

---

# Experiencia de aula: La ficha tapada, estrategia didáctica frente a problemas aditivos-multiplicativos. Proyecto Juega y Construye la Matemática

Alexander Cortés Ortiz

alexcortiz06@yahoo.es

Licenciado en matemáticas de la Universidad Santiago de Cali  
Docente del colegio de San Luis Gonzaga – Cali

**Resumen:** La ficha tapada es una estrategia lúdica que permite al estudiante desarrollar situaciones problema de tipo aditivo o multiplicativo, simples o compuestos. Le permite identificar los elementos que componen dicho esquema, de esta manera se puede hacer una articulación entre el lenguaje matemático y el lenguaje cotidiano, ayudándole esto a la formulación de problemas y por ende a la solución de ellos.

**Palabras claves:** Ficha tapada, situaciones aditivas, simples, compuestas, estado inicial, operador, estado final

## 1. Contextualización

La matemática es considerada por los estudiantes un área difícil, sin embargo reconocen la importancia de esta en situaciones de la vida cotidiana, especialmente los niños de primaria, que tienen intacta su capacidad de asombro y latente la curiosidad, sin embargo se infunden temores, en algunas ocasiones por parte de los papás o por amigos, que vivieron alguna experiencia negativa o heredaron dichos temores, generando en los niños actitudes negativas frente al área, afortunadamente a diario se buscan nuevas didácticas que hacen de la matemática lo que es “una generadora de desarrollo de pensamiento”. La propuesta que se presenta busca ser un aporte que ayuda a la solución de la problemática planteada, en relación con un campo fundamental de las matemáticas: La solución de problemas aditivos. El plantear a los estudiantes problemas de este tipo nos permite visualizar que existen dificultades en la lectura, en la transformación del lenguaje matemático a lenguaje cotidiano y en muchos casos termina el estudiante adivinando que operación debe hacer para darle solución al problema.

## 2. Referentes teórico prácticos básicos

Cuando a los niños se les plantean problemas aritméticos de enunciado verbal, algunos se basan en procedimientos informales para llegar a la solución. Además, parece que los niños interpretan distintos tipos de problemas en función de distintos conceptos aritméticos informales y en consecuencia aplican de una manera selectiva distintos procedimientos basados en contar. Estos procedimientos informales de resolución suelen basarse en soportes concretos.

En el cálculo escrito (apoyado con papel y lápiz) para el cual se usan operaciones, un determinado algoritmo se puede aplicar mecánicamente, sin reflexión, o se puede llegar a él como consecuencia de la comprensión profunda del proceso que lo ampara. No es lo mismo, como señala Ferrero (1984) citado por Martínez (2000), saber sumar que saber hacer sumas. Saber sumar implica un conocimiento conceptual, mientras que se pueden hacer sumas con un mero conocimiento procedimental. Hiebert y Lefevre (1986) citados por Martínez, hacen al respecto una distinción capital: en el conocimiento conceptual lo más importante es la red de conexiones y ligazones entre los elementos de información. El conocimiento profundo de esa red permite su reorganización y reestructuración, su aplicación a nuevos elementos de información. Lo más destacado del conocimiento procedimental son los nodos, las piezas de información en sí mismas, que presentan escasa o nula relación entre ellas. Saber sumar es, entre otras cosas, saber cómo resolver una suma y cuándo éste es el modelo matemático que se debe aplicar a una situación problemática para resolverla, o saber, a partir de él, extrapolar esos conocimientos para aplicarlos a situaciones aditivas o multiplicativas. Si sólo se sabe resolver sumas, nada de lo anterior se puede llevar a cabo. Se indica en el planteamiento del problema que según Baroody (2000), los niños también emplean, estrategias informales que modelan el significado de problemas básicos de adición y sustracción. Los modelos se pueden aplicar a cualquier situación real de tipo aditivo.

Los siguientes son los modelos que como lo afirma Martínez (2000) reflejan situaciones básicas diferentes para problemas aditivos de enunciado verbal.

**2.1 Modelo de adición.** Son siete las situaciones concretas:

1. Reunir dos cantidades existentes que tienen una característica común.
2. Añadir a una cantidad preexistente otra cantidad.
3. Reunir una cantidad anterior o perdida con otra existente.
4. En el marco de una comparación, añadir la diferencia al referente para obtener la cantidad comparada.
5. En el marco de una comparación, añadir la diferencia a la cantidad comparada con el fin de obtener el referente.
6. En el marco de una igualdad, añadir la diferencia a la cantidad referente para obtener la igualdad.
7. En el marco de una igualdad, añadir la diferencia a la cantidad igualada para obtener el referente.

