos quadrados retirados vão aumentando, a variação do volume da caixa cresce de zero até um valor máximo e depois vai diminuindo até se aproximar novamente de zero. Como a expressão que representa o volume é parte de uma função contínua mas não monótona, haverá sempre dois valores para os quais os volumes das caixas são iguais. A resposta a esta questão está correta se se considerar que o volume de ambas as caixas tanto pode ser igual como pode ser diferente – referindo que o volume da caixa A pode ser superior ou inferior ao volume da caixa B – e se apresentar uma justificação adequada.

Tabela 8 – Número de respostas dos professores (n = 14).

Tipo de respostas	Número de respostas
Correta	0
Parcialmente correta	14
Incorreta	0
Não responde	0

As respostas foram consideradas parcialmente corretas porque, embora assumam que os volumes das caixas são iguais (um professor) ou diferentes (13 professores), a justificação não é adequada por se reportarem à planificação das caixas sem contemplarem as componentes que formam a fórmula do volume de um prisma. O professor que considera que os volumes das caixas são iguais recorre a um raciocínio de proporcionalidade, ponderando que, ao partir da mesma folha, o que se perde na área da base ganha-se na altura da caixa: “são iguais, porque reduziram ao comprimento e à largura mas aumentaram à altura” (P7).

Por sua vez, os professores que respondem que os volumes das caixas são diferentes afirmam que o volume da caixa A é maior do que o da caixa B. Os professores consideram que à medida que o tamanho dos quadrados retirados nos cantos aumenta, a área da folha A4 diminui, o que faz com que o volume da caixa também diminua.

5.2. Perspetivas dos professores sobre a Geometria e o seu ensino

Dos professores inquiridos sobre que tópicos de Geometria preferiam enquanto alunos, quase um terço deles não indica nenhum porque, como refere o professor P6, “não gostava muito de Geometria”. Dos restantes professores, metade salienta um só conteúdo da sua preferência (circunferência, teorema de Pitágoras, polígonos e perímetro dos polígonos) e a outra metade apresenta dois ou mais conteúdos preferidos (simetrias, áreas e perímetros de polígonos, sólidos geométricos, frisos e rosáceas). Destes 10 professores, apenas três justificam as suas preferências pelos temas de Geometria que apresentam: “cálculo de perímetros de polígonos porque envolvia cálculos e raciocínio” (P10); “completar frisos e rosáceas porque me divertia, não era difícil e saíam trabalhos muito bonitos” (P9).

Entre os conteúdos de Geometria que menos apreciaram, os professores referem: desenhos e plantas, planificações de sólidos, transformações de figuras, frisos e rosáceas e trigonometria. Dos três professores que justificam a sua resposta, um deles refere não ter gostado de "desenhos de plantas (…) porque nem sempre temos possibilidade de fazer concretizações destes temas" (P10); outro menciona as "planificações de sólidos e plantas porque não tenho queda para o desenho" (P9); e o outro professor afirma a "Trigonometria (…) talvez porque não tivesse compreendido bem o funcionamento do círculo trigonométrico e por ter sido uma matéria dada no final do ano" (P7).

A maioria dos participantes neste estudo recorda, enquanto estudantes, a pouca atenção dada pelos seus professores à Geometria e o método expositivo que era largamente usado, sem recurso a materiais didáticos, que apelava mais à memorização do que à compreensão: "Era expositiva e pouco abordada, não lhe era dada grande importância" (P14); "O ensino era demasiado abstrato, sem apoio material e a compreensão era mais difícil" (P8).

Os professores associam a Geometria, como exemplifica a afirmação do professor P7, ao estudo das "formas, do espaço e das suas relações". Quanto à relevância da Geometria na formação dos alunos, de um modo geral, os professores destacam o desenvolvimento "do raciocínio e da abstração do aluno" (P1), "da criatividade, do sentido estético, da orientação espacial e da capacidade de relacionar, classificar e transformar" (P6) e de "competências ao nível da interpretação e organização do mundo que rodeia o aluno" (P13).

