



DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL: UNA NECESIDAD EN LA ENSEÑANZA APRENDIZAJE DEL CÁLCULO

Areli Canul Canché, Raúl González Pérez

areely.canul@gmail.com,

rauuuuul99@gmail.com

Universidad Autónoma de Yucatán

.....

Introducción

En el sentido de Cantoral, Farfán, Lezama y Martínez (2006), el Cálculo surge del interés por estudiar el cambio en los fenómenos, lo cual se deriva de la necesidad de entender un mundo cambiante y predecir eventos futuros. Las ideas dinámicas fueron las gestoras de los trabajos de los padres del Cálculo, estableciendo las ideas de variación y cambio, como aspectos explicativos de muchos fenómenos naturales y cotidianos en diferentes situaciones (Cabezas y Mendoza, 2016). Ante esto, Stewart (citado por Núñez y Sánchez, 2015) considera que una de las metas que se debe proponer en la educación matemática, es desarrollar en los estudiantes las competencias necesarias para entender y controlar el mundo cambiante que está a su alrededor.

Debido a las necesidades planteadas anteriormente, en el presente artículo de divulgación se plantea cómo el Cálculo escolar busca desarrollar en los estudiantes la capacidad de comprender fenómenos físicos y eventos que suceden en su entorno, así como el papel que juega el pensamiento variacional en el aprendizaje del Cálculo. Finalmente, se proponen algunas consideraciones para desarrollar este tipo de pensamiento en los estudiantes, tomando como referencia lo señalado en la línea de investigación denominada "PyLVar".

Necesidad de favorecer un tipo de pensamiento en el Cálculo escolar

El mundo físico es también dinámico donde el movimiento, el cambio y la variación están presentes en la mayoría de los acontecimientos. Por ello, se requiere desarrollar un tipo de pensamiento en los individuos que les permita razonar y actuar ante situaciones variacionales presentes en la vida diaria.

El Cálculo se encuentra ligado al estudio y predicción de situaciones de variación, pues posee un carácter dinámico debido a que surge de la necesidad de cuantificar cómo las cosas cambian (conceptos de variable y de función), la

velocidad con la que se dan los cambios (derivada), y la forma en cómo se acumulan los cambios (integral). (Cantoral, citado en Caballero, 2015). Por ende, la enseñanza aprendizaje del Cálculo constituye un escenario propicio para desarrollar en los estudiantes un tipo de pensamiento que les permita comprender y construir modelos de situaciones variacionales que prevean explicaciones y soluciones para proceder ante ellas.

Funciones del pensamiento variacional en el Cálculo escolar

De acuerdo con el Ministerio Nacional de Educación (2003) (citado en Gómez, 2013), el pensamiento variacional es el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos. En este sentido, el desarrollo de esta forma de pensar en los estudiantes, desde su formación a nivel bachillerato, contribuye a que posean mayores herramientas para enfrentar estudios superiores (Dolores, 2012), ya que, les permite asimilar problemas que implican el estudio de la variación, en contextos intra o extramatemáticos, que a su vez dota de sentido y significado a los saberes matemáticos.

Cabe mencionar que este pensamiento se centra en el estudio de la variación y no únicamente en el cambio, pues este último consiste sólo en reconocer que existe alguna alteración del estado de una variable (por ejemplo, el precio de un producto con respecto al tiempo), mientras que estudiar la variación requiere establecer relaciones entre las variables para determinar qué varía, cómo varía y por qué varía (cuantificar el cambio en cierto intervalo de tiempo, por mencionar un ejemplo). Todo esto, implica un entendimiento global de la situación y permite actuar consecuentemente.

Cómo desarrollar el pensamiento variacional

A continuación, se describen elementos importantes que se deben considerar para dicho desarrollo.

Cantoral (2004), afirma que el Pensamiento y Lenguaje Variacional (PyLVar) es una línea de investigación enfocada en el estudio de estructuras variacionales específicas desde lo matemático y epistemológico, las funciones cognitivas y los problemas, mediante el uso de propiedades matemáticas y situaciones que se abordan y, por último, considera los problemas y situaciones que se resuelven en contextos sociales. Asimismo, Caballero (2012) proporciona una

caracterización de los elementos del PyLVar que dan cuenta del desarrollo de este tipo de pensamiento mediante la interacción entre ellos.

