



PROPUESTA DE UNA SITUACIÓN DIDÁCTICA PARA EL TEMA CÁLCULO DE VOLÚMENES DE SÓLIDOS DE REVOLUCIÓN

Verónica Aguilar Mendieta

vero.am09@gmail.com

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP)

Puebla

.....

Propósito

Generar momentos significativos de aprendizaje donde los alumnos hagan una construcción autónoma del conocimiento en juego, siendo este último el concepto de sólido de revolución y el método de integración para el cálculo de su volumen.

Introducción

En este trabajo se presenta el diseño de una situación didáctica correspondiente al tema *cálculo de volumen de sólidos de revolución*, la cual fue aplicada a un grupo de alumnos que cursaban el sexto semestre de bachillerato.

Cabe mencionar que el diseño de las actividades que conforman la situación didáctica y su aplicación en el aula se realizó en el seno del proyecto de investigación titulado: *Diseño y análisis de trayectorias hipotéticas de aprendizaje para Cálculo en Bachillerato*, en el que colaboraron dos investigadores, tres estudiantes de la Maestría en Educación Matemática y dos alumnos de la licenciatura en matemáticas de la BUAP.

Fundamentación

El diseño de la situación didáctica se realizó desde el enfoque de la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD). Para su desarrollo, se parte de la tesis de que la enseñanza exige la existencia de momentos de aprendizaje (dentro de una situación didáctica), en los cuales el alumno se encuentre solo frente a la resolución de una situación. Además, consideramos que es tarea del docente proporcionar al alumno una situación de aprendizaje para que produzca sus

conocimientos (Brousseau, 1988). Es así que, con esta propuesta, se busca generar en los alumnos momentos significativos de aprendizaje a través de situaciones de acción, formulación, validación, devolución e institucionalización; donde los problemas elegidos logren hacerlos actuar, hablar, reflexionar, evolucionar por sí mismos, y así, llegar a una construcción autónoma de los conocimientos esperados, pues “el alumno sólo puede aprender produciendo, haciendo funcionar y evolucionar los (sus) conocimientos” (Brousseau, 2007, p. 87).

Actividad didáctica

La situación didáctica está conformada por 10 actividades ordenadas sistemáticamente de acuerdo al proceso de aprendizaje que se espera generar en los alumnos, las cuales se describen a continuación.

Actividad 1. Primer acercamiento a sólidos de revolución

El objetivo de esta actividad es establecer que un sólido de revolución proviene de un giro.

Para esto, primero se proyecta a los alumnos un video sobre sólidos de revolución para que reconozcan los efectos que se producen al rotar una figura plana o una curva alrededor de un eje.

Luego, se pide al alumno dibujar los sólidos de revolución generados a partir de la rotación de las figuras que se proponen en el video, basándose en las ideas que él mismo se habría formado a partir de la información recibida y sus conocimientos previos.

Finalmente, los alumnos deben comparar y discutir sus propuestas respecto a la solución que les proponga el profesor, compartiendo las dificultades que hayan tenido en la identificación del sólido de revolución generado por cada figura.

Para las siguientes actividades el trabajo puede ser en equipo.

Actividad 2. Clasifica sólidos de revolución

Con esta actividad se pretende que el alumno llegue a conjeturar, a partir de una colección de objetos, cuáles de estos son sólidos de revolución y determinar su eje de rotación.

Para lograrlo, se debe proporcionar a los alumnos una variedad de objetos que puedan manipular.

Se les pide explorarlos, y después de un rato, se les indica que deben clasificar los objetos en sólidos y no sólidos de revolución.

Finalmente, para los que consideren sólidos de revolución, se les pide identificar el eje de rotación y la figura generadora, lo cual puede generar discusiones interesantes entre los integrantes de cada equipo (si es posible, se sugiere que simulen los ejes de rotación y la figura generadora de los objetos, para lo que se les debe proporcionar el material didáctico necesario).

Y para los que no sean sólidos de revolución, deben dar las razones de por qué los clasificaron de dicha forma a través de una discusión grupal, de forma que reconozcan las regularidades perceptibles para ellos y puedan reformularlas para compartirlas con sus compañeros.

Actividad 3. Manipula sólidos de revolución con cortes

A partir de esta actividad, se quiere llevar al alumno a reconocer que los cortes perpendiculares al eje de rotación de cualquier sólido de revolución, son circulares.

Para esta actividad se les proporciona a los alumnos un par de conos de madera, uno con cortes paralelos y otro con cortes perpendiculares al eje de rotación, y se les permite que los exploren.

Luego se les pide comparar las figuras que se forman en los diferentes cortes, esto con el fin de que reconozcan que los cortes perpendiculares al eje de rotación de cualquier sólido de revolución, son circunferencias.

Actividad 4. Regresando a los sólidos clasificados

La actividad tiene como objetivo que los alumnos lleguen a la conclusión de que la forma circular de los cortes perpendiculares al eje de rotación de un objeto es una condición necesaria para que sea un sólido de revolución.

Para esto, los alumnos retoman los objetos que clasificaron en la actividad 2, y deben decidir a qué objetos hacer cortes perpendiculares al eje de rotación, para lo cual se les proporciona el material didáctico necesario.

Luego deben observar cómo son dichos cortes, para comprobar si los objetos que consideraron como sólidos de revolución, realmente lo son.

Para cerrar esta actividad, se sugiere generar una discusión grupal donde los estudiantes puedan externar sus conjeturas.

Actividad 5. Con hojas de papel milimétrico

Con esta actividad se espera que los alumnos comprendan que basta girar una función (y no necesariamente una figura simétrica plana) alrededor del eje horizontal para generar un sólido de revolución.

Para esto se les entrega a los alumnos hojas de papel milimétrico y se les pide dibujar el contorno de los objetos que consideren sólidos de revolución, haciendo coincidir el eje de rotación con el eje horizontal del plano cartesiano. De esta forma conocerán la figura generadora de su sólido de revolución.

Luego, se les pide borrar de sus dibujos la parte inferior al eje x y los extremos paralelos al eje y , de manera que únicamente quede una función. Finalmente se les indica que identifiquen el sólido que se genera al girarla alrededor del eje horizontal. Esto con el propósito de que reconozcan que a pesar de las transformaciones hechas a su esbozo, se sigue generando el mismo sólido de revolución.

Actividad 6. Se le proporciona una función

Aquí el alumno debe darse cuenta de que el radio de los cortes perpendiculares al eje de rotación de un sólido de revolución varía, además de inferir que dicha variación queda determinada por una función y reconocer que el radio de cada corte circular es la imagen de la función generadora en ese punto.

Para esta actividad, se proporciona a los alumnos las funciones: $y=3$ en el intervalo $[1, 9]$, $y=2x$ en el intervalo $[0, 3]$, $y=\sqrt{36-x^2}$ en el intervalo $[0, 6]$ y $y=x^2+1$ en el intervalo $[-2,5]$.

Luego se les pide dibujar las funciones y los sólidos de revolución generados al rotar las funciones alrededor del eje horizontal.

Una vez teniendo sus esbozos, se les pide medir los radios de las circunferencias que se forman en los cortes perpendiculares al eje de rotación en diversos puntos y compararlos.

Para cerrar la actividad se propone que el profesor genere una discusión grupal acerca de cómo es dicha distancia en diferentes puntos sobre el eje de rotación, y a qué se debe o de qué depende dicha variación.

Actividad 7. Video del cálculo de volúmenes de sólidos de revolución

Esta tiene como objetivo que los alumnos transfieran el conocimiento que tienen acerca del cálculo de áreas bajo la curva al cálculo de volúmenes de sólidos de revolución.

Para esto se proyecta un video donde se presenta el método para calcular el volumen de los sólidos de revolución a través de la integral.

A su término, el profesor propone una discusión sobre la potencialidad de la integral como herramienta para el cálculo de volúmenes de sólidos de revolución, el barrido como estrategia para llegar a la integral, qué es lo que se integra y la similitud de este proceso con el cálculo de área bajo la curva.

Actividad 8. Aplica lo del video

Esta actividad tiene como propósito aplicar la integral para el cálculo de volúmenes de sólidos de revolución por lo que se pide a los alumnos dibujar el sólido de revolución generado por la función la función $y=\sqrt{x}$ en el intervalo $[0,10]$ y luego calcular su volumen a través de una integral, donde el alumno tendrá que poner en práctica los conocimientos adquiridos hasta el momento.

Actividad 9. Calcular el volumen de objetos

La finalidad de esta actividad es que los alumnos apliquen diferentes métodos para el cálculo de volúmenes de sólidos de revolución y reconozcan la potencialidad de la integral como herramienta para dicho cálculo.

Para ello se les proporcionan objetos que sean sólidos de revolución y se les pide determinar su eje de rotación y la función que los genera, además de identificar también el intervalo donde queda definida dicha función.

Posteriormente se les pide calcular el volumen de dichos sólidos de revolución por al menos dos métodos (por ejemplo, descomposición en figuras de las cuales conozcan fórmulas para el cálculo de su volumen).

Finalmente exponen sus estrategias y procedimientos de resolución, destacando las dificultades que se les presentaron para lograrlo y así reconozcan la potencialidad de la integral como una herramienta que facilita y optimiza el cálculo de volumen de sólidos de revolución.

Actividad 10. Resumen del tema

Esta actividad es para hacer una recapitulación e interiorización de la información obtenida en la práctica.

Para lo cual se pide a los estudiantes realizar un resumen de la práctica desarrollada durante la situación didáctica, a partir de la información recibida y de sus propias producciones.

Puesta en escena

La situación didáctica fue aplicada en 2018 a un grupo de 40 alumnos que cursaban el sexto semestre de bachillerato. El grupo pertenecía al área de ciencias exactas, lo cual significa que se trabajó con alumnos que contaban con cierta habilidad para el estudio de estas ciencias o al menos con el interés de estudiarlas.

Esto se llevó a cabo en un total de cinco sesiones, cada una de 50 minutos, en las cuales se distribuyeron las actividades planeadas de acuerdo al tiempo disponible para ejecutarla.

Las clases fueron impartidas por una profesora integrante del equipo de investigación, quien participó en el diseño de la situación didáctica y del material didáctico utilizado, así como en la toma de decisiones para la aplicación de ésta.

Conclusiones

A partir de la aplicación de esta situación didáctica, se puede decir que es una herramienta que efectivamente genera momentos significativos de aprendizaje favoreciendo así el aprendizaje autónomo de los alumnos. Sin embargo, para esto es importante considerar que el rol del profesor es determinante en el logro de los objetivos de esta propuesta, por lo que para su aplicación es necesario que el docente sea consciente de sus intervenciones, evitando influir de más en el proceso de construcción del conocimiento de sus estudiantes, y así mismo, evitar conducirlos a la solución, pues “Si ello ocurriera – si el alumno fuera << llevado >> a la solución del problema-, no estaría tomando decisiones, no estaría entonces produciendo conocimiento” (Sadovsky, 2005, p. 7).

Otra consideración es que el profesor debe tratar de apegarse a cada una de las actividades propuestas y en el orden correcto, ya que estas están ordenadas sistemáticamente de acuerdo al proceso de aprendizaje que se pretende generar en los alumnos, por lo que la ruptura de este proceso podría ser un

factor que obstaculice el logro de los objetivos. Además, para su aplicación también se requiere disponibilidad de tiempo, ya que para abordar el tema como se propone, es necesario que los estudiantes tengan suficiente tiempo para adaptarse al nuevo conocimiento y para realizar las actividades propuestas de forma efectiva.

Finalmente, la utilización del material didáctico es indispensable para la realización efectiva de las actividades, pues además de ser motivador para los estudiantes, juega un papel importante para que construyan los conocimientos de forma autónoma. Por lo tanto, se recomienda que se cuente con el material necesario con anticipación, ya sea en colaboración con los alumnos o por parte del profesor exclusivamente.

Referencias

Brousseau, G. (1988). Los diferentes roles del maestro. En C. Parra e I. Sáiz (coords). *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones* (pp. 65-93). Argentina: Paidós.

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires, Argentina: Libros de Zorzal.

Sadovsky, P. (2005). La teoría de situaciones didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática. *Reflexiones teóricas para la educación matemática*, 5, 13-66.

Anexos

Enlace al video de la actividad 1: <https://goo.gl/7RVrEY>

Enlace al video de la actividad 7: <https://youtu.be/ZG5NjxOxtMk>