**2.2 Modelo de sustracción.** Se pueden modelizar trece situaciones distintas de resta:

1. Conociendo el todo y una parte, averiguar la otra parte.
2. Sustraer de una cantidad.
3. Conocer la cantidad inicial y la final. Averiguar cuánto se ha añadido.
4. Conocer la cantidad inicial y la final. Averiguar cuánto se ha sustraído.
5. Conocer lo que me han dado y la cantidad final. Averiguar la cantidad inicial.
6. En una comparación de dos cantidades, averiguar en cuánto es una mayor.
7. En una comparación de dos cantidades, averiguar en cuánto es una menor.
8. En una comparación de dos cantidades, averiguar una cantidad conociendo la otra y la diferencia.
9. En una comparación de dos cantidades, averiguar la referente conociendo la comparada y la diferencia.
10. En una igualación de dos cantidades, averiguar cuánto hay que añadir a la menor para hacerla igual a la mayor.
11. En una igualación de dos cantidades, averiguar cuánto hay que quitar a la mayor para hacerla igual a la menor-
12. En una igualación de dos cantidades, averiguar una de ellas conociendo la otra y la cantidad a igualar.
13. En una comparación de dos cantidades, averiguar una de ellas conociendo el referente y la cantidad a igualar.

### 3. Descripción general de la experiencia de aula

Esta experiencia de aula se inicia con los estudiantes de grado cuarto y quinto del colegio de San Luis Gonzaga de Cali.

Los estudiantes utilizan fichas con las siguientes características: Una ficha con interrogante, que es el valor que se va a buscar, la ficha blanca suma, la rosada resta y la ficha azul es la respuesta



Se inicia el juego con situaciones de tipo simple, como los ejemplos que se muestran a continuación.



¿Como el estudiante encuentra el valor deseado?

Normalmente en la primera situación  $\_\_\_\_\_ + 45 = 96$ , problema de **complemento a la izquierda** (Concepto tomado de Castaño, 1993), los estudiantes hallan el valor deseado adicionándole en este caso lo que le falta a 45 para obtener 96, realizando esto mediante un conteo.

Para el segundo caso  $\_\_\_\_\_ - 32 = 75$ , problema de **recomposición** (Concepto tomado de Castaño, 1993), los estudiantes en su proceso de solución del ejercicio restan  $75 - 32$ , siendo una generalidad la no comprobación del ejercicio, no se cuestiona la validez de la respuesta.

Siguiendo con el proceso del juego, el estudiante que acierta el valor se puede tomar este como el puntaje que obtuvo, de manera que se acumulan los puntajes y el de mayor puntaje es el ganador.

Frente a las dificultades mostradas por los estudiantes en el desarrollo del juego (respuesta errónea en el segundo caso), se basa esta propuesta, ya que para la comprensión de este tipo de situaciones es importante que el estudiante se haga una representación del ejercicio, puede hacer una práctica matemática, teniendo en cuenta que se considera práctica matemática a toda actuación o expresión (verbal, gráfica, etc.) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros contextos y problemas (Godino y Batanero, 1998).

Hoy se habla de representaciones internas (mentales) y externas (observables).

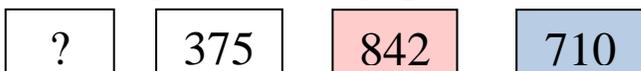
Las representaciones externas en matemática están constituidas principalmente por:

- Enunciados verbales (orales o escritos),
- Organizaciones visuales gráficas o pictóricas (representan imágenes mentales o conceptos o estructuras conceptuales mediante diagramas o ilustraciones)
- Organizaciones visuales simbólicas (representan estructuras matemáticas mediante sistemas de símbolos y reglas específicas comúnmente aceptados, que comprenden conceptos, operaciones y relaciones)
- Las representaciones llamadas concretas (físicas, tridimensionales,...)

