



CONSTRUCCIÓN DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO A TRAVÉS DEL JUEGO GATO FRACTAL

Nallely Jiménez Taboada¹; Victoria Ojeda Santiago²; Diana Santiago Ruiz³; Sandra Sánchez Barbosa⁴

nallely.jimenez@cinvestav.mx,

vicko_smpl@ciencias.unam.mx,

diana.auro.sr@gmail.com,

profra.sandrasb@gmail.com

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados (Unidad Monterrey)¹, Facultad de Ciencias de la Universidad Autónoma de México^{2,3}, Centro Universitario de Investigaciones Biomédicas de la Universidad de Colima⁴

.....

Propósito

Describir la actividad “Gato Fractal” como una propuesta didáctica para explicar el desarrollo del pensamiento matemático y el trabajo colaborativo en ambientes de aprendizaje de educación formal e informal.

Introducción

En el campo de la educación en ciencias se ha realizado una distinción importante entre aquellas actividades escolarizadas, o la educación formal, y las que se realizan con fines de divulgación del conocimiento científico, o la educación informal. Ambas influyen en la adquisición de aprendizajes y favorecen la motivación intrínseca de los sujetos que participan.

En el área de la didáctica de las matemáticas continúa siendo importante la exploración del uso de talleres de divulgación de las matemáticas como una estrategia de aprendizaje accesible y útil en ambientes formales e informales.

El taller “Gato fractal” se creó como una actividad de divulgación científica y lúdica para promover el trabajo colaborativo y el saber matemático sobre el

tema de fractales y su presencia en la naturaleza. A partir de su carácter lúdico, las personas que participan en él podrán comprender que la construcción de conocimientos está inmersa en un contexto científico y cultural influenciado por la sociedad y sus dinámicas (Acevedo-Díaz, 2008).

De esta forma, se tiene claro que la educación científica no se trata exclusivamente de producir investigadores o científicos, sino también de ayudar a que los estudiantes y públicos vean la ciencia como algo valioso socialmente, proveyéndolos de oportunidades en las que su mente puede entretenerse y disfrutar del conocimiento (Rutherford y Ahlgren, 1997). Esto se vincula con los conocimientos conceptuales, los conocimientos procedimentales y los conocimientos actitudinales, todos importantes para la educación formal e informal.

Fundamentación

Fundamento disciplinar

Las matemáticas se encuentran presentes en la naturaleza, y por ello, se ha incrementado el acervo para describir los fenómenos que las incluyen. Entre ellos, aquí se centra la atención en los fractales. El término fractal proviene del latín *fractus* que significa “fragmentado” y es definido así por el matemático Benoit Mandelbrot, quien desarrolló las matemáticas de los fractales.

De acuerdo con Valdés (2016), entre sus características se encuentran:

1. *La autosemejanza*, en donde un extracto de la figura se asemeja al todo, de lo macro a lo micro, o viceversa.
2. *La recursividad*, definida como el proceso donde se aplica de nuevo al proceso aplicado previamente.
3. *La dimensión fractal* mayor a la dimensión topológica, que se ejemplifica al comparar con la recta.

Dentro del estudio de los fractales, otro término a considerar es la construcción modular, definida como un proceso que indica el número de iteraciones hechas para su construcción, tanto finitas como infinitas, cada una llamada módulo. La comparación entre el módulo anterior y el módulo actual es lo que arroja la perspectiva de la construcción. En la naturaleza, la construcción modular la podemos encontrar en las ramificaciones de los árboles, en el orden de las inflorescencias en los girasoles, en un rayo, entre otros ejemplos.