Dos conteúdos de Geometria em que se sentem menos à vontade para ensinar, seis professores não assinalam nenhum e os restantes oito apontam as transformações geométricas, rosáceas e frisos e a grandeza volume. No que respeita às estratégias utilizadas no ensino da Geometria, dois professores valorizam a mecanização de técnicas e a repetição de exercícios: "tento concretizar e depois treinar fazendo mais exercícios idênticos" (P11); "exemplifico o exercício e em seguida, em pares ou em grupo, repetem-no. Mais tarde, fazem os exercícios individualmente" (P3). Uma conceção diferente de ensino da Geometria é apresentada por três professores que evidenciam uma preocupação com o envolvimento dos alunos nas atividades da sala de aula, dando-lhes oportunidade para explorar as tarefas, discutir resultados e descobrir processos, como evidencia a afirmação do professor P6:

> Procuro dar pistas e levar o aluno a ser ele próprio a descobrir e compreender o processo seguido. Peço para partilharem com os colegas os raciocínios que usaram pois por vezes seguem caminhos diferentes. Sempre que possível concretizo e dramatizo as situações matemáticas para melhor compreensão.

A generalidade dos professores do estudo refere utilizar, nessas estratégias de ensino, materiais e situações do quotidiano e jogos: "utilização de materiais manipuláveis, exercícios práticos e utilização de novas tecnologias" (P12) e a "utilização de jogos, tangram, geoplano e blocos lógicos" (P1). Estes materiais didáticos são usados com a finalidade de "melhorar a compreensão dos conteúdos" (P13), "desenvolver as noções geométricas de uma forma sólida e agradável (P7) e "tornar mais concreto para os alunos" (P14).

Os professores estudados identificam tópicos de Geometria em que os alunos sentem habitualmente mais dificuldades, como as grandezas área e volume e também a simetria. O volume por "se revelar um pouco abstrato" (P11) e a simetria por "os alunos nem sempre conseguirem orientar-se corretamente no espaço" (P10). Para além destes tópicos, alguns professores consideram que os alunos manifestam dificuldades na medição da amplitude de ângulos. Das estratégias que desenvolvem para ultrapassar as dificuldades manifestadas pelos alunos, alguns professores mencionam, como exemplifica a afirmação do professor P8, o "trabalho de pares para que os alunos com mais dificuldades consigam compreender determinados conceitos". Outras estratégias de ensino passam pela resolução de exercícios, como referem os professores P13 e P2: "concretizo o mais possível, fazendo exercícios no quadro" (P13); "concretizo mais, tentando consolidar os temas, resolvendo exercícios idênticos" (P2). Alguns professores referem estratégias de concretização através de "utilização de jogos matemáticos" (P6), de "material estruturado ou não estruturado" (P3) e do uso de "recursos variados e materiais concretos" (P14). Embora nem todos os docentes façam referência ao papel que o professor e o aluno desempenham nessas estratégias, alguns referem o acompanhamento que dão aos seus alunos, como ilustra a posição do professor P9: "procuro ajudar passo a passo, fazendo devagar no quadro para eles irem acompanhando".

Conclusões

Este estudo mostra debilidades dos professores ao nível do seu conhecimento especializado da matemática, no tema da Geometria. Em particular, os professores do estudo reconhecem a noção de figura padrão de uma pavimentação mas não identificam as transformações geométricas necessárias para pavimentar o plano. Não reconhecem igualmente a mediatriz como sendo o lugar geométrico formado pelos pontos equidistantes dos extremos de um segmento de reta. Nas propriedades dos quadriláteros, a maioria não mobiliza o conceito de simetria nem as relações entre as diagonais. A ausência de valores de medidas parece não permitir aos participantes do estudo estimar a área de figuras não comuns nem percecionar a variação das componentes das fórmulas dos volumes dos sólidos geométricos.

Estes resultados, que vêm na linha de estudos anteriores (Gomes & Ralha, 2005; Veloso, 1998), são preocupantes tendo em conta o momento de implementação de um novo programa de Matemática do ensino básico (ME, 2007), alertando para a necessidade de reforçar a formação dos professores dos primeiros anos de escolaridade na área da Geometria – facto que os próprios reconhecem quando admitem nunca ter feito formação contínua neste tema. O Programa de Formação Contínua em Matemática (PFCM[7]) e as ações de formação de apoio ao novo programa de Matemática (em diversas áreas de conteúdo, nomeadamente em Geometria) vieram atenuar estes problemas detetados nos professores ao nível do seu conhecimento de conteúdo matemático de Geometria.