Las representaciones sirven a las personas tanto como estímulos para los sentidos en los procesos de construcción de nuevas estructuras mentales, como para la comunicación a otros, y la objetivación o validación hacia sí mismo de comprensiones (imágenes mentales y concepciones). (Ana Bressan 1997)

Para socializar esta propuesta se toma como ejemplo situaciones aditivas compuestas, presento un problema de **composición-descomposición de estado inicial desconocido** (Concepto tomado de Castaño, 1993).

Ante la importancia de una representación se propone lo siguiente para la solución de situaciones planteadas en el juego.

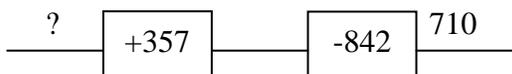


La representación formal de esta situación

$$\underline{\quad} + 357 - 842 = 710$$

Para facilitar la comprensión del ejercicio se puede hacer uso de una representación gráfica y unas preguntas orientadoras, que le permitirán al estudiante desarrollar los ejercicios a través de procedimientos lógicos, a continuación se presenta la representación y las preguntas que se consideran claves.

La representación gráfica se hace a través de lo que se ha denominado como “la maquina”



Para mayor comprensión del ejercicio se puede dividir la máquina compuesta en dos máquinas simples



De la maquina se deben identificar los elementos que la componen, el estado inicial ( $E_i$ ) que es el valor buscado, los operadores que se identifican por sus signos y el estado final ( $E_f$ ) que en este caso es el número 710

$$\underbrace{\quad}_{E_i} \quad \underbrace{+ 357 - 842}_{Op} = \underbrace{710}_{E_f}$$

?

### 3.1 Preguntas Orientadoras:

1. ¿Qué le están preguntando en el ejercicio? Esta pregunta permite al estudiante definir que operaciones utilizará para solucionar el ejercicio, por ser aditivo sabe que se resuelve con suma, resta o ambas.

2. ¿Qué debes hallar? Se debe de hallar el estado inicial, al dividir la máquina compuesta en dos simples, se puede visualizar que de la primera máquina se desconocen el estado inicial y el estado final, por esta razón no puede empezar a resolver el ejercicio por este lado, mientras que en la segunda máquina se conoce el operador y el estado final y se puede hallar el estado inicial. Este estado inicial es el mismo estado final de la primera máquina.
3. ¿El valor correspondiente al estado inicial debe ser mayor, menor o igual al estado final? Esta pregunta exige al estudiante un análisis y le permite establecer que tan acertado fue dicho análisis. Supongamos que el estudiante dice que deben ser iguales o que es menor, a través de un contraejemplo se le puede hacer caer en cuenta de lo erróneo de su análisis. Es importante siempre cuestionar la respuesta del estudiante, para que él argumente el porqué de su respuesta.
4. ¿Si el ejercicio es aditivo, es decir se resuelve por suma o resta y el valor que debe ir en el estado inicial debe ser mayor, entonces que operación debo hacer? Con esta pregunta el estudiante debe concluir que debe hacer una suma para hallar el estado inicial.

Ya sabiendo el estudiante que el estado inicial de la segunda máquina es igual al estado final de la primera máquina, aplico el procedimiento anteriormente explicado para hallar el estado inicial de la primera máquina y lógicamente se hallaría el estado inicial de la máquina compuesta. Al hallar este estado inicial se da solución a la situación problema planteada en el juego. Es importante que el estudiante haga la comprobación del ejercicio, ya que como se menciono anteriormente, los estudiantes no cuestionan la respuesta obtenida.

Esta propuesta también se puede aplicar a la solución de problemas como los que se proponen a continuación

1)  $\underline{\hspace{2cm}} + 215 + 142 = 645$

2)  $159 + \underline{\hspace{2cm}} + 218 = 789$

3)  $204 + 165 + \underline{\hspace{2cm}} = 638$

4)  $\underline{\hspace{2cm}} - 478 - 150 = 985$

5)  $\underline{\hspace{2cm}} - 310 - 560 = 120$

6)  $\underline{\hspace{2cm}} + 721 - 579 = 387$

La representación más formal genera en los estudiantes dificultades en la solución de los ejercicios, especialmente en los siguientes casos:

- $\underline{\hspace{2cm}} - 310 - 560 = 120$
- $\underline{\hspace{2cm}} + 357 - 842 = 710$
- $500 - \underline{\hspace{2cm}} - 180 = 78$
- $720 - \underline{\hspace{2cm}} + 150 = 320$
- 

Supongamos que el ejercicio es el siguiente:

$\underline{\hspace{2cm}} + 357 - 842 = 710$

La ficha tapada es una estrategia lúdica también que permite la construcción de problemas, a partir de una serie de datos dados:

Ej:  $\underline{\hspace{2cm}} + 215 + 142 = 645$

- Problema: Carlos tiene cierta cantidad de fichas, su papá le regala 215 y su mamá le regala 142, al hacer las cuentas se entera de que tiene 645, ¿cuántas fichas tenía antes de recibir las dos cantidades?