Fundamento psicopedagógico

Dentro del grupo independiente de comunicación pública de la ciencia Conexión Ciencia (Conexión Ciencia, 2020) ha surgido el interés por aprovechar el conocimiento científico teórico y práctico de las matemáticas, pero también de aportar a la didáctica de las mismas. En el caso del taller “Gato fractal”, se ha diseñado la secuencia didáctica para su impartición de acuerdo al modelo propuesto por Sanmartí (2005). Este modelo consiste en cuatro fases. La primera fase tiene la intención de contextualizar la experiencia que vivirán las personas y a quiénes se les presentan los objetivos a lograr, reconociendo previamente qué saben del tema tratado (*Exploración de conocimientos*). La segunda consiste en el desarrollo de actividades de reflexión, discusión o puesta en práctica de las habilidades científicas y personales de los sujetos. Para ello, el/la divulgador(a) ayuda a organizar las ideas de la primera fase e introduce nuevas ideas, como entidades, relaciones o propiedades, que sean significativas y útiles para que los participantes entiendan y relacionen por sí mismos el conocimiento científico a construir (*Introducción de conocimientos*). La tercera fase tiene la finalidad de apoyar en la construcción de un mayor nivel de abstracción de las ideas (Síntesis). Finalmente, la cuarta fase consiste en aplicar lo aprendido a ejemplos o contraejemplos en otras situaciones de la vida diaria, de modo que los participantes puedan tomar una postura o una decisión ante nuevos problemas a resolver (*Aplicación*).

Para fines didácticos y comunicativos, se considera importante que el diseño de la secuencia didáctica del taller “Gato Fractal” entrelace la fase de Síntesis y Aplicación. Esta decisión atiende a 2 situaciones: 1) el tiempo dentro de los talleres científicos es limitado, generalmente entre 30 a 40 minutos; y 2) la naturaleza del juego favorece que la abstracción de ideas y la aplicación de conocimientos se desarrollen simultáneamente.

Actividad didáctica

La actividad didáctica se divide en las cuatro etapas ya mencionadas. En la primera etapa, se utilizan una serie de preguntas para que los participantes comiencen a identificar qué es un fractal: *¿Alguien sabe qué es un fractal?, ¿has escuchado el término fractal?, ¿sabes dónde podemos encontrar un fractal?* Con base en las respuestas, la atención se dirige al concepto de fractal y se comienza con la siguiente etapa.

En la segunda etapa, la de introducción de conocimientos, se utiliza una serie de imágenes que incluyen diferentes patrones de un fractal, por ejemplo: unas

montañas, un esquema de los alvéolos y bronquiolos pulmonares, el conjunto de Mandellbrot y el triángulo de Sierpinski. Después, se les pide que observen las imágenes y traten de identificar las formas que se repiten en cada una. Con ello, se dirige la atención para introducir el concepto de fractal: *Un fractal es la forma fragmentada que cumple las características de autosemejanza de forma recursiva. O en palabras más coloquiales: Aquellas formas o patrones que se repiten, llegando incluso a ser infinitas.*

Es importante aclarar que, dependiendo de la edad y el tipo de participantes en el juego, es la profundidad de la definición que se brinda. Además, una vez que se comparte el concepto de fractal, se permite que ellos cuestionen y si tienen dudas sobre la definición, éstas son aclaradas.

A continuación, se procede a la aplicación del conocimiento con ayuda de un tablero (véase el Anexo 1).

Las instrucciones a seguir para jugar este “Gato fractal” son las siguientes:

1. El jugador A puede marcar, con una X o una O, alguna casilla del tablero.
2. Hay dos niveles en el tablero: el *macro* y el *micro*. El *micro* consta de los 9 tableros pequeños distribuidos en cada una de sus casillas (característica 1 de los fractales, véase la sección *Fundamento disciplinar*); mientras que el *macro* es el tablero mayor que contiene a los otros 9. En total, la figura típica de dos líneas paralelas verticales atravesadas por dos líneas paralelas horizontales se presenta 10 veces (9 en el nivel micro y 1 en el nivel macro).
3. Una vez que el jugador A inicia la partida, también determina la posición del nivel macro en que el jugador B deberá colocar su marca. Por ejemplo, si el jugador A tira en la posición superior derecha del nivel macro, en la posición central del tablero micro, dirige la tirada del jugador B al centro del tablero (nivel macro), donde podrá tirar en cualquier posición del tablero interior y así recursivamente (característica 2 de los fractales, véase la sección *Fundamento disciplinar*).
4. Lograr esto es importante, pues acerca al jugador a conseguir 3 marcas en línea. Como es sabido popularmente, la línea puede ser horizontal, vertical o diagonal. Cuando el jugador A o B logren esta primera meta, automáticamente la casilla del tablero macro quedará marcada por su símbolo representativo y habrá sido “conquistada” una primera posición del tablero macro.