Según Caballero (2012), centrarse en los procesos de cambio y en identificar lo que cambia, cuantificarlo y analizar cómo varían los cambios, favorece el desarrollo del pensamiento variacional. Este último se encuentra enmarcado en el estudio de situaciones variacionales, mismas que conllevan a los estudiantes a utilizar estrategias variacionales a través del uso de estructuras variacionales específicas, razón por la cual, los conceptos de cambio y variación deben ser evidentes en cada actividad y sesión de clases. Aunado a esto, los estudiantes deben proporcionar argumentos variacionales que denoten su comprensión de los procesos de variación involucrados, a través del análisis de las situaciones variacionales.

En cuanto al diseño de tareas, los docentes deben considerar la noción de cambio, variación y procesos de modelación, buscando desarrollarlos por comprensión y no como un estudio formal de conceptos (Gómez, 2013). Es decir, una descentración en los objetos matemáticos que dé paso a la visibilidad del carácter variacional propio del Cálculo. Además, tener en cuenta el uso de distintos registros de representación semiótica, permite ampliar el análisis de las situaciones variacionales, puesto que cada uno ofrece información complementaria para dicho análisis y la posterior solución a la situación.

Conclusión

Desde los inicios del desarrollo epistemológico del Cálculo, cuando los matemáticos empezaron a estudiar las cosas que varían, se suscitó un cambio en el pensamiento, de tal forma que se empezó a considerar una matemática del movimiento, que ya no concebía a los eventos cambiantes en forma estática (de un producto inicial a un producto final), sino que fue necesario analizar de qué forma cambiaba un evento con el fin de explicar la situación en cualquier instante. Con esto en mente, el aprendizaje del Cálculo actual debe propiciar el desarrollo de un pensamiento variacional, ya que, siendo este el reconocimiento, identificación de la variación y el cambio, es esencial que los individuos lo desarrollen para comprender los eventos variantes presentes en el mundo exterior.

Como se ha mencionado, es necesario que el desarrollo de un pensamiento variacional esté presente en cada sesión donde la intención sea enseñar Cálculo, tomando en cuenta que el estudio de situaciones cambiantes no necesariamente conduce a estrategias de análisis de la variación, sino que se

puede caer en un análisis estático del cambio. En este sentido, no basta con presentar situaciones variacionales en el aula de clases, sino también cuidar el tratamiento dado a esta situación y cómo los alumnos dan evidencia de lo que conciben al respecto de la situación analizada, para entonces afirmar que se está desarrollando este tipo de pensamiento en los estudiantes, el cual permitirá comprender el universo cambiante y variante en el que habitan.

Observaciones finales

Investigaciones recientes se refieren al pensamiento y lenguaje variacional como PyLV (ver Hernández, Moreno, Paredes & Fallas 2018), sin embargo, en este artículo se utilizaron las siglas empleadas en Caballero (2012), es decir, PyLVar.

Referencias

- Caballero, M. (2012). *Un estudio de las dificultades en el desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional en profesores de bachillerato*. Tesis de Maestría no publicada. México: Centro de Investigación y de Estudios Avanzados
- Cabezas, C. y Mendoza, M. (2016). Manifestaciones Emergentes del Pensamiento Variacional en Estudiantes de Cálculo Inicial. *Formación Universitaria*, 9(6), 14.
- Caballero, M. (2015). *Pensamiento y lenguaje variacional: el principio estrella como un mecanismo de construcción social del conocimiento matemático*. 3er Coloquio de Doctorado, Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav. México.
- Cantoral, R. (2004). Desarrollo del pensamiento y lenguaje variacional, una mirada socioepistemológica. En L. Díaz (Ed.) *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 17, pp. 1-9.
- Cantoral, R., Farfán, R., Lezama, J., Martínez, G. (2006). Socioepistemología y representación: Algunos Ejemplos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, Número Especial, pp. 83-102.
- Dolores, C. (2012). ¿Hacia dónde orientar el currículum de matemáticas del bachillerato? En Dolores, C. y García, M. S. (2012) *¿Hacia dónde reorientar el currículum de matemáticas del bachillerato?* pp.165-181, México, D.F.: Plaza y Valdés, UAGro.

- Gómez, O. (2013) Desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de grado noveno. *Educación Científica y Tecnológica*, Edición especial, pp. 115-120.
- Hernández, E., Moreno, A., Paredes, C. y Fallas, R. (2018). Estudio teórico sobre la variación en contextos deterministas, caóticos deterministas y Estocásticos. En R. Flores, L. Serna, y Páges, D. (Eds). *Acta Latinoamericana en Matemática Educativa*, 31 (2) pp. 1559-1566.
- Núñez, J. y Sánchez, A. (2015). Modelamiento matemático como herramienta de articulación de la matemática universitaria en estudiantes de pre Cálculo. *Revista Ingeniería, Matemáticas y Ciencias de la Información*. 3(5) pp. 37-50.