Em termos das perspetivas dos professores sobre a Geometria e o seu ensino, a maioria não revela um grande gosto nem uma visão profunda desta área da Matemática. Mesmo os que dizem gostar não elaboram muito em termos das razões que os motivam. Esta relação dos professores com a Geometria, que estes garantem não influir no seu ensino, parece ser influenciada por dificuldades que sentem no conhecimento do tema.

Os professores reconhecem a relevância da Geometria para a formação dos alunos, mas as razões que invocam para isso são de natureza muito geral e válidas para qualquer outro tema matemático. Por isso, é importante criar momentos de reflexão e discussão sobre este tema, tanto na formação inicial como na formação contínua, ligando conhecimento da Geometria com conhecimento curricular e didático (Gomes & Ralha, 2005; Menezes, 2005).

Os professores estabelecem um claro contraponto entre a sua experiência enquanto alunos – associada à pouca valorização da Geometria e ao método expositivo e abstrato que era então usado pelos seus professores – e o tipo de ensino que agora defendem, que passa essencialmente pela utilização de materiais manipuláveis para representar conceitos. As dificuldades dos alunos em Geometria, que para os professores se situam muito na abstração, podem ser ultrapassadas pelo recurso a estes materiais, mas também pelo trabalho de pares de alunos nas aulas, apoiados na formação de professores (APM, 1998; Menezes, 2005).

[7] O Programa de Formação Contínua em Matemática, coordenado por Lurdes Serrazina, decorreu de 2005 a 2011, envolvendo milhares de professores portugueses do 1.º ciclo do ensino básico. Um dos principais objetivos do programa era promover o aprofundamento do conhecimento matemático, didático e curricular (em particular, o relativo à Geometria). Na altura em que este estudo foi realizado, ainda nenhum dos professores tinha participado no PFCM.

A relação entre o conhecimento de conteúdo de Geometria e as perspetivas dos professores sobre o tema e o seu ensino é de natureza dialética, influenciando-se mutuamente. As perspetivas positivas dos professores sobre a Geometria influenciam a sua aquisição de conhecimento e a visão que têm da possibilidade de ensinar o tema e de os alunos o aprenderem. Por sua vez, um domínio seguro do conhecimento de tópicos de Geometria tem impacto favorável no gosto pelo tema e no seu desempenho docente. O próprio desempenho docente do tema com sucesso pode desencadear a procura de novo conhecimento relativo à Geometria, através da formação, e o incremento do gosto do professor por esta área da Matemática.

Referências

ABRANTES, P.; SERRAZINA, L.; OLIVEIRA, I. *A Matemática na educação básica*. Lisboa: APM, 1999.

APM (ed.). *Matemática 2001 – Diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da matemática*. Lisboa: APM, 1998.

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. *Articulating domains of mathematical knowledge of teaching*. Paper presented at the American Education Research Association Conference, 2005.

GOMES, A.; RALHA, E. Sobre o ensino superior da matemática: a geometria e os professores do 1º Ciclo. Novos desafios velhas deficiências. *Boletim da SPM*, 54, p. 1-25, 2005.

MARTINS, I. A. *Estratégias de alunos do 2.º e 3.º ciclos do ensino básico nos conceitos de área, perímetro, volume e suas relações*. Braga: Universidade do Minho, 2008.

MENEZES, L. *Investigar para ensinar Matemática:* Contributos de um projeto de investigação colaborativa para o desenvolvimento profissional de professores. Lisboa: APM, 2005.

MINISTÉRIO da EDUCAÇÃO. *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: DGIDC, 2007.

PONTE, J. Concepções dos professores de matemática e processos de formação. In: Brown, M.; Fernandes, D.; Matos, J.; Ponte, J., *Educação e matemática*: Temas de investigação. Lisboa: IIE e Secção de Educação e Matemática da SPCE, p. 185-239, 1992.

THOMPSON, A. Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In: Grouws, D. (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: MacMillan, p. 127-146, 1992.

VELOSO, E. *Geometria*: temas atuais, materiais para professores. Lisboa: IIE, 1998.

VIEIRA, L.; ARAÚJO, F. Geometria no espaço. In: Mamede, E. (Coord.), *Matemática - ao encontro das práticas – 1.º Ciclo*. Braga: Universidade do Minho, p. 159-176, 2008.