5. En el momento en que los jugadores comiencen a ganar las casillas grandes, la siguiente regla es necesaria. Cuando el jugador contrario dirija al jugador en turno a una casilla dominada por algún símbolo de los participantes, puede realizar un tiro al azar, es decir, en cualquier tablero micro. Esto porque, al estar dominada la casilla por alguna marca, la inhabilita.
6. Se puede presentar el caso en que ningún jugador domine alguna casilla micro, lo que popularmente se conoce como “hacer gato”. Esto significa, que ninguno logró juntar 3 marcas iguales en ninguna línea recta posible. Si esta situación se presenta, se aplica la regla del punto anterior; es decir, quien sea dirigido a esa casilla, también puede realizar un tiro al azar (para visualizar la dinámica del juego de forma gráfica, véase el Anexo 2).

Puesta en escena

A lo largo de casi 5 años, el taller “Gato fractal” se ha llevado a cabo en diferentes eventos de comunicación pública de la ciencia, principalmente en aquellos dirigidos a adolescentes que cursan el nivel medio y medio superior. A continuación, se presentan los resultados generales que se han reconocido para cada una de las fases ya explicadas:

1. Exploración de conocimientos. Al cuestionar a los participantes sobre *¿qué es un fractal?*, la mayoría no conoce o recuerda la definición, por lo que responden “no sé” o “no me acuerdo”.
2. Introducción de conocimientos. El uso de las imágenes ha ayudado a ejemplificar cómo se encuentran los fractales en la naturaleza y, en repetidas ocasiones, las personas indican los patrones que se repiten y las iteraciones en las formas.
3. Síntesis-Aplicación. En este momento las y los participantes ya escucharon la definición de un fractal y sus características. Entonces, se les presenta el tablero con las reglas para que comiencen a jugar. Es en este momento donde el trabajo colaborativo se hace evidente, pues son los mismos participantes quienes suelen recordarse entre sí las reglas. En diversas ocasiones, entre ellos hacen énfasis en las repeticiones (iteraciones y recursividad) que están en el nivel macro y micro para guiarse en los movimientos. Esto lo consideramos una señal de aplicación del conocimiento. En este sentido, el aprendizaje colaborativo permite que los participantes expliquen los conocimientos adquiridos, a la vez que aclaran sus dudas. En su conjunto, se favorecen habilidades lingüísticas,

matemáticas y sociales al promover la explicación repetida de las características de un fractal para jugar “Gato fractal”.

Conclusiones

El juego “Gato Fractal” promueve habilidades del pensamiento matemático, tales como la observación y la estrategia (*saber hacer*), que ocurre al elegir la casilla en donde tirará su oponente. Además, de manera muy importante, se ha notado su gran potencial como motivador del aprendizaje y la comprensión de las matemáticas (*saber sentir*). Esto último se ha observado en diversas oportunidades, por ejemplo, al ver la convivencia entre los jugadores y su participación en diálogos informales donde integran el conocimiento científico recién adquirido sobre las características de los fractales, las iteraciones y la recursividad. Se reconoce que los jugadores disfrutaron la actividad, externan su opinión sobre su sorpresa acerca de la relación de las matemáticas con un juego como éste. Todo ello, indica cierto nivel de involucramiento afectivo, lo cual favorece el aprendizaje de las matemáticas. Gracias a la experiencia con esta actividad, *Conexión Ciencia* tiene como objetivo a corto plazo, iniciar el proceso de evaluación del juego desde un enfoque cualitativo que permita conocer el impacto socioemocional como favorecedor del aprendizaje de nuevos conceptos matemáticos.

Referencias bibliográficas

- Acevedo-Díaz, J. A. (2008). El estado actual de la naturaleza de la ciencia en la didáctica de las ciencias. *Revista Eureka de Enseñanza y Divulgación de la Ciencia* 5(2), 134-169.
- Conexión Ciencia. (2020). *Conexión ciencia. El saber se vive*. Recuperado de <https://conexionciencia.wixsite.com/elsabersevive/gato-fractal>
- Rutherford, J. y Ahlgren, A. (1997). *Ciencia: conocimiento para todos*. México: Secretaría de Educación Pública (SEP)- Biblioteca normalista.
- Sanmartí, N. (2005). La unidad didáctica en el paradigma constructivista. En D. Couso (Ed). *Unidades didácticas en ciencias y matemáticas* (pp. 13-58), Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Valdés, P. A. (2016). *Introducción a la geometría fractal*. (Tesis de Licenciatura). Universidad del Bio-Bio, Chile. Recuperado de http://repobib.ubiobio.cl/jspui/bitstream/123456789/1998/3/Valdes_Vasquez_Patricio.pdf

Anexo 1

Tablero del juego *Gato fractal*

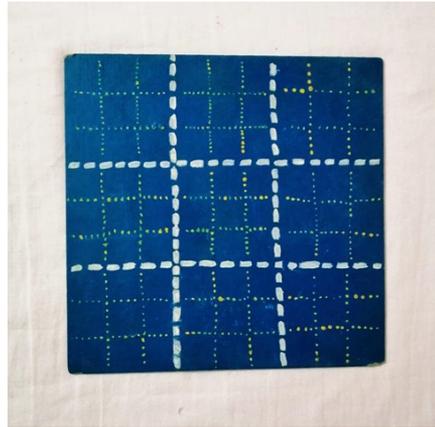


Figura 1. Fotografía del tablero utilizado en el juego “Gato fractal”. Las líneas punteadas en color blanco resaltan el tablero *macro*; y las líneas punteadas en color amarillo, hacen referencia a los nueve tableros *micro*. [Elaborado por Conexión Ciencia]

Anexo 2

Instrucciones del juego *Gato fractal*

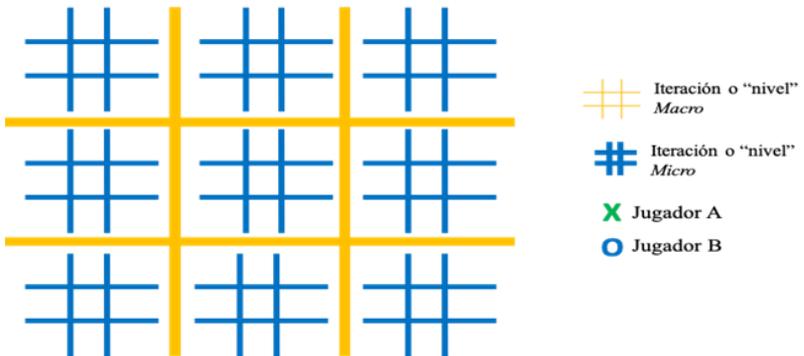


Figura 2. Demostración del diseño del tablero y ejemplificación de una partida donde, al jugador A se le asignó el símbolo de un tache verde; mientras que al jugador B se le asignó como símbolo de juego un círculo azul (Instrucción 1 y 2).

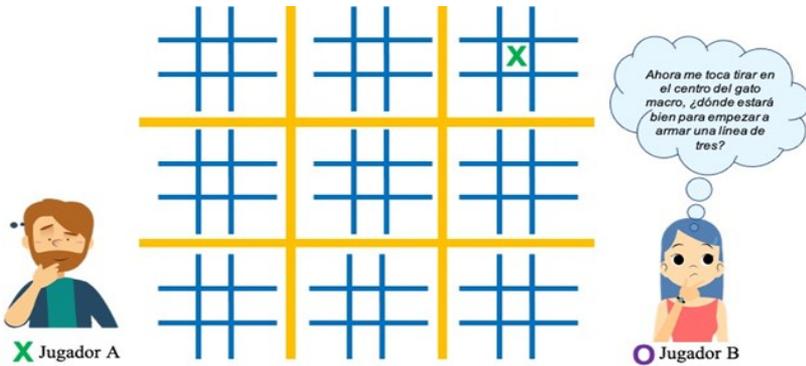


Figura 3. Inicio de la partida (Instrucción 3).

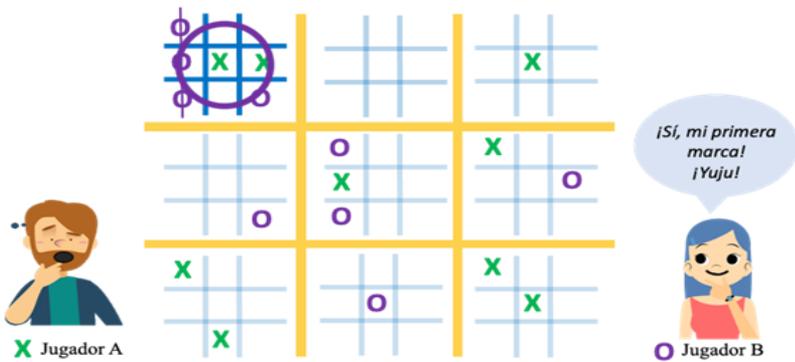


Figura 4. Cuando un jugador (en este caso la jugadora B) reúne las 3 de sus marcas en una línea y logra obtener una casilla del tablero macro marcada con su símbolo representativo (Instrucción 4).

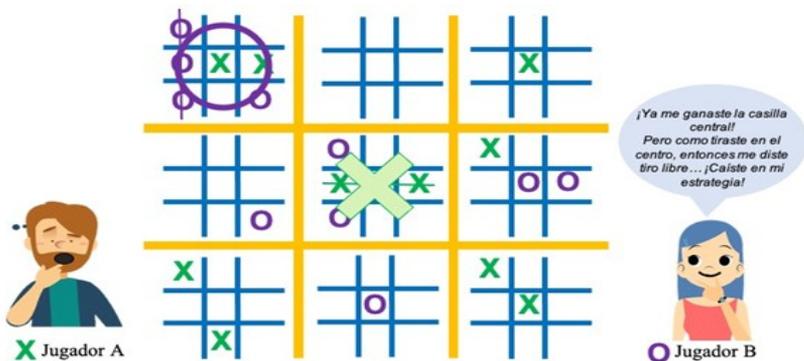


Figura 5. Nueva regla del juego; cuando una casilla es dominada por alguna marca, queda inhabilitada para cualquier jugador que sea dirigido a ella y permite un tiro al azar (Instrucción 5).

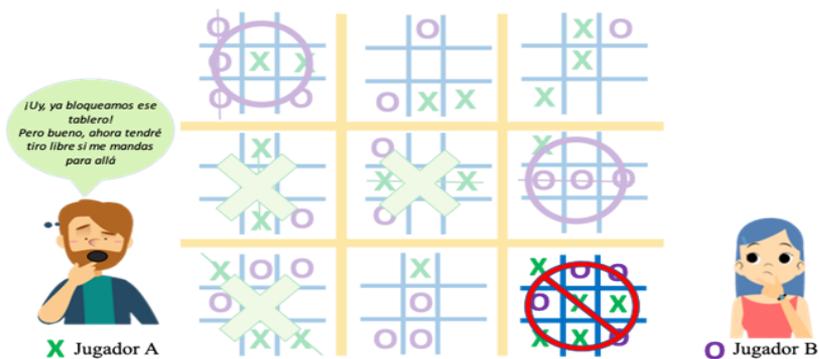


Figura 6. Situación en la que ningún jugador logre obtener una línea de 3 casillas del tablero macro y ninguno gana la partida ("Hacer gato"; Instrucción 6).