Ej: \_\_\_\_\_ - 478 - 150 = 985

- Problema: Patricia tiene cierta cantidad de dinero, se compra un helado que le cuesta \$478 y una menta en \$150, sobrándole \$985 ¿cuánto dinero tenía antes de hacer las compras.

## 4. Logros

- Los estudiantes obtienen una mayor comprensión del esquema aditivo.
- Permite en los estudiantes establecer mejores nexos entre el lenguaje cotidiano y el lenguaje matemático, facilitando la construcción de problemas.
- Dar solución a problemas aditivos simples o compuestos a través de un procedimiento lógico.
- Avanzar en el proceso de resolución de ecuaciones lineales con una incógnita a nivel verbal y posteriormente a nivel simbólico.

## 5. Dificultades

- Algunos estudiantes tienen dificultad en la transición del juego físico a la escritura simbólica.
- Adaptación de los nuevos estudiantes a la propuesta pedagógica.
- En los talleres que se realizan con los padres de familia, se evidencia inicialmente poca comprensión de la estrategia propuesta, debido a los procesos les fueron explicados de forma mecánica e incomprensiva y que su pensamiento está condicionado a que este tipo de ejercicios solo se puede resolver por transposición de términos.

## 6. Reflexión final

Por medio de estas estrategias lúdicas basadas en una representación gráfica, teniendo en cuenta que, las representaciones sirven a las personas tanto como estímulos para los sentidos en los procesos de construcción de nuevas estructuras mentales, como para la comunicación a otros, y la objetivación o validación hacia sí mismo de comprensiones (imágenes mentales y concepciones). (**Ana Bressan** 1997), podemos ayudarle al estudiante en su construcción

del esquema aditivo simple y compuesto, a que pueda pasar de una manera comprensible del lenguaje matemático al lenguaje cotidiano y viceversa, a la construcción de problemas, sabiendo que este tipo de ejercicios tienen una estructura similar a la de un cuento, donde la descripción del estado inicial (Ei) es el comienzo o principio, los operadores (Op) representan las acciones o nudo y el estado final (Ef) representa el final o desenlace, que identifique una ecuación lineal como un ejercicio de ficha tapada aplicando toda esa experiencia obtenida para el desarrollo de dichas ecuaciones.

## Referencias bibliográficas

- Baroody, J. Arthur. El pensamiento matemático de los niños. Visor Dis., S.A. Madrid, España, 2000.
- Castaño, J. La construcción de la estructura aditiva numérica. Mimeografiado. Universidad Javeriana. 1.998.
- Castaño, Jorge. Hojas pedagógicas 1 al 10. Colección: Matemática Serie lo numérico. Proyecto: Descubro la Matemática. Fundación Restrepo Barco. 1.995-1998.
- Castaño, J. Descubro la matemática. Una propuesta de educación matemática basada en el desarrollo del pensamiento. Mimeografiado 2.001.
- Grisales, Arbey. Orozco, José Luis. Guía del Docente. (en prensa). Proyecto Juega y Construye la Matemática. Colegios Maristas. Provincia Norandina – Colombia.
- Martínez, m, Jaime. Una nueva didáctica del cálculo para el siglo XXI. Cisspraxos, S.A., Barcelona, España, 2000.
- Ministerio de educación nacional . Lineamientos Curriculares para el área de Matemáticas. Serie Lineamientos. Áreas Obligatorias y Fundamentales. Creamos Alternativas Soc Ltda. Bogotá, D.C, 1.998
- Santos Trigo, L. La resolución de problemas matemáticos. Fundamentos cognitivos Editorial Trillas.2007.
- Godino Juan D, Enfoque Ontosemiótico de las representaciones en Educación matemática1, 2003
- Bressan Ana, Representaciones y Modelos en la matemática realista 1997

**Volver al índice**  
**Experiencias de